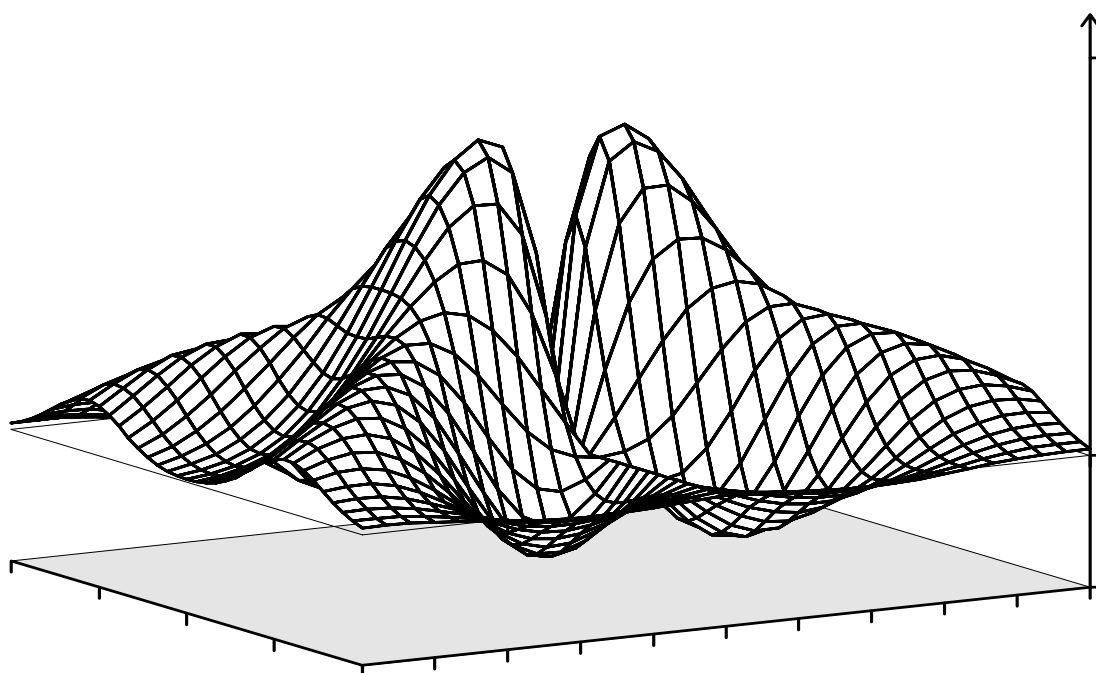


А.Г. Ташлинский

**Оценивание параметров
пространственных деформаций
последовательностей
изображений**



А.Г. Ташлинский

**Оценивание параметров
пространственных деформаций
последовательностей
изображений**

**Ульяновск
2000**

УДК 681.391:53.08
ББК 32.973.2
Т25

УДК 681.391:53.08

Ташлинский А.Г.

Оценивание параметров пространственных деформаций последовательностей изображений / Ульяновский государственный технический университет. - Ульяновск: УлГТУ, 2000. - 132 с.

Рассмотрены вопросы синтеза и анализа процедур оценивания параметров пространственных деформаций последовательностей изображений, заданных на многомерных сетках. Синтезированы оптимальные алгоритмы оценивания параметров межкадровых пространственных деформаций гауссовских изображений, наблюдаемых на фоне помех. Разработаны и исследованы квазиоптимальные неадаптивные алгоритмы оценивания межкадровых сдвигов, ориентированные на реализацию в системах реального времени, а также псевдоградиентные алгоритмы, позволяющие оценивать параметры пространственных деформаций изображений больших размеров в условиях априорной неопределенности.

Для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области обработки пространственно-распределенной информации, в частности, последовательностей многомерных изображений.

Рецензент доктор технических наук, профессор И.В.Семушин

Печатается в авторской редакции

Одобрено редакционно-издательским советом
Ульяновского государственного технического университета

ISBN Б-89146-13. -

© А.Г.Ташлинский, 2000

© Оформление УлГТУ, 2000

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние годы все большее распространение получают системы извлечения информации, включающих в себя пространственные апертуры датчиков сигналов. Такие системы используются для дистанционного исследования Земли и других планет, в медицине, геологии, навигации и во многих других приложениях. Исходной информацией при этом, как правило, являются динамические массивы данных, получаемые оптическими, радиолокационными, акустическими и другими методами. Класс подобных данных может быть представлен в виде многомерных изображений (МИ), характерной особенностью которых является их пространственно-временная коррелированность.

Наличие временной динамики наблюдаемых объектов приводит к анализу последовательностей МИ. Случайный характер помех и других мешающих факторов делает целесообразным применение в качестве математических моделей МИ случайных полей (СП), а используемая в реальных системах дискретизация по пространству и времени приводит к моделям СП, заданным на многомерных сетках. Кроме того, при создании алгоритмического обеспечения приходится учитывать динамику наблюдаемой сцены и пространственные перемещения датчиков сигналов, а также несовершенство их конструкции, например, неравномерность чувствительности и нестабильность разверток электронных мишеней и т.д. Влияние указанных факторов может быть описано математическими моделями пространственно-временных деформаций многомерных сеток, на которых заданы изображения.

Создание эффективных методов оценки изменяющихся параметров пространственных деформаций (ПД) является одной из важных проблем обработки последовательностей изображений. Характерным примером задачи, требующей оценивания ПД, может служить задача совмещения многозональных изображений при дистанционных исследованиях Земли и в медицинских исследованиях. В последнем случае, когда объектом исследования является живой организм, а изображения получены не только разными датчиками, но и в разное время, взаимные ПД носят очень сложный характер. Другими примерами задач, где необходим учет ПД, могут служить поиск фрагмента на изображении, оценка пространственного поля скорости ветра по радиолокационным изображениям облачности, идентификация дактилоскопических отпечатков, навигационные задачи отслеживания курса подвижного объекта в условиях ограниченной видимости, управление пространственным положением систем сбора информации, и

многие другие.

Отдельным аспектам проблемы оценивания параметров пространственно-временных деформаций изображений посвящено большое число научных публикаций. В частности, рассмотрены задачи определения параллельного сдвига изображений, поворота и скорости перемещения объектов. Однако комплексное решение задачи оценивания изменяющегося вектора параметров ПД отсутствует. Кроме того, известные методы и алгоритмы обработки изображений, как правило, носят нерекуррентный характер и не могут быть непосредственно применены в реальных информационных системах, характеризующихся большими скоростями поступления данных в изменяющихся условиях при наличии импульсных помех, искажений уровня сигнала и пр.

Предлагаемая книга посвящена разработке алгоритмов оценивания параметров ПД пространственно-временных сигналов, ориентированных на реализацию в системах реального времени. С этой целью в первой главе рассмотрены вопросы синтеза и анализа оптимальных алгоритмов оценивания параметров ПД гауссовских изображений, наблюдаемых на фоне помех. Вторая глава посвящена разработке и исследованию квазиоптимальных неадаптивных алгоритмов оценивания межкадровых сдвигов, ориентированных на реализацию в системах непрерывной обработки информации. В третьей главе разрабатываются адаптивные псевдоградиентные алгоритмы, обладающие высоким быстродействием и позволяющие оценивать параметры межкадровых ПД изображений больших размеров в условиях априорной неопределенности.

Автор выражает особую признательность профессору К.К.Васильеву за его постоянный интерес, критические замечания и поддержку в работе над книгой, а также за помощь, оказанную при написании разделов 1.2-1.4 и разрешение на использование в указанных разделах полученных им результатов. Автор в долгу также перед профессором В.Р.Крашенинниковым за ряд предоставленных результатов, использованных в разделах 1.4, 1.5 и 3.1.

Замечания, пожелания и отзывы о книге прошу направлять по адресу: 432027, Ульяновск, Северный Венец, 32, типография УлГТУ. E-mail: tag@ulstu.ru

СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ МНОГОМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, НАБЛЮДАЕМЫХ НА ФОНЕ ПОМЕХ

Анализируются модели и методы оценивания пространственно-временных деформаций последовательностей изображений. В рамках метода максимального правдоподобия проводится синтез оптимальных алгоритмов оценивания параметров межкадровых пространственных деформаций гауссовских изображений в условиях полной априорной определенности. Находится нижняя граница дисперсии погрешностей, возникающих при решении задачи оценивания параметров деформаций. Обосновывается корректность использования компенсационного подхода при оценивании межкадровых пространственных деформаций. Рассматриваются тензорные процедуры рекуррентного оценивания марковских сдвигов изображений последовательности кадров. Проводится анализ подходов к преодолению априорной неопределенности при синтезе алгоритмов оценивания пространственных деформаций последовательностей многомерных изображений и обосновывается целесообразность применения адаптивных псевдоградиентных алгоритмов.

1.1. Модели и методы оценивания параметров пространственно-временных деформаций изображений

При оценивании параметров пространственно-временных деформаций последовательностей изображений объектом исследования является система формирования изображений, включающая в себя в общем случае исходное изображение, среду, мешающие факторы, датчик и устройство предварительной обработки изображения.

Исходное изображение обычно является динамическим, то есть изменяющимся во времени. Датчик часто находится на подвижном объекте. Это приводит к тому, что получаемые с его помощью изображения различных кадров имеют взаимные сдвиги, повороты, изменения масштаба и т.п. Вклад в ПД последовательностей изображений вносят также искажения оптических трактов, нестабильность разверток считывающих устройств датчиков, дефекты их изготовления. Можно отметить также искажения, вызванные изменением оптической плотности среды, турбулентностью атмосферы и т.д. Таким образом, практически все составляющие системы формирования изображений могут вносить ПД в получаемые изображения. В некоторых случаях ПД - мешающий фактор и

должны учитываться при синтезе алгоритмов обработки последовательностей изображений, например, при обнаружении сигналов. В других ситуациях ПД содержат полезную информацию, например, при оценке перемещений датчика.

Модели пространственно-временных деформаций

В результате ПД изображений, одни и те же элементы сцены на разных кадрах имеют различные координаты. Геометрически эту ситуацию можно описать деформацией и движением сетки отсчетов в пространстве при неподвижной сцене или движением элементов сцены. На рис. 1.1,а изображены два положения Ω_1 и Ω_2 плоской сетки при параллельном сдвиге, на рис. 1.1,б - при сдвиге и повороте, на рис. 1.1,в - при деформации и перемещении более сложного вида. Сетка Ω_1 на этих рисунках принята прямоугольной, что является частным случаем. В реальных ситуациях сетка отсчетов каждого кадра в силу различных причин может быть криволинейной (рис. 1.1,г).

Смещение каждого узла $\bar{j}$ сетки Ω_2 относительно его положения на Ω_1 (или, что то же самое, смещение элемента сцены в узле $\bar{j}$ относительно его положения на Ω_1) может быть задано вектором $\bar{h}_{\bar{j}}$, совокупность которых состав-

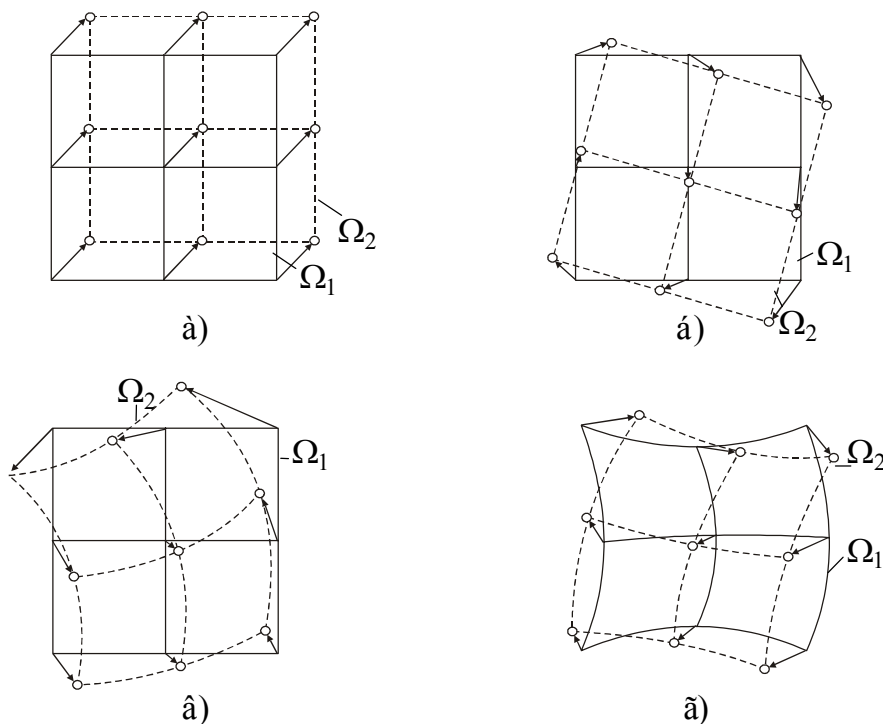


Рис. 1.1. Примеры возможных ПД изображений двух кадров.

ляет векторное СП $\mathbf{H} = \{\bar{h}_{\bar{j}}: \bar{j} \in \Omega\}$, заданное на сетке Ω . Если рассматривается последовательность кадров, то получим СП $\{\bar{h}_{\bar{j}}^{(k)}: \bar{j} \in \Omega, k \in T\}$, где k - номер кадра. Очевидно, что при таком представлении размерность векторов $\bar{h}_{\bar{j}}$ (или $\bar{h}_{\bar{j}}^{(k)}$) совпадает с размерностью сетки Ω .

Другой подход к описанию межкадровых ПД состоит в следующем. Каждое положение сетки рассматривается как система координат. Тогда межкадровые деформации могут быть представлены как случайное преобразование

$$\bar{h}_{\bar{j}} = f(\bar{j}) = (f_1(\bar{j}), f_2(\bar{j}), \dots, f_n(\bar{j}))^T \quad (1.1)$$

системы координат Ω_2 в систему координат Ω_1 , где n - размерность сетки Ω . В тех случаях, когда вид межкадровых ПД известен (сдвиг, поворот, изменение масштаба и т.д.), преобразование (1.1) может быть задано параметрически:

$$\bar{h}_{\bar{j}} = f(\bar{j}, \bar{\alpha}), \quad (1.2)$$

что значительно облегчает описание. Параметризация может быть и частичной, например, когда имеется сдвиг и поворот, а также относительно небольшие составляющие ПД, вызванные неизвестными факторами.

В дальнейшем для простоты будем считать, что объектом исследования является последовательность кадров изображений, полученных посредством некоторого датчика и заданных на регулярной прямоугольной сетке с единичным шагом. При этом наблюдателю доступны только кадры изображений уже искаженные помехами. То есть отсчет с координатами $\bar{j}$, соответствующими значению $x_{\bar{j}}^{(k)}$ изображения k -го кадра, из-за искажений мультипликативной $\psi_{\bar{j}}^{(k)}$ и аддитивной $\theta_{\bar{j}}^{(k)}$ помехами имеет величину

$$\{z_{\bar{j}}^{(k)}\} = \{x_{\bar{j}}^{(k)} \psi_{\bar{j}}^{(k)} + \theta_{\bar{j}}^{(k)}\}. \quad (1.3)$$

Будем также считать, что изображение $\mathbf{x}^k = \{x_{\bar{j}}^{(k)}\}$ может быть получено из $\mathbf{x}^{k-1} = \{x_{\bar{j}}^{(k-1)}\}$ с помощью некоторой функции $x_{\bar{j}}^{(k)} = f_k(x_{\bar{j}}^{(k-1)}, \bar{\alpha}, \bar{j})$, известной с точностью до параметров $\bar{\alpha}$. Тогда формирование последовательности кадров изображений может быть представлено структурной схемой, приведенной на рис. 1.2. Тройными линиями здесь условно показаны матричные свя-

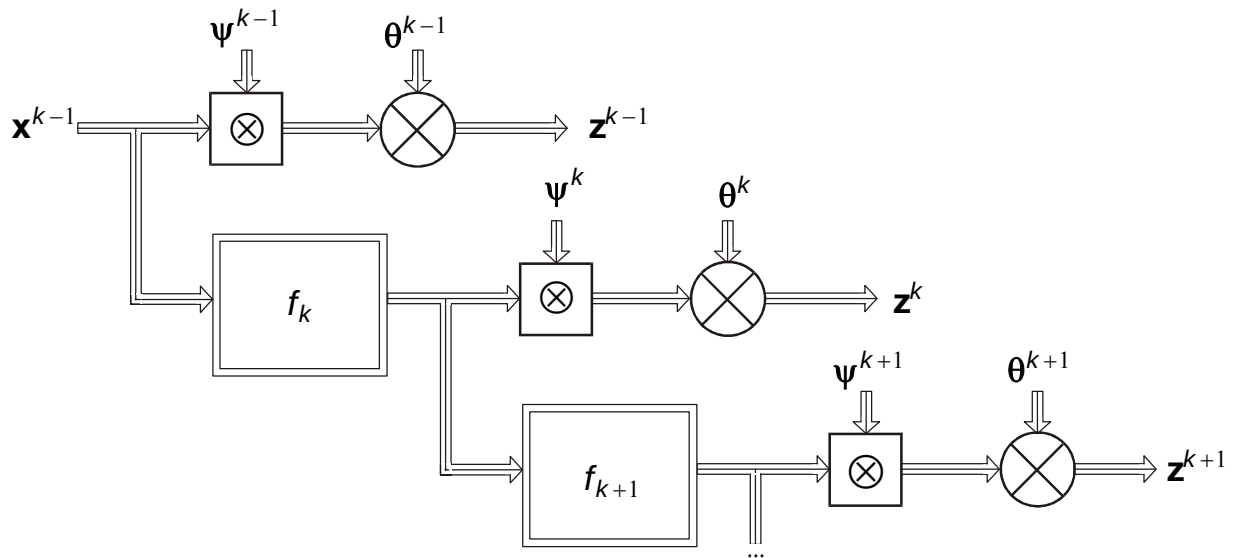


Рис. 1.2. Структурная схема формирования последовательности изображений.

зи; $\Psi^{(k)} = \|\psi_j^{(k)}\|$, $\Theta^{(k)} = \|\theta_j^{(k)}\|$; обозначение $\otimes$ соответствует в данном случае поэлементному (а не прямому) умножению матриц. При этом наблюдению доступны кадры $\mathbf{z}^1, \mathbf{z}^2, \mathbf{z}^3, \dots$. Параметры ПД $\bar{\alpha}$ могут быть как случайными, так и детерминированными.

Методы оценивания пространственно-временных деформаций

При оценивании пространственно-временных деформаций последовательности изображений применяется, в основном, четыре подхода: сопоставление изображений (или их локальных участков), пространственно-временная фильтрация изображений, анализ оптического потока и морфологический анализ изображений.

В первом подходе используется сопоставление изображений или их отдельных локальных областей. При этом многие методы [1,2,18,20,49,65,95] основаны на выделении небольшого множества признаков (яркие и темные точки или их группы, контуры, углы, перекрестья и т.д.). При переходе от кадра к кадру устанавливается соответствие между этими признаками. Например, находятся межкадровые сдвиги в нескольких точках изображения. Далее с учетом физических свойств наблюдаемых объектов (например, предположения об их твердости) значения межкадровых сдвигов интерполируются на остальную

часть изображения. Для применения таких методов необходимы существование и стабильность выбранных признаков, которые могут быть весьма слабо выражены или отсутствовать.

Среди методов, основанных на сопоставлении изображений, отметим метод разложения на множители [97,108], применяемый при восстановлении формы трехмерных объектов и характеристик движения камеры по последовательности кадров изображений. Такая задача возникает, например, в навигации и робототехнике. Нерекуррентный алгоритм, реализующий этот метод предложен в работе [108]. В [97] он обобщен для случая использования в качестве модели изображения конической проекции, учитывающей пространственные искажения за счет перспективы. На изображении выбирается p характерных точек или локальных областей и оцениваются их координаты на k кадрах изображений. По полученной совокупности данных восстанавливается форма объекта и траектория движения камеры. При этом форма объекта считается неизменной. Величина p составляет, как правило, несколько десятков. Решение связано с обработкой матриц, размер которых увеличивается с увеличением числа кадров. При этом время, затрачиваемое на восстановление формы объекта, пропорционально kp^2 . Существенным недостатком такого подхода являются большие вычислительные затраты и необходимость хранения больших объемов данных. С целью уменьшения объема вычислений в работе [91], была предложена рекуррентная реализация метода разложения на множители. При этом оценки формы объекта и траектории движения камеры производятся в каждом кадре. Вычислительные затраты на восстановление формы объекта становятся постоянными и пропорциональными p^2 . Соответственно и обработка последовательности кадров теоретически может вестись в реальном времени. При обработке каждого очередного кадра форма объекта уточняется с применением ортогональных базисных функций, которые могут быть получены с использованием процедуры Грамма-Шмидта. Для дальнейшего уменьшения вычислительных затрат в ряде работ предложено использовать ортогональные итерации с ускорением [77]. Отметим, что даже в рекуррентном варианте метода разложения на множителя требования к вычислительным ресурсам остаются очень высокими и при современном развитии вычислительных средств его реализация в системах реального времени остается проблематичной.

Другой распространенной разновидностью методов, основанных на сопос-

тавлении изображений, являются корреляционно-экстремальные, исходной посылкой которых является предположение о высокой коррелированности характеристик изображений на последовательности кадров [69,78,83,86]. К недостаткам этих методов можно отнести большие вычислительные затраты в случае оценивания многокомпонентного вектора параметров ПД.

Оценка ПД при пространственно-временной фильтрации изображений [67,80,84] достигается за счет фильтрации изображений в пространственной и временной областях. Для этого параметры фильтра подстраиваются по пространственным частотам. Этот подход требует использования информации о ПД изображений, содержащейся во всем изображении, поэтому применим, в основном, для оценки глобальных параметров деформаций, характерных для всего изображения (параллельный сдвиг, поворот и т.д.).

В подходе, основанном на использовании оптического потока, рассматриваются изменения яркости в узлах сетки отсчетов, то есть векторное поле скоростей движения точек яркостей сцены или их характеристик, например, контрастности, градиента, энтропии и т.д. [1,2,4,9,19,32,34,39,44,48,53,55,75,101]. Эти изменения обычно и называют оптическим потоком. Отметим, что в ряде работ такой подход называется также градиентным [77,81,109,110]. При конической проекции трехмерного изображения на плоскость ПД, вообще говоря, неоднозначно связаны с изменением яркости в узлах сетки отсчетов. Тем не менее, как показывают исследования различных авторов [79,92,111], в большинстве приложений оптический поток достаточно полно характеризует ПД изображений последовательности кадров. При описании оптического потока обычно используются дифференциальные уравнения с частными производными. Причем яркость изображения, как правило, считается неизменной во времени. Для вычисления оптического потока применяются методы регуляризации и методы, основанные на ограничениях.

При использовании методов регуляризации оценка оптического потока рассматривается как некорректная задача [62], решение которой получается за счет минимизации некоторого функционала. Ограничения на гладкость этого функционала обычно усложняют нахождение решения. Реализация этих методов часто приводит к итеративным процедурам. При этом для смежных кадров оценивается сдвиг каждой точки изображения, соответствующей узлам сетки

отсчетов [77,81,94]. Например, для движущегося объекта оценивается сдвиг всех его точек, а не только контуров. Однако известен подход [78] к оцениванию оптического потока только в контурах движущихся объектов. Недостатком методов регуляризации является возможность возникновения нарушений непрерывности оцениваемых параметров ПД. Это приводит к тому, что при восстановлении изображений по оцененным параметрам на границах объектов могут возникать разрывы или "распространение" одного объекта внутрь другого. При этом величина этих дефектов зависит от числа итераций и использованных весовых коэффициентов. Кроме того, методы регуляризации во многих случаях ведут к потере части важной информации о форме объектов [72].

Методы, основанные на ограничениях, базируются на предположении, что условие неизменности яркости изображения справедливо и для некоторой другой функции F , в качестве которой могут выступать, например, контрастность, энтропия, выборочное среднее, кривизна, величина градиента, локальная интенсивность, спектр и т.д. Используя набор таких функций, оцененных в одной и той же точке изображений, можно получить систему уравнений для неизвестных параметров ПД [112]. При этом решение получается только в тех случаях, когда система уравнений разрешима, что имеет место не всегда. Другой, более частный прием, состоит в использовании ограничений относительно вторых частных производных яркости изображения [110]. Результаты, полученные при использовании методов, основанных на ограничениях, существенно зависят от выбора функций F . При гладкой оптической области потока в ряде работ [76,94] допускается, что ограничения для точек изображения, смежных с анализируемой точкой, определяют такие же параметры ПД, как для анализируемой точки. Тогда множество одинаковых ограничений в районе исследуемой точки дает переопределенную систему уравнений, которая решается методом наименьших квадратов. Такой прием получил название "многоточечного метода". Он был использован, в частности, в работах [75,76] при оценивании параллельного сдвига изображений.

В методах, основанных на ограничениях, для улучшения оценок ПД применяют предварительную фильтрацию изображений [74,110,112], увеличение локальной области исследования [76], а также фильтрацию полученных оценок [110]. Однако указанные операции приводят также к некоторым неточностям в оценке границ движущегося объекта. Компромисс между точностью оценок и

вычислительными затратами достигается за счет выбора размера локальной области, в которой осуществляется фильтрация. Как правило, эта область имеет размеры от 3×3 до 10×10 элементов. Гладкость решения может быть улучшена увеличением размера обрабатываемой локальной области, но это ведет к потере точности решения на границах подвижного объекта [72], когда в область попадает не только изображение объекта.

В работе [79] предложены и исследованы уравнения оптического потока, использующие характеристику его энергетической плотности и включающие слагаемые, характеризующие его рассеяние. Эти уравнения получили название уравнений расхождения области оптического потока. При этом, если рассеяние равно нулю (как, например, при параллельном сдвиге изображений), то выражения становятся идентичны уравнениям для постоянной яркости.

В работе [72] показано, что если размер локальной области в многоточечных методах равен размеру области гауссовской фильтрации в методах, основанных на ограничениях, то при оценивании параллельного сдвига изображений эти методы дают примерно равную точность оценок. При наличии поворота и изменения масштаба лучшие результаты достигаются при использовании методов, основанных на ограничениях.

Разновидностью метода, основанного на исследовании оптического потока, является использование локальных базисных функций [81,109], применение которых приводит к существенному уменьшению вычислительных затрат. Выбор базисных функций определяется требованиями к точности оценок сдвига и к вычислительным затратам. При наличии в изображениях высоких пространственных частот главным источником погрешностей оценок сдвига являются неточности формирования производных изображения, которые также определяются выбором базисных функций. Предложены различные базисные функции. Так, в работе [99] в качестве базисных функций исследованы линейная (с областью определения $[-1 \ 1]$), кубическая (с областью $[-2 \ 2]$), а также пяти- и семиточечные функции типа $\text{sinc } x$ (с областями соответственно $[-2 \ 2]$ и $[-3 \ 3]$). Объем вычислений растет пропорционально h^2 , где h - линейный размер области определения локальной базисной функции. Показано, что при одной и той же области определения кубические сплайны предпочтительнее функций типа $\text{sinc } x$. Отметим также, что в работе [71] показано, что при дискретизации изображений частота Найквиста с вычислительной точки зрения не является

оптимальной.

Меньшие вычислительные затраты достигаются при использовании частоты дискретизации вдвое превышающей частоту Найквиста.

К недостатку методов, основанных на исследовании оптического потока, можно отнести большие вычислительные затраты, что делает проблематичной их реализации в системах реального времени.

При сжатии видеоинформации часто используется то обстоятельство, что параметры межкадровых аффинных преобразований в любой точке трехугольной или четырехугольной области могут быть определены по сдвигам соответственно трех (при билинейной интерполяции) или четырех (при перспективной интерполяции) точек изображения [68,70,89], расположенных в узлах соответствующей сетки. Использование методов, основанных на исследовании оптического потока, как уже отмечалось, может приводить к нарушениям связности сетки. Например, международные стандарты сжатия видеоинформации H.263 и MPEG используют процедуры оценивания ПД, которым присущ указанный недостаток. Для уменьшения погрешностей при оценке сдвигов узлов сетки в работе [96] используется расширение локальной области. Однако это полностью не решает проблемы и ведет к увеличению объема вычислений. Другим подходом является использование связных сеток. Так, в работе [102] для интерполяции была предложена треугольная и четырехугольная, а в работе [93] - шестиугольная связные сетки, где параметры аффинного преобразования однозначно определяются решением системы соответственно трех, четырех или шести уравнений. Независимая оценка сдвигов каждого узла нежелательна, так как вектора могут пересекаться, нарушая связность сетки. Поэтому при нахождении методом наименьших квадратов векторов сдвигов накладывают ограничения, сохраняющие связность сетки. Предложены различные виды сеток: регулярная, иерархическая, объемная, интеллектуальная и др. Регулярные сетки получают делением области изображения на равные треугольные или прямоугольные элементы [93]. Недостатком этих сеток является их неспособность отражать особенности изображения, например, в один элемент сетки может попасть несколько движущихся объектов. В иерархических сетках движущиеся объекты распределяются по элементам сетки [82]. В объемных сетках элементы стараются согласовать с интересующими особенностями изображений. Если априор-

ная информация о содержании изображения доступна, то может быть использована интеллектуальная сетка, которая использует прогноз трехмерного изображения на плоскость [70].

В подходе, базирующемся на морфологическом анализе изображений [40,41], используется понятие формы изображения [40] как его максимального инварианта. Такой подход позволяет решать задачу оценивания пространственных деформаций, когда другие подходы оказываются неприменимыми, например, для случая произвольного функционального преобразования яркостей. Однако указанный подход также требует большого объема вычислений.

В настоящей книге при построении алгоритмов оценивания ПД последовательностей изображений используется, в основном, подход, основанный на исследовании оптического потока. При этом особое внимание уделяется исследованию возможностей уменьшения вычислительных затрат.

1.2. Синтез алгоритмов оценивания пространственных деформаций методом максимального правдоподобия

Будем считать, что СП $\mathbf{X} = \{x_{\bar{u}}^k : \bar{u} \in U\}$ в моменты времени $k = 1, 2$ задано на некоторой непрерывной области U и модель наблюдений поля $\mathbf{X}$ имеет вид

$$\mathbf{z}^k = \mathbf{x}^k + \boldsymbol{\theta}^k, \quad k = 1, 2, \quad (1.4)$$

где $\boldsymbol{\theta}^k = \{\theta_{\bar{j}}^k\}$ - поле независимых СВ. Кадры $\mathbf{x}^k = \{x_{\bar{j}}^k : \bar{j} \in \Omega_i\}$ случайного поля X являются системой отсчетов кадра $\mathbf{x}^k = \{x_{\bar{u}}^k : \bar{u} \in U\}$ на сетке $\Omega_k = \{\bar{j} = (j_1, \dots, j_n) : j_i = \overline{1, N_i}\}$. При этом положение и форма сеток Ω_k могут изменяться со временем, но индексные размеры $N_1 \times N_2 \times \dots \times N_n$ остаются постоянными. В общем случае требуется оценить форму сетки Ω_2 и найти преобразование Ω_1 в Ω_2 .

Даже для стационарных полей $\mathbf{X}$ оценка формы сетки Ω_2 , то есть оценка взаимного расположения отсчетов $\mathbf{x}^2$, является сложной задачей. Поэтому ограничимся случаем, когда Ω_1 - прямоугольная сетка с единичным шагом. Это, как правило, соответствует реальным изображениям, полученным с помощью телекамер, сканирующих линеек и т.д. Кроме того, сетки Ω_1 и Ω_2 для соседних кадров обычно отличаются друг от друга незначительно и при оценке преобра-

зования Ω_1 в Ω_2 предположение о прямоугольности Ω_1 не приводит к большим погрешностям. Даже применяемые в радиолокации сетки с полярными координатами при малом дискрете локально близки к прямоугольным на некотором удалении от полюса. При стационарности $\mathbf{X}$ может быть найдена условная совместная ПРВ $w(\mathbf{z}^1, \mathbf{z}^2 / f)$, где f - преобразование координат Ω_1 в систему координат Ω_2 . Это позволяет применить различные статистические методы оценивания ПД, например, оценки МП:

$$\hat{f} = \arg \max_f w(\mathbf{z}^1, \mathbf{z}^2 / f). \quad (1.5)$$

При неизвестном наборе параметров преобразования f должны быть оценены координаты $f(\bar{j})$ всех отсчетов $x_{\bar{j}}^{(2)}$ кадра $\mathbf{x}^2$ в системе Ω_1 . Поэтому f в (1.5) в общем случае содержит очень большое число параметров и оценка МП сложна для вычисления. Однако задача упрощается, если вид преобразования f известен и нужно определить только его параметры $\bar{\alpha}$, например, только сдвиг, сдвиг и поворот и т.д. В этом случае оценка (1.5) приобретает вид

$$\hat{\bar{\alpha}} = \arg \max_{\bar{\alpha}} w(\mathbf{z}^1, \mathbf{z}^2 / \bar{\alpha}) \quad (1.6)$$

и содержит, как правило, небольшое число параметров. Такой подход применялся в ряде работ. Например, в [48] получена потенциальная точность оценок для частного случая ПД - параллельного сдвига между двумя сетками зашумленных отсчетов одного плоского гауссовского СП.

Рассмотрим задачу синтеза оптимальных алгоритмов оценивания межкадровых ПД в следующей постановке. Пусть заданы два кадра $\mathbf{z}^1 = \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}$ и $\mathbf{z}^2 = \{z_{\bar{j}}^{(2)}\}$ МИ, определенного на n -мерной сетке отсчетов $\Omega: \{\bar{j} = (j_1, j_2, \dots, j_n)\}$. Будем считать, что каждый из кадров представляет собой аддитивную смесь информационного СП $\{x_{\bar{j}}\}$ и белого СП $\{\theta_{\bar{j}}\}$:

$$\begin{aligned} \{z_{\bar{j}}^{(1)}\} &= \{x_{\bar{j}} + \theta_{\bar{j}}^{(1)}\}, \\ \{z_{\bar{j}}^{(2)}\} &= \{x_{\bar{j}}(\bar{\alpha}) + \theta_{\bar{j}}^{(2)}\}, \quad \bar{j} \in \Omega, \end{aligned} \quad (1.7)$$

где $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T$ - m -мерный вектор неизвестных параметров преобразования СП $\{x_{\bar{j}}\}$ в $x_{\bar{j}}(\bar{\alpha})$, соответствующий каким-либо ПД, например, сдвигу по заданному или неизвестному направлению, изменению масштаба, повороту

и т.д. Известно, что $x_{\bar{j}}$, $\theta_{\bar{j}}^{(1)}$ и $\theta_{\bar{j}}^{(2)}$ однородны и подчиняются гауссовским распределениям с нулевыми средними и заданными ковариационными функциями (КФ) $R_{x_{\bar{j}}, \bar{l}} = M\{x_{\bar{j}}x_{\bar{l}}\}$; $R_{\theta_{\bar{j}}, \bar{l}} = \sigma_{\theta}^2 \delta_{\bar{j}, \bar{l}}$, $\bar{j}, \bar{l} \in \Omega$, где $\delta_{\bar{j}, \bar{l}} = \begin{cases} 1, & \bar{j} = \bar{l}; \\ 0, & \bar{j} \neq \bar{l}. \end{cases}$ - символ Кронекера. Для приведенных условий необходимо синтезировать алгоритмы оценивания неизвестных параметров $\bar{\alpha}$ по совокупности наблюдений $\{z_{\bar{j}}^{(1)}, z_{\bar{j}}^{(2)}\}$, $\bar{j} \in \Omega$, и провести анализ эффективности полученных оценок.

Для решения поставленной задачи запишем совместную плотность распределения вероятностей (ПРВ) двух кадров СП

$$w(\{z_{\bar{j}}^{(1)}, z_{\bar{j}}^{(2)}\} / \bar{\alpha}) = w(\{z_{\bar{j}}^{(1)}\})w(\{z_{\bar{j}}^{(2)}\} / \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}, \bar{\alpha}). \quad (1.8)$$

Условное распределение $w(\{z_{\bar{j}}^{(2)}\} / \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}, \bar{\alpha})$ является гауссовским с математическим ожиданием

$$M\left\{\{z_{\bar{j}}^{(2)}\} / \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}, \bar{\alpha}\right\} = M\left\{x_{\bar{j}}(\bar{\alpha}) / \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}, \bar{\alpha}\right\} = \{\hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha})\}.$$

Заметим, что $\hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha})$ - наилучшая в смысле минимума дисперсии ошибки оценка деформированного кадра СП (прогноз $x_{\bar{j}}(\bar{\alpha})$), сделанный на основе наблюдений $\{z_{\bar{j}}^{(1)}\}$. Ковариационная матрица условного распределения

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_z &= \left\| M\left\{\left(z_{\bar{j}}^{(2)} - \hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha})\right)\left(z_{\bar{l}}^{(2)} - \hat{x}_{\bar{l}}(\bar{\alpha})\right) / \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}, \bar{\alpha}\right\} \right\| = \\ &= \left\| M\left\{\left(x_{\bar{j}}(\bar{\alpha}) - \hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha})\right)\left(x_{\bar{l}}(\bar{\alpha}) - \hat{x}_{\bar{l}}(\bar{\alpha})\right) / \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}, \bar{\alpha}\right\} + \sigma_{\theta}^2 \delta_{\bar{j}, \bar{l}} \right\| = \\ &= \left\| R_{\varepsilon_{\bar{j}}, \bar{l}} + \sigma_{\theta}^2 \delta_{\bar{j}, \bar{l}} \right\|, \quad \bar{j}, \bar{l} \in \Omega, \end{aligned} \quad (1.9)$$

где $\mathbf{R}_{\varepsilon} = \left\| R_{\varepsilon_{\bar{j}}, \bar{l}} \right\|$ - ковариационная матрица ошибок $\{\varepsilon_{\bar{j}} = x_{\bar{j}}(\bar{\alpha}) - \hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha})\}$ прогнозирования деформированного информационного СП $x_{\bar{j}}(\bar{\alpha})$ по наблюдениям первого кадра $\{z_{\bar{j}}^{(1)}\}$, $\bar{j} \in \Omega$.

Для решения задачи оценивания неизвестных параметров $\bar{\alpha}$ воспользуемся методом максимального правдоподобия (МП). Запишем (1.8) с учетом (1.9) в следующем виде

$$w\left(\left\{z_{\bar{j}}^{(1)}, z_{\bar{j}}^{(2)}\right\} / \bar{\alpha}\right) = \frac{w\left(\left\{z^{(1)}\right\}\right)}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{V}_z}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\mathbf{z}^2 - \hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha})\right)^T \mathbf{V}_z^{-1}\left(\mathbf{z}^2 - \hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha})\right)\right\}, \quad (1.10)$$

где индексы $\bar{j}, \bar{l} \in \Omega$, опущены для сокращения записи; N - число точек в области Ω . При наличии шумов зависимостью $\varepsilon_{\bar{j}}$ от $\bar{\alpha}$ можно пренебречь. Тогда максимизация функции правдоподобия

$$L(\bar{\alpha}) = w\left(\left\{z_{\bar{j}}^{(1)}, z_{\bar{j}}^{(2)}\right\} / \bar{\alpha}\right)$$

эквивалентна минимизации следующей квадратичной формы

$$\Lambda(\bar{\alpha}) = \frac{1}{2}\left(\mathbf{z}^2 - \hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha})\right)^T \mathbf{V}_z^{-1}\left(\mathbf{z}^2 - \hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha})\right). \quad (1.11)$$

В ряде задач (в частности, при изображениях больших размеров) произведение $(\hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha}))^T \mathbf{V}_z^{-1} \hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha})$ можно считать не зависящим от параметра $\bar{\alpha}$. Тогда поиск оптимальной оценки сводится к максимизации

$$U(\bar{\alpha}) = (\hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha}))^T \mathbf{V}_z^{-1} \mathbf{z}^2 \quad (1.12)$$

по параметру $\bar{\alpha}$. Заметим, что в соответствии с правилами тензорного исчисления

$$\hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha}) \mathbf{z}^2 = \sum_{\bar{j} \in \Omega} \hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha}) z_{\bar{j}}^{(2)}$$

то есть производится суммирование по одинаковым нижним индексам. Последнюю процедуру нахождения оценки по максимуму $U(\bar{\alpha})$ можно назвать оценочно-корреляционно-экстремальной. Действительно, она заключается в переборе всех возможных значений параметра $\bar{\alpha}$ и нахождении максимума взаимной корреляции

$$U(\bar{\alpha}) = (\hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha}))^T \mathbf{V}_z^{-1} \mathbf{z}^2 = \sum_{\bar{j}, \bar{l} \in \Omega} \hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha}) V_{z_{\bar{j}}, l}^{-1} z_{\bar{l}}^{(2)} \quad (1.13)$$

наблюдений $\{z^{(2)}(\bar{\alpha})\}$ второго кадра СП и оценки информационного СП $\{x_{\bar{j}}(\bar{\alpha})\}$, сделанной на основе первого кадра наблюдений.

После дифференцирования (1.11) по параметру $\bar{\alpha}$ и приравнивания производной нулю получим следующее уравнение для нахождения оценки $\hat{\bar{\alpha}}$ МП

$$\sum_{\bar{j}, \bar{l} \in \Omega} \frac{d\hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha})}{d\bar{\alpha}} V_{z_{\bar{j}, \bar{l}}}^{-1} (z_{\bar{l}}^{(2)} - \hat{x}_{\bar{l}}(\bar{\alpha})) = 0. \quad (1.14)$$

При этом поиск наилучшей оценки может осуществляться, например, с помощью направленного перебора параметров $\bar{\alpha}$, который выполняется до обеспечения условия (1.14). Для детерминированного сигнала $z_{\bar{j}}(\bar{\alpha})$ производная $d\hat{x}_{\bar{j}}(\bar{\alpha})/d\bar{\alpha}$ может рассматриваться как многомерная дискриминационная характеристика.

Таким образом, в результате анализа методом МП получены три вида: (1.11), (1.13) и (1.14) реализаций алгоритма оценивания векторного параметра $\bar{\alpha}$. Для анализа качества оценок воспользуемся неравенством Рао-Крамера.

Известно [26,28], что для несмещенных совместно эффективных оценок компонент вектора $\bar{\alpha}$ ковариационная матрица ошибок определяется следующим выражением

$$\mathbf{B}_{\varepsilon} = \mathbf{M} \left\{ \bar{\varepsilon}_{\alpha} \bar{\varepsilon}_{\alpha}^T \right\} = \left(- \mathbf{M} \left\{ \frac{d^2 \ln w(\{z_{\bar{j}}^{(1)}, z_{\bar{j}}^{(2)}\} / \bar{\alpha})}{d\bar{\alpha}^2} \right\} \right)^{-1},$$

где $\bar{\varepsilon}_{\alpha} = \bar{\alpha} - \hat{\bar{\alpha}}$.

После дифференцирования логарифма ПРВ (1.10) получим

$$\mathbf{B}_{\varepsilon} = \left(\mathbf{M} \left\{ \left(\frac{d \mathbf{x}(\bar{\alpha})}{d\bar{\alpha}} \right)^T \mathbf{V}_z^{-1} \frac{d \mathbf{x}(\bar{\alpha})}{d\bar{\alpha}} \right\} \right)^{-1}. \quad (1.15)$$

Соотношение (1.15) позволяет при определенном виде вектора $\bar{\alpha}$ и заданных моделях СП $\{x_{\bar{j}}(\bar{\alpha})\}$ и помехи $\theta_{\bar{j}}$, $\bar{j} \in \Omega$, дать оценку нижней границы погрешностей, возникающих при решении задачи оценивания параметров ПД изображений.

1.3. Некоторые частные случаи алгоритмов оценивания

Рассмотрим несколько частных случаев применения полученных общих выражений (1.11), (1.13), (1.14) и (1.15) для алгоритмов оценивания параметров ПД и ковариационной матрицы ошибок эффективных несмещенных оценок.

Детерминированные изображения

Предположим, что $x_{\bar{j}} = x_j$, $j = 1, 2, \dots, N$, - отсчеты известной детерминированной функции $z_j^{(1)} = x_j$, $j = 1, 2, \dots, N$, а параметр α является сдвигом h этой функции по оси времени. При этом по наблюдениям $z_j^{(2)} = x_j(h) + \theta_{\bar{j}}$, $j = 1, 2, \dots, N$ необходимо найти оценку $\hat{h}$ неизвестного сдвига h . В этом случае $V_{z_{j,l}} = \sigma_{\theta}^2 \delta_{j,l}$ и оценка МП (1.11) может быть найдена из условия минимума

$$U(\alpha) = \sum_{j=1}^N \left(z_j^{(2)} - z_j^{(1)}(h) \right)^2 \quad (1.16)$$

или из уравнения правдоподобия (1.14)

$$\sum_{j=1}^N \frac{d z_j^{(1)}(h)}{dh} \left(z_j^{(2)} - z_j^{(1)}(h) \right) = 0. \quad (1.17)$$

Минимальная дисперсия ошибки оценивания (1.15) в рассматриваемом примере определяется соотношением

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\sum_{j=1}^N \left(\frac{d z_j^{(1)}(h)}{dh} \right)^2}. \quad (1.18)$$

Смысл записанных процедур становится очевидным для линейной функции $z_j^{(1)}(h) = a(jT - h)$, $j = \overline{1, N}$, для которой минимальная дисперсия погрешности оценки $\sigma_{\varepsilon}^2 = \sigma_{\theta}^2 / a^2 N$ или $\sigma_{\theta}^2 / T^2 = 1/N g$, где T - интервал времени между соседними отсчетами; $g = (aT)^2 / \sigma_{\theta}^2$ - отношение квадрата величины приращения процесса $z_j^{(1)}$ на интервале T и дисперсии помехи.

Пусть $z_{j_1, j_2}^{(1)}$, $j_1, j_2 \in \Omega$, - детерминированная функция двух дискретных переменных заданная в двумерной области Ω . Для случая, когда α является неизвестным углом φ поворота кадра $z_{j_1, j_2}^{(1)}$ относительно некоторой точки (j_{10}, j_{20}) , при этом необходимо дать оценку $\hat{\varphi}$ по наблюдениям $z_{j_1, j_2}^{(2)} = x_{j_1, j_2}^{(1)}(\varphi) + \theta_{j_1, j_2}$, $j_1, j_2 \in \Omega$. Наилучшая оценка находится из условия минимума (1.13):

$$U(\alpha) = \sum_{j_1, j_2 \in \Omega} \left(z_{j_1, j_2}^{(2)} - z_{j_1, j_2}^{(1)}(\varphi) \right)^2,$$

а минимальная дисперсия погрешности этой оценки составит величину

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\sum_{j_1, j_2 \in \Omega} \left(\frac{d z_{j_1, j_2}^{(1)}(\varphi)}{d\varphi} \right)^2}. \quad (1.19)$$

Заметим, что если функция $z_j^{(1)}$ или $z_{j_1, j_2}^{(1)}$ задана только в области Ω , то минимальная дисперсия увеличивается при ненулевых h . Например, при $z_j^{(1)}(h) = a(jT - h)$ на интервале $T \leq jT - h \leq NT$ и $h/T < N$, число ненулевых слагаемых в (1.18) будет равно $N - \text{int}(h/T)$, где $\text{int}(h/T)$ - целая часть h/T . Если же $h/T \geq N$, то сдвиг оценить невозможно.

Для модели наблюдений $z_j^{(1)} = x_{\bar{j}} + \theta_j^{(1)}$, $z_j^{(2)} = x_{\bar{j}}(\alpha) + \theta_j^{(2)}$, $j \in \Omega$, структура рассмотренных алгоритмов сохранится, но минимальная дисперсия ошибки увеличится, так как в числителе формул (1.18) и (1.19) будет уже сумма дисперсий $\sigma_{\theta_1}^2 + \sigma_{\theta_2}^2$ помех.

Если функция $x_{\bar{j}}$ задана с точностью до неизвестных параметров, например $x_{\bar{j}} = \gamma \bar{j} + \beta$, где γ и β - неизвестны, то одновременно с оценкой α нужно оценивать и параметры γ и β по максимуму $w(\{z_j^{(1)}, z_j^{(2)}\} / \bar{\alpha}, \bar{\gamma})$. Тогда знаменателем в (1.10) уже нельзя пренебречь. Когда вид функции $x_{\bar{j}}(\alpha)$ неизвестен можно осуществлять интерполяцию $\mathbf{x}^1$, основанную на каком-то представлении о поведении функции.

Случайные изображения

Предположим теперь, что $x_j(\alpha)$, $j \in \Omega$, - реализация СП. Заметим, что если во всех экспериментах наблюдается одна и та же реализация, то задача оценивания сводится к предыдущей. Если же в каждом эксперименте по оцениванию параметра α формируется новая (очередная) реализация СП, то нас будет интересовать среднеквадратическая погрешность по множеству таких реализаций, а также особенности процедур (1.11), (1.13) и (1.14) оценивания неизвестного параметра. Именно такие задачи и рассматриваются ниже.

Оценивание сдвигов случайных последовательностей

Пусть x_j , $j = \overline{1, N}$ - реализация случайной последовательности на интервале $j = 1, 2, \dots, N$. Необходимо по совокупности наблюдений $z_j^{(1)} = x_j$, $z_j^{(2)} = x_j(h) + \theta_j$, $j = \overline{1, N}$, дать оценку параметра временного сдвига h . В этом случае наилучший прогноз при линейной интерполяции значений $z_j^{(1)} = x_j$ представляет собой просто $\hat{z}_j(h) = z_j^{(1)}(h)$. Дисперсия ошибки такого прогноза зависит от вида случайного сигнала. Предположим, что x_j описывается авторегрессионным уравнением вида [10]

$$x_j = \rho x_{j-1} + \sigma \sqrt{1 - \rho^2} \xi_j, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (1.20)$$

где ρ - коэффициент корреляции между соседними значениями x_{j-1} и x_j ; ξ_j - некоррелированные гауссовские величины с нулевыми средними и единичной дисперсией

$$M\{x_j\} = 0, \quad M\{x_j^2\} = \sigma_x^2.$$

Для определения ковариационной матрицы (1.9)

$$\|R_{z_{j,l}}\| = \left\| M\left\{ \left(x_j(h) - \hat{x}_j(h) \right) \left(x_l - \hat{x}_l(h) \right) / \left\{ x_1, x_2, \dots, x_N \right\}, h \right\} + \sigma_\theta^2 \delta_{j,l} \right\|$$

необходимо найти поведение случайной последовательности между целочисленными отсчетами. Это можно сделать на основе известных методов теории непрерывно-дискретной фильтрации [85]. Однако в рассматриваемой задаче элементы матрицы ошибок прогноза обычно намного меньше дисперсии шума. Поэтому будем полагать $R_{z_{j,l}} \cong \sigma_\theta^2 \delta_{j,l}$. Тогда алгоритмы оценивания сдвига случайной последовательности совпадают с (1.16) и (1.17).

Для нахождения минимально достижимой дисперсии ошибки оценивания сдвига (1.15)

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\left(\sum_{j=1}^N \left(\frac{d\hat{x}_j(h)}{dh} \right)^2 \right)} \quad (1.21)$$

необходимо вычислить среднее значение квадрата производной $d\hat{x}_j(h)/dh$.

При линейной интерполяции

$$\frac{d\hat{x}_j(h)}{dh} \cong \frac{x_j - x_{j-1}}{T},$$

поэтому

$$M \left(\frac{d\hat{x}_j(h)}{dh} \right)^2 \cong \frac{1}{T^2} 2\sigma_x^2 (1 - R(1)),$$

где $R(1) = \frac{1}{\sigma_x^2} M \{x_j x_{j-1}\}$ - нормированная КФ случайной последовательности $\{x_j\}$. Таким образом,

$$\frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{T^2} \cong \frac{\sigma_{\theta}^2}{2N\sigma_x^2 (1 - R(1))}. \quad (1.22)$$

В частности, для последовательности, описываемой уравнением (1.20), получаем

$$\frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{T^2} \cong \frac{1}{2Ng(1 - \rho)}, \quad (1.23)$$

где $g = \sigma_x^2 / \sigma_{\theta}^2$ отношение дисперсий информационной последовательности и помехи.

Оценивание сдвига двумерного изображения

Рассмотрим теперь оценивание сдвига h двумерного СП z_{j_1, j_2} , $j_1, j_2 \in \Omega$, по одной из координат j_1 или j_2 . Пусть СП задано разностным стохастическим уравнением

$$x_{j_1 j_2} = \rho x_{(j_1-1), j_2} + r x_{j_1, (j_2-1)} - \rho r x_{(j_1-1), (j_2-1)} + \sigma_x \sqrt{(1 - \rho^2)(1 - r^2)} \xi_{j_1 j_2},$$

где ρ и r коэффициенты корреляции между соседними значениями по строке и столбцу соответственно; ξ_{j_1, j_2} - независимые гауссовские случайные величины с нулевыми средними и единичными дисперсиями;

$$M\{x_{j_1, j_2}\} = 0, \quad M\{x_{j_1, j_2}^2\} = \sigma_x^2.$$

Пусть, как и в предыдущем примере,

$$z_{j_1, j_2}^{(1)} = x_{j_1, j_2}; \quad z_{j_1, j_2}^{(2)} = x_{j_1, j_2}(h) + \theta_{j_1, j_2}; \quad j_1 = \overline{1, N}; \quad j_2 = \overline{1, N}.$$

Нетрудно убедиться, что оценка МП определяется из условия (1.11)

$$\min_{\alpha} U(h) = \min_{\alpha} \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \left(z_{j_1, j_2}^{(2)} - z_{j_1, j_2}^{(1)}(h) \right)^2.$$

Полагая, что h - сдвиг по координате j_1 , находим

$$M\left\{\left(\frac{dx_{j_1, j_2}(h)}{dh}\right)^2\right\} \cong M\left\{\left(\frac{x_{j_1, j_2} - x_{(j_1-1), j_2}}{T}\right)^2\right\} = \frac{1}{T^2} 2\sigma_x^2(1 - R(1)),$$

где $R(1) = \frac{1}{\sigma_x^2} M\{x_{j_1, j_2} x_{(j_1-1), j_2}\}.$

Таким образом, минимальная дисперсия ошибки определяется формулой (1.23), но необходимо учесть, что общее число N точек в области Ω равно произведению $N_1 N_2$.

При отсутствии помехи в наблюдениях $z_{\bar{j}}^{(1)} = x_{\bar{j}}$ аналогично могут быть найдены и другие параметры, например поворот кадра или совместные сдвиги и повороты, и др.

1.4. Оценивание марковских сдвигов изменяющихся изображений

При решении многих прикладных задач требуется дать оценку пространственного сдвига временных сечений МИ. Наиболее часто эта проблема встречается при обработке последовательностей двумерных изображений, полученных с помощью нестабильных во времени телевизионных камер. В этом случае оценка сдвига является составной частью алгоритмов улучшения изображений, выделения аномалий, обнаружения, распознавания объектов сложной формы и других процедур статистического анализа изображений.

Для решения поставленной задачи обычно используются корреляционно-экстремальные методы [6,29]. Однако при их практической реализации применительно к цифровой обработке изображений значительных размеров в реальном масштабе времени возникают практически непреодолимые технические трудности. Поэтому существует необходимость разработки относительно простых рекуррентных алгоритмов оценивания сдвига изображений, пригодных для реализации на базе современных вычислительных средств.

Представим модель наблюдений дискретизированного изображения в следующем виде:

$$\mathbf{z}^k = \mathbf{x}^k(\bar{h}_k) + \boldsymbol{\theta}^k = \mathbf{x}^k + \boldsymbol{\theta}^k, \quad (1.24)$$

где нелинейная тензорная [13] функция $\mathbf{x}^k(\bar{h}_k)$, $k = 1, 2, \dots$, $\bar{j} \in \Omega$, векторного аргумента $\bar{h}_k$ определяет n -мерный кадр $\mathbf{x}^k = x_{\bar{j}}^{(k)}$, заданный на сдвинутой на $\bar{h}_k$ в n -мерном пространстве прямоугольной сетке

$$\Omega: \{\bar{j} = (j_1, j_2, \dots, j_n)^T, j_1 = \overline{1, N_1}, j_2 = \overline{1, N_2}, \dots, j_n = \overline{1, N_n}\},$$

$\boldsymbol{\theta}^k = \{\theta_{\bar{j}}^k\}$ - мешающее поле, которое во многих случаях можно полагать полем независимых гауссовских величин с нулевым средним и автоковариационным тензором $\mathbf{V}_{\theta} = \mathbf{M}\{\theta_{\bar{j}}^k \otimes \theta_{\bar{l}}^k\}$, $\bar{j}, \bar{l} \in \Omega$. Величина сдвига по каждой из координат определяется соответствующей компонентой вектора $\bar{h}_k = (h_{1k} \ h_{2k} \ \dots \ h_{nk})^T$, описываемого следующим стохастическим разностным уравнением:

$$\bar{h}_k = \mathfrak{R}_k \bar{h}_{k-1} + \bar{\zeta}_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1.25)$$

где $\mathfrak{R}_k$ - $n \times n$ матрица; $\bar{\zeta}_k$ - n -мерный белый гауссовский шум с нулевым средним и ковариационной матрицей $\mathbf{V}_{\zeta}$.

Для описания СП $\mathbf{x}^k$ воспользуемся тензорным стохастическим разностным уравнением

$$\mathbf{x}^k = \wp^k \mathbf{x}^{k-1} + \boldsymbol{\xi}^k, \quad (1.26)$$

где $\mathbf{x}^0 = \mathbf{0}_{\bar{j}}$; $\wp^k \mathbf{x}^k = \sum_{l_1} \sum_{l_2} \dots \sum_{l_n} \rho_{\bar{j}, l_1 l_2 \dots l_n} x_{l_1 l_2 \dots l_n}^k$; $\boldsymbol{\xi}^k = \{\xi_{\bar{j}}^k, \bar{j} \in \Omega\}$ - система неза-

висимых гауссовских величин с нулевыми средними и известным ковариационным тензором $\mathbf{V}_{\xi}^k = \mathbf{M}\{\xi_{\bar{j}}^k \otimes \xi_{\bar{l}}^k\}$, $\bar{j} \in \Omega$, $\bar{l} \in \Omega$.

Решение задачи одновременного оценивания СП $\{x_j^k\}$ и вектора сдвига $\bar{h}_k$ может быть найдено с помощью метода инвариантного погружения [13,46]. Для изображений больших размеров, как правило, выполняется условие малых взаимных ошибок одновременного оценивания СП и параметров $\bar{h}_k$. В этом случае с учетом соотношений (1.24) и (1.25) можно получить [14] следующие рекуррентные соотношения для оценивания вектора сдвига $\bar{h}_k$:

$$\hat{h}_k = \hat{h}_{yk} + \mathbf{P}^k \mathbf{V}_\theta^{-1} \frac{d\hat{\mathbf{x}}_y^k(\hat{h}_{yk})}{d\hat{h}_{yk}} (\mathbf{z}^k - \hat{\mathbf{x}}_y^k(\hat{h}_{yk})), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1.27)$$

$$\mathbf{P}^k = \mathbf{P}_y^k \left(\mathbf{I} + \frac{d\hat{\mathbf{x}}_y^k(\hat{h}_{yk})}{d\hat{h}_{yk}} \mathbf{V}_\theta^{-1} \left(\frac{d\hat{\mathbf{x}}_y^k(\hat{h}_{yk})}{d\hat{h}_{yk}} \right)^T \mathbf{P}_y^k \right)^{-1}, \quad (1.28)$$

где $\hat{h}_{yk} = \Re_k \hat{h}_k$; $\hat{\mathbf{x}}_y^k(\hat{h}_{yk}) = \wp^k \hat{\mathbf{x}}^{k-1}$; $\hat{\mathbf{x}}^k$ - оценка очередного k -го кадра изображения, найденная с помощью тензорного фильтра Калмана [13,46].

Соотношения (1.27), (1.28) соответствуют обычным процедурам рекуррентного оценивания, в которых осуществляется суммирование произведений сигналов ошибки $(\mathbf{z}^k - \hat{\mathbf{x}}_y^k(\hat{h}_{yk}))$ на величину производной СП по каждой из n координат. При больших размерах $N_1, N_2, \dots, N_n$ поля ковариационная матрица $\mathbf{P}^k$ ошибок фильтрации близка к диагональной, тогда процедура фильтрации распадается на n отдельных каналов, связанных между собой только оценками сдвига. В каждом из таких каналов вычисление оценок компонент сдвига осуществляется по следующим формулам:

$$\hat{h}_{ki} = \hat{h}_{yk} + P_k (\sigma_\theta^2)^{-1} \sum_j \frac{\partial \hat{x}_j(\hat{h}_{yk})}{\partial \hat{h}_{yk}} \left(z_j^k - x_j^k(\hat{h}_{yk}) \right), \quad (1.29)$$

$$P_k = \frac{P_{yk}}{1 + (\sigma_\theta^2)^{-1} \sum_j \left(\frac{\partial \hat{x}_j(\hat{h}_{yk})}{\partial \hat{h}_{yk}} \right)^2 P_{yk}}, \quad (1.30)$$

где в предположении $\Re = r\mathbf{I}$; $\mathbf{V}_\theta = \sigma_\theta^2 \mathbf{I}$; $\mathbf{V}_\xi = \sigma_\xi^2 \mathbf{I}$ экстраполированные значения оценок и дисперсий ошибок определяются как

$$\hat{h}_{yk} = r\hat{h}_{k-1}; P_{yk} = r^2 P_{k-1} + \sigma_{\xi}^2.$$

При этом диагональные элементы P_k вычисляются по формуле

$$P_k = \frac{P_{yk}}{(1 + \gamma_k P_{yk})}. \quad (1.31)$$

Для однородных полей больших размеров параметр

$$\gamma_k = \frac{\sum_{\bar{j}} \frac{\partial \hat{x}^{yk}(\hat{h}_{yk})}{\partial \hat{h}_{yk}}}{\sigma_{\theta}^2}$$

имеет очень малую относительную дисперсию и при расчетах ковариации ошибок может быть приближенно заменен математическим ожиданием. Тогда на основе соотношения (1.30) можно рассчитать дисперсию ошибки P_k оценивания сдвига на k -м шаге фильтрации в зависимости от величины γ и параметров r и σ_{ξ}^2 . Результаты расчетов показывают, что дисперсия ошибки монотонно убывает и при $\sigma_{\xi}^2 = (1 - r^2)\sigma_h^2$ стремится к установившемуся значению, определяемому выражением

$$P \cong \frac{(\gamma\sigma_h^2 + 1)(1 - r^2)}{2r^2\gamma} \left(\sqrt{1 + \frac{4r^2\gamma\sigma_h^2}{(\gamma\sigma_h^2 + 1)^2(1 - r^2)}} - 1 \right). \quad (1.32)$$

При $\gamma\sigma_h^2(1 - r^2) \gg 1$ эта формула упрощается и принимает вид $P \cong 1/\gamma$.

Анализ уравнений фильтрации с помощью статистического моделирования показывает, что для решения реальных задач оценивания сдвига изображений по выходным сигналам фотоприемных матриц размером $N_1 = N_2 \geq 100$ элементов указанные условия обычно выполняются и результаты эксперимента отличаются от расчетов по формуле (1.31) на величины, объясняемые конечным числом используемых реализаций СП. В этих условиях при $1 - r \ll 1$ алгоритм (1.27) преобразуется в следующую процедуру оценки межкадрового сдвига

$$\hat{h}_k = \sum_{\bar{j}} \frac{\frac{\partial \hat{x}_j^{yk}}{\partial \hat{h}_k} (z_j^k - \hat{x}_j^{yk})}{\sum_{\bar{j}} \left(\frac{\partial \hat{x}_j^{yk}}{\partial \hat{h}_k} \right)^2}. \quad (1.33)$$

Если, например, при $m = 1$ для вычисления производных использовать квадратичную аппроксимацию, то

$$\frac{\partial x_j^{yk}}{\partial h_k} = \frac{\hat{x}_{(j_1+1),j_2}^{yk} - \hat{x}_{(j_1-1),j_2}^{yk}}{2} \quad (1.34)$$

и алгоритм (1.33) может быть легко реализован. Кроме того, при малых уровнях σ_0^2 аддитивных помех возможна замена значений $\hat{x}_j^{yk}$ поля на наблюдения z_j^k , что приводит к увеличению погрешности оценивания, но резко сокращает вычислительные затраты.

Результаты статистического моделирования ряда квазиоптимальных алгоритмов оценивания изменяющихся сдвигов, полученных на базе процедуры (1.29) приведены во второй главе и работе [53]. Они дают возможность осуществить рациональный выбор вариантов построения современных и перспективных систем обработки последовательностей зашумленных изменяющихся изображений больших размеров со случайными деформациями пространственной сетки отсчетов.

1.5. Компенсационный подход при оценивании межкадровых пространственных деформаций

Исследуем обоснованность определения параметров ПД на основе минимизации ошибок прогноза $\hat{\mathbf{z}}^k(\bar{\alpha})$ наблюдений изображения $\mathbf{z}^k$ по наблюдениям изображения $\mathbf{z}^{k-1}$. Эту задачу можно рассматривать как задачу минимизации остатков компенсации $\mathbf{z}^{k-1}$, поэтому такие оценки ПД можно условно назвать компенсационными.

Рассмотрим условия получения компенсационных оценок. Пусть поле $\mathbf{X}$ - гауссовское, однородное, имеет нулевое среднее и КФ

$$V(i, \bar{u}) = M \left\{ \mathbf{x}_{\bar{v}}^l \mathbf{x}_{\bar{v}+\bar{u}}^{l+i} \right\} = \sigma_x^2 \rho(|i|, |u_1|, \dots, |u_n|), \quad (1.35)$$

где $\rho(|i|, |u_1|, \dots, |u_n|)$ - коэффициент корреляции поля $\mathbf{X}$ на расстоянии $|i|$ по времени и на расстоянии $|u_k|$ по k -й пространственной оси. Шум θ в модели наблюдений (1.4) также будем предполагать гауссовским с нулевым средним и постоянной дисперсией σ_θ^2 . По наблюдениям $\mathbf{z}^1$ в узлах прямоугольной сетки

Ω_1 с единичным шагом и наблюдениям $\mathbf{z}^2$ в узлах некоторой сетки Ω_2 требуется оценить параметры $\bar{\alpha}$ ПД кадров $\mathbf{x}^1$ и $\mathbf{x}^2$.

Для приведенных условий и модели (1.4) задача нахождения оптимальной оценки $\hat{\bar{\alpha}}$ параметров преобразования $f(\bar{j}, \bar{\alpha})$ системы координат Ω_2 в Ω_1 в общем виде рассмотрена в разделе 1.2. Если для определенности выбрать оси сетки Ω_1 совпадающими с осями координат, в которых задана КФ (1.35), то гауссовская совместная ПРВ кадра $\mathbf{x}^1$ и его наблюдений $\mathbf{z}^1$ может быть легко найдена из (1.4) и (1.35). При заданном векторе параметров $\bar{\alpha}$ положение сетки Ω_2 относительно Ω_1 становится определенным и возможно нахождение совместной условной ПРВ $w(\mathbf{Z} / \bar{\alpha})$ наблюдений. Оценка МП $\hat{\bar{\alpha}}$ максимизирует $w(\mathbf{Z} / \bar{\alpha})$ при имеющихся наблюдениях $\mathbf{Z}$ за счет минимизации функционала

$$(1.11) \quad J(\mathbf{Z}, \bar{\alpha}) = \left(\mathbf{z}^2 - \hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha}) \right)^T \mathbf{V}_z^{-1} \left(\mathbf{z}^2 - \hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha}) \right) = \mathbf{Z}^T \mathbf{V}_z^{-1} \mathbf{Z}$$

$$\hat{\bar{\alpha}} = \arg \min_{\bar{\alpha}} \mathbf{Z}^T \mathbf{V}_z^{-1} \mathbf{Z} = \arg \min_{\bar{\alpha}} J(\mathbf{Z}, \bar{\alpha}), \quad (1.36)$$

где $\mathbf{V}_z$ - ковариационная матрица наблюдений $\mathbf{Z}$. Отметим, что нахождение точки максимума $w(\mathbf{Z} / \bar{\alpha})$ представляет трудоемкую вычислительную задачу, решение которой в системах реального времени весьма затруднительно.

Функционал $J(\mathbf{Z}, \bar{\alpha})$ определяет расстояние выборки $\mathbf{Z}$ до начала координат при ковариационной матрице $\mathbf{V}_z$, оценка (1.36) это расстояние минимизирует. Рассмотрим функционал $J(\mathbf{Z}, \bar{\alpha})$ подробнее. В работе [13] показано, что

$$J(\mathbf{Z}, \bar{\alpha}) = \mathbf{Z}^T \mathbf{L}^{-1}(\bar{\alpha})(\mathbf{Z} - \mathbf{Z}^*(\bar{\alpha})) = \mathbf{Z}^T \mathbf{L}^{-1}(\bar{\alpha}) \Delta_Z(\bar{\alpha}), \quad (1.37)$$

где $\mathbf{Z}^*(\bar{\alpha})$ - оптимальный (в данном случае - линейный) прогноз наблюдений $\mathbf{Z}$ в точку; $\Delta_Z(\bar{\alpha})$ - ошибки этого прогноза (остатки компенсации в точку); $\mathbf{L}(\bar{\alpha})$ - диагональная матрица дисперсий ошибок $\Delta_Z(\bar{\alpha})$. При использовании прогноза в область [13] (использовании прогноза $\hat{\mathbf{z}}^2(\bar{\alpha})$ наблюдений $\mathbf{z}^2$ по наблюдениям $\mathbf{z}^1$), можно получить другое представление:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{Z}, \bar{\alpha}) &= \left(\mathbf{z}^1 \right)^T \mathbf{N}_1^{-1}(\bar{\alpha}) \left(\mathbf{z}^1 - \hat{\mathbf{z}}^1(\bar{\alpha}) \right) + \left(\mathbf{z}^2 \right)^T \mathbf{N}_2^{-1}(\bar{\alpha}) \left(\mathbf{z}^2 - \hat{\mathbf{z}}^2(\bar{\alpha}) \right) = \\ &= \left(\mathbf{z}^1 \right)^T \mathbf{N}_1^{-1}(\bar{\alpha}) \hat{\Delta}_1(\bar{\alpha}) + \left(\mathbf{z}^2 \right)^T \mathbf{N}_2^{-1}(\bar{\alpha}) \hat{\Delta}_2(\bar{\alpha}), \end{aligned} \quad (1.38)$$

где $\hat{\Delta}_1(\bar{\alpha})$ - ошибки прогноза $\hat{\mathbf{z}}^1(\bar{\alpha})$; $\mathbf{N}_1(\bar{\alpha})$ - ковариации ошибок $\hat{\Delta}_1(\bar{\alpha})$; $\hat{\mathbf{z}}^2(\bar{\alpha})$ - прогноз $\mathbf{z}^1$ по $\mathbf{z}^2$; $\mathbf{N}_2(\bar{\alpha})$ - ковариации ошибок $\hat{\Delta}_2(\bar{\alpha})$ прогноза $\hat{\mathbf{z}}^2(\bar{\alpha})$. Отметим,

что выбор вида представления $J(Z, \bar{\alpha})$ для синтеза квазиоптимальных алгоритмов определяется условиями конкретной задачи.

Экспериментальные исследования показывают, что качество оценок $\hat{\bar{\alpha}}$, полученных минимизацией остатков компенсации $\Delta_Z(\bar{\alpha})$, $\hat{\Delta}_1(\bar{\alpha})$ или $\hat{\Delta}_2(\bar{\alpha})$, лишь незначительно уступает оценкам, полученным минимизацией функционала $J(Z, \bar{\alpha})$. Выбор вида остатков компенсации определяется также условиями решаемой задачи. Например, если задачей оценивания ПД является последующая оптимальная компенсация очередного кадра $\mathbf{z}^2$ по предыдущему кадру $\mathbf{z}^1$, удобнее всего использовать $\hat{\Delta}_2(\bar{\alpha}) = \mathbf{z}^2 - \hat{\mathbf{z}}^2(\bar{\alpha})$. Тогда из условия минимизации среднего квадрата межкадровой разности получаем оценку

$$\hat{\bar{\alpha}} = \arg \min_{\bar{\alpha}} M \left\{ \sum_{\bar{j}} (\mathbf{z}_{\bar{j}}^{(2)} - \hat{\mathbf{z}}_{\bar{j}}^{(2)}(\bar{\alpha}))^2 \right\}. \quad (1.39)$$

Дальнейшая конкретизация этой оценки достигается применением различных прогнозов $\hat{\mathbf{z}}_{\bar{j}}^{(2)}(\bar{\alpha})$. При этом может быть использован как оптимальный прогноз, так и различные интерполяции наблюдений $\mathbf{z}^1$, определенных только на сетке Ω_1 .

Обоснованность компенсационных оценок подтверждает также анализ уравнений фильтрации марковских сдвигов МИ. Действительно, уравнение (1.27) показывает, что поправка к экстраполированной оценке $\hat{h}_{y_k}$ сдвигов прямо пропорциональна рассогласованию $\Delta^k = \left(\mathbf{z}^k - \hat{\mathbf{x}}_y^k(\hat{h}_{y_k}) \right)$. Следовательно, происходит оптимизация прогноза или минимизация остатков компенсации очередного кадра наблюдений $\mathbf{z}^k$ при специальном выборе прогноза, вид которого определяется исходя из заданных моделей изображений и деформаций.

Заметим, что, строго говоря, компенсационные оценки оценивают не сами параметры $\bar{\alpha}$ межкадровых ПД, а только оптимизируют выбранную компенсацию в смысле некоторой метрики. Однако при удачном выборе функции прогноза компенсационный подход может обеспечивать достаточно эффективные оценки, в том числе и для негауссовских полей. На основе этого подхода разработано большое количество квазиоптимальных неадаптивных алгоритмов измерения межкадровых параллельных сдвигов двумерных изображений [9,44,53,55,59], ряд из которых рассмотрен во второй главе.

1.6. Методы синтеза алгоритмов в условиях априорной неопределенности

Синтез алгоритмов обработки реальных МИ приходится производить при наличии сложного комплекса мешающих факторов: временная и пространственная неоднородность характеристик полезных сигналов и помех, неоднородность чувствительности и дефекты датчиков, импульсные помехи и т.д. Даже если все мешающие факторы могли бы быть учтены в полной мере, модель МИ оказалась бы очень сложной, а алгоритмы обработки МИ, основанные на такой модели, - нереализуемыми в реальном времени. К тому же, указанные факторы по своей природе случайны и в описании реальных МИ может присутствовать априорная неопределенность. Таким образом, синтез алгоритмов оценивания параметров ПД МИ, как правило, приходится производить в условиях сложного комплекса мешающих факторов и априорной неопределенности.

Адаптивный байесовский подход к задаче оценивания пространственно-временных деформаций изображений

Принципы синтеза решающих правил и методы решения ряда задач обработки сигналов в условиях априорной неопределенности глубоко проработаны в литературе [5,8,21,22,43,66]. Основой для синтеза решающих правил может служить общий байесовский подход [43]. Он состоит в выборе наилучшего алгоритма обработки данных в условиях априорной неопределенности, исходя из минимума ожидаемых потерь. При неполноте априорного описания данных недостающая информация извлекается из самих же данных. В этом смысле разнообразие известных алгоритмов обработки информации состоит в различии способов и меры использования априорной и поступающей информации.

Для нахождения оптимального вектора $\bar{\alpha}^*$ параметров межкадровых ПД в соответствии с принятой в разделе 1.1 моделью формирования последовательности кадров МИ (рис. 1.2) необходимы модель наблюдения изображений $\mathbf{z}^{k-1}$ и $\mathbf{z}^k$, модель преобразования координат $\bar{j}$ отсчетов, определяемая вектором параметрами $\bar{\alpha}$, и критерий оптимальности. Разность выходных величин объекта исследования (наблюдаемого изображения $\mathbf{z}^k$) и оценок $\hat{\mathbf{x}}^k$ образует невязку

$$\left\{ \varepsilon_{\bar{j}} \left(\mathbf{z}^{k-1}, \mathbf{z}^k, \bar{\alpha} \right) \right\} = \left\{ \mathbf{z}^{(k)} - \hat{\mathbf{x}}_{\bar{j}}^{(k)} \right\}. \quad (1.40)$$

В рамках байесовского подхода соответствие модели наблюдаемому изображению определяется некоторым критерием качества

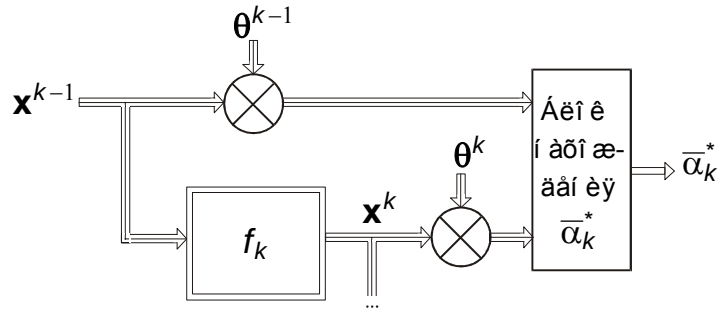


Рис. 1.3. Структурная схема оценивания межкадровых ПД изображений.

$$J(\bar{\alpha}) = M \left\{ F(\varepsilon(\mathbf{z}^{k-1}, \mathbf{z}^k, \bar{\alpha})) \right\} \quad (1.41)$$

где $F(\cdot)$ - функция потерь. Критерий качества (1.41) представляет собой средние потери; чем они меньше, тем лучше оценены параметры.

В общем случае наблюдения Z включают в себя все кадры изображений $\mathbf{z}^1, \mathbf{z}^2, \dots, \mathbf{z}^n$. Однако, если требуется оценка межкадровых ПД, то наблюдения Z включают только кадры $\mathbf{z}^{k-1}$ и $\mathbf{z}^k$, $k = 2, 3, \dots, n$. Структурная схема такого оценивания приведена на рис 1.3. Задача оценки межкадровых ПД является наиболее характерной для практики, поэтому во второй и третьей главах ей уделено наибольшее внимание.

Наиболее распространенные функции потерь - квадратичные $F(\varepsilon_j) = \varepsilon_j^2$, приводящие к методу наименьших квадратов, то есть к решению системы линейных алгебраических уравнений. Оптимальное решение $\bar{\alpha}^*$ при этом выражается, как правило, в явной аналитической форме через КФ. При неквадратичной функции потерь минимизация критериев качества приводит к необходимости решения нелинейных систем уравнений. В этом случае оптимальное решение обычно может быть найдено лишь приближенно. Если функция $F(\varepsilon)$ дважды дифференцируема по аргументу, то условия, определяющие оптимальное решение при $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}^*$ записываются в виде [66]

$$\nabla J(\bar{\alpha}) = M \left\{ \nabla_{\bar{\alpha}} F(\varepsilon(Z, \bar{\alpha})) \right\} = 0, \quad (1.42)$$

$$\nabla^2 J(\bar{\alpha}) = M \left\{ \nabla_{\bar{\alpha}}^2 F(\varepsilon(Z, \bar{\alpha}^*)) \right\} > 0, \quad (1.43)$$

где оператор

$$\nabla = \nabla_{\bar{\alpha}} = \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \alpha_m} \right)$$

является вектор-столбцом, а m - размерность вектора $\bar{\alpha}$. Для упрощения записи в (1.43) полагается

$$\nabla \nabla^T J(\bar{\alpha}) = \nabla^2 J(\bar{\alpha}).$$

Векторы

$$\nabla J(\bar{\alpha}) = \left(\frac{\partial J(\bar{\alpha})}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial J(\bar{\alpha})}{\partial \alpha_m} \right)$$

и

$$\nabla_{\bar{\alpha}} F(\varepsilon(Z, \bar{\alpha})) = \left(\frac{\partial F(\varepsilon(Z, \bar{\alpha}))}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial F(\varepsilon(Z, \bar{\alpha}))}{\partial \alpha_m} \right),$$

представляют собой градиенты средних потерь и функции потерь соответственно, а матрицы

$$\nabla^2 J(\bar{\alpha}) = \left\| \frac{\partial^2 J(\bar{\alpha})}{\partial \alpha_n \partial \alpha_k} \right\|_{n,k=1,\overline{m}} \quad (1.44)$$

и

$$\nabla = \left\| \frac{\partial^2 F(\varepsilon(Z, \bar{\alpha}))}{\partial \alpha_n \partial \alpha_k} \right\|_{n,k=1,\overline{m}}, \quad (1.45)$$

входящие в (1.43), представляют собой матрицы Гессе - матрицы вторых производных средних потерь и функции потерь. Матричное неравенство (1.43) означает положительную определенность матрицы Гессе. Учитывая

$$\nabla_{\bar{\alpha}} F(\varepsilon(Z, \bar{\alpha})) = \frac{\partial F_{\varepsilon}(\varepsilon(Z, \bar{\alpha}))}{\partial \varepsilon} \nabla_{\bar{\alpha}}(\varepsilon(Z, \bar{\alpha}))$$

условие оптимальности можно записать в виде

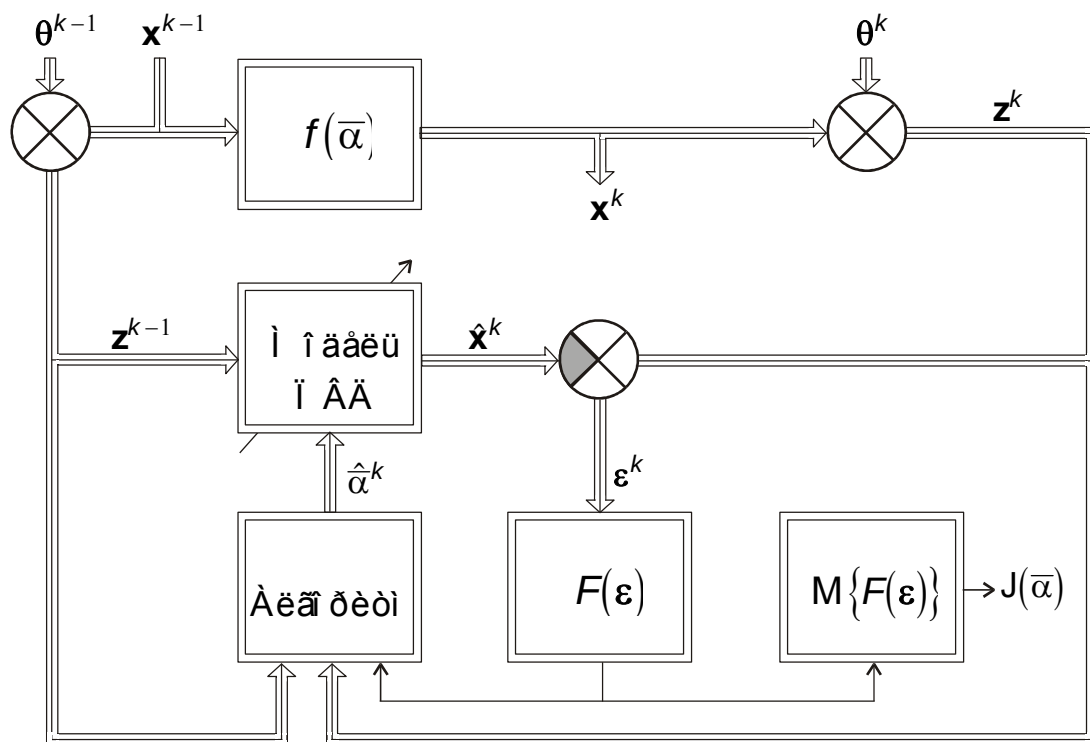
$$\nabla J(\bar{\alpha}) = M \left\{ \frac{\partial F_{\varepsilon}(\varepsilon(Z, \bar{\alpha}))}{\partial \varepsilon} \nabla_{\bar{\alpha}}(\varepsilon(Z, \bar{\alpha})) \right\} = 0. \quad (1.46)$$

В ряде задач обработки изображений при априорной неопределенности структура оптимального алгоритма и его параметры не зависят от обрабатываемых данных (например, при обнаружении сигнала известной формы на фоне гауссовских помех [43]). Однако такие случаи редки и имеют место в относительно простых ситуациях. Более типичной является ситуация, когда параметры оп-

тимального алгоритма меняются в зависимости от характеристик обрабатываемых данных.

К таким адаптивным (изменяющимся в процессе обработки) алгоритмам можно отнести и алгоритмы оценивания межкадровых ПД изображений. Структурная схема адаптивного алгоритма приведена на рис. 1.4. Разности между значениями отсчетов наблюдаемого изображения и оценками настраиваемой модели изображения образуют невязку ε^k , которая поступает на вход функционального преобразователя, изображенного на рис. 1.4 двойным прямоугольником. Улучшение качества оценок достигается выбором структуры настраиваемой модели и изменением ее параметров $\hat{\alpha}^{(k)}$. Это изменение осуществляется алгоритмом, который определяется функцией потерь и структурой настраиваемой модели. По наблюдениям $\mathbf{z}^k$ и выходным величинам $\hat{\mathbf{x}}^k$ алгоритм изменяет параметры модели так, чтобы средние потери достигали с ростом k минимума. Из схемы следует, что, для адаптивного оценивания межкадровых ПД нужно для принятого класса изображений выбрать настраиваемую модель пространственно-временных деформаций и критерий качества оценивания; сформировать алгоритм оценивания, который, используя доступные для наблюдения значения входных и выходных величин, изменял бы параметры настраиваемой модели так, чтобы средние потери с ростом k достигали минимума.

Наиболее простым случаем является параметрическая априорная неопределенность, когда неизвестны лишь значения некоторых параметров, полностью характеризующих объект обработки. Тогда вид процедуры обработки, как правило, может быть найден. Неизвестными остаются лишь ее параметры и задачей процедуры адаптации является определение неизвестных параметров в соответствии с поступающими данными и выбранным критерием качества.



обработки predetermined заранее, например, при использовании уже готовой системы обработки информации.

При больших объемах обрабатываемых данных, сложном комплексе мешающих факторов и требовании обработки в реальном масштабе времени применяется чаще последний из перечисленных подходов к преодолению априорной неопределенности - используются адаптивные алгоритмы оптимизации параметров некоторой модели ПД изображений.

Итеративные и рекуррентные алгоритмы оценивания параметров деформаций

Оптимальные оценки $\bar{\alpha}^*$ являются решением уравнения (1.42), определяющего условия оптимальности и эквивалентного системе в общем случае нелинейных уравнений относительно вектора параметров $\bar{\alpha}$. Для нелинейных уравнений (1.42) явное аналитическое выражение для оптимального вектора $\bar{\alpha}^*$ найти сложно [15] даже при наличии полной априорной информации. Поэтому приходится искать различные приближенные решения, большинство из которых получается методом последовательных приближений. Суть последних сводится к замене (1.42) разностным уравнением, решение которого $\bar{\alpha}_t$ при $t \rightarrow \infty$ стремится к оптимальному вектору $\bar{\alpha}^*$.

Предположим, что условие оптимальности полностью определено (градиент $\nabla J(\bar{\alpha})$ средних потерь известен). В этом случае метод последовательных приближений приводит к итеративным алгоритмам вида

$$\bar{\alpha}_t = \bar{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}), \quad t = 1, 2, \dots, \quad (1.47)$$

где Λ_t - матрица усиления; $\bar{\alpha}_0$ - начальное приближение вектора параметров.

Конкретный алгоритм определяется выбором матрицы усиления Λ_t . Так, скалярная матрица усиления

$$\Lambda_t = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{I}, \quad \lambda > 0, \quad (1.48)$$

где $\mathbf{I}$ - единичная матрица, соответствует градиентному методу. Обратная матрица Гессе (1.44)

$$\Lambda_t = \left(\nabla^2 J(\bar{\alpha}_{t-1}) \right)^{-1}, \quad (1.49)$$

соответствует методу Ньютона, а матрица

$$\Lambda_t = \left(\nabla^2 J(\bar{\alpha}_0) \right)^{-1} \quad (1.50)$$

- модифицированному методу Ньютона.

Если средние потери квадратичны по $\bar{\alpha}$, то алгоритм (1.47) соответствует методу Ньютона-Рафсона [30] и приводит к оптимальному решению $\bar{\alpha}^*$ за одну итерацию при любом $\bar{\alpha}_0$. В этом случае градиент средних потерь $\nabla J(\bar{\alpha})$ будет линейной функцией по $\bar{\alpha}$ и матрицы усиления (1.49) и (1.50) не будут зависеть от $\bar{\alpha}_{t-1}$ и $\bar{\alpha}_0$.

Структурная схема итеративного алгоритма (1.47) приведена на рис. 1.5. Она содержит нелинейный преобразователь Λ_t и дигратор (дискретный интегратор), состоящий в свою очередь из линии задержки с положительной обратной связью (двойные стрелки соответствуют векторным связям).

Поскольку в итеративных алгоритмах (1.47) используется полная априорная информация, то система, представленная на рис. 1.5, автономна и не требует какой-либо дополнительной информации. Однако на практике ПРВ наблюдений и помех часто неизвестны и итеративный алгоритм не может быть непосредственно использован для нахождения оптимальных значений $\bar{\alpha}^*$. Поэтому большое распространение получили рекуррентные алгоритмы, использующие текущую информацию, содержащуюся в наблюдениях и не требующие знания градиента средних потерь $\nabla J(\bar{\alpha})$. Особенностью этих алгоритмов является то, что вместо градиента средних потерь они используют градиент функции потерь $\nabla_{\bar{\alpha}} Q(\varepsilon(Z_t, \bar{\alpha}))$, который зависит от наблюдений Z_t . Рекуррентные алгоритмы можно записать в виде

$$\hat{\bar{\alpha}}_t = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1} - \Lambda_t \nabla_{\bar{\alpha}} Q(\varepsilon(Z_t), \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}), \quad t = 1, 2, \dots, \quad (1.51)$$

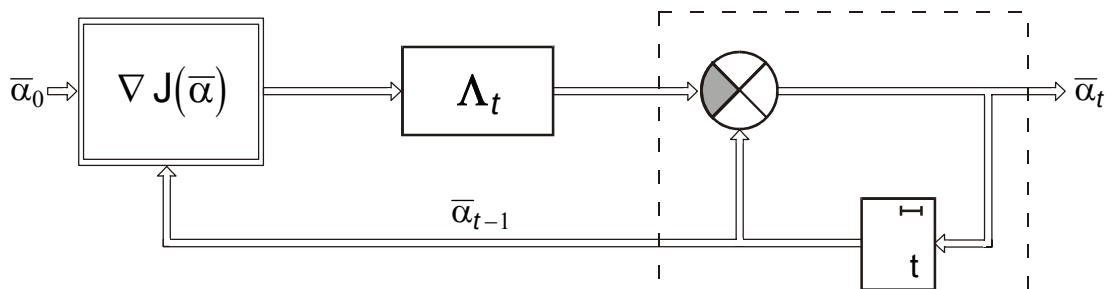


Рис. 1.5. Структурная схема итеративного алгоритма.

где вид матрицы усиления Λ_t определяется тем или иным вариантом метода стохастической аппроксимации. Так, скалярная матрица усиления

$$\Lambda_t = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_t & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_t & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_t \end{bmatrix} = \lambda_t \mathbf{I}, \lambda_t > 0, \quad (1.52)$$

соответствует методу стохастической аппроксимации. При этом скалярные множители λ_t должны удовлетворять двум условиям

$$\text{а) } \sum_{t=1}^{\infty} \lambda_t = \infty; \quad \text{б) } \sum_{t=1}^{\infty} \lambda_t^2 < \infty, \quad (1.53)$$

которые для широкого класса функций потерь $Q(\varepsilon, \bar{\alpha}_t)$ и ПРВ помех обеспечивают сходимость (в вероятностном смысле) оценок $\hat{\bar{\alpha}}_t$ рекуррентной процедуры (1.51) к оптимальному решению $\bar{\alpha}^*$. Условию (1.52) удовлетворяет, например, $\lambda_t = \lambda/t$.

Как видно из рис. 1.6, структурная схема рекуррентного алгоритма отличается от схемы итеративного алгоритма тем, что на функциональный преобразователь кроме обратной связи поступает еще и текущая информация - наблюдения Z_t . Использование и обработка этой системой текущих наблюдений позволяет компенсировать неполноту априорной информации и при $t \rightarrow \infty$ получить оптимальное решение.

Таким образом, в итеративных алгоритмах используется предварительно накопленная и обработанная информация, по которой определяется градиент $\nabla J(\bar{\alpha}_t)$ или его оценка $\hat{\nabla} J(\bar{\alpha}_t)$. В рекуррентных алгоритмах используется текущая информация, извлекаемая из градиента $\nabla_{\bar{\alpha}} Q(\varepsilon(Z_t), \hat{\bar{\alpha}}_{t-1})$ функции потерь.

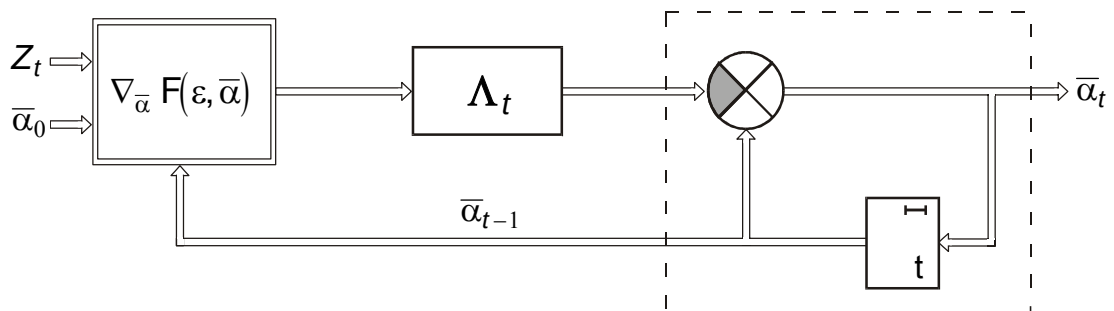


Рис. 1.6. Структурная схема рекуррентного алгоритма.

Обработка изображений предъявляет высокие требования к скорости сходимости адаптивных алгоритмов в случае последовательности кадров. Изображения в последовательности обычно неоднородны по пространству и состоят из участков различных видов текстур. Поэтому даже в пределах одного кадра процедура обработки должна существенно перестраиваться. Если изменение параметров по кадру относительно плавное, то возможно применение достаточно быстро сходящихся адаптивных алгоритмов без деления кадров на однородные участки. В противном случае необходима предварительная сегментация. Алгоритмы без сегментации, удовлетворяющие требованиям высокой скорости оценок рассматриваются в третьей главе.

Аргументные и критериальные алгоритмы адаптивного оценивания

По цели обработки данных адаптивные алгоритмы можно разделить на аргументные и критериальные [38]. И в том, и в другом случаях исходной посылкой их синтеза служит минимизация средних потерь, формально выражаемых некоторым функционалом (1.41) качества $J(\bar{\alpha})$, который нужно минимизировать по параметрам $\bar{\alpha}$. Однако требования к этой минимизации могут быть различными.

В критериальных задачах целью является приближение $J(\bar{\alpha})$ к минимальному (максимальному) значению $J^* = J(\bar{\alpha}^*)$, а сами значения $\hat{\bar{\alpha}}$ интереса не представляют и, вообще говоря, могут значительно отличаться от $\bar{\alpha}^*$. Например, если $\bar{\alpha}$ - весовой вектор линейной оценки гауссовского параметра по гауссовским наблюдениям и $J(\bar{\alpha})$ - дисперсия ошибки оценки, то поверхности $J(\bar{\alpha}) = \text{const}$ представляют собой эллипсоиды, которые могут быть значительно вытянуты. Поэтому может оказаться, что $J(\bar{\alpha}_1) < J(\bar{\alpha}_2)$, хотя $\bar{\alpha}_1$ дальше от центра эллипсоида $\bar{\alpha}^*$, чем $\bar{\alpha}_2$. Следовательно, целью должно быть не максимальное приближение к $\bar{\alpha}^*$, а нахождение $\bar{\alpha}$ на эллипсоидах минимально возможных уровней.

В аргументных задачах целью является возможно более точное отыскание точки $\bar{\alpha}^*$. К этому типу относятся различные задачи измерения параметров, фильтрации, прогноза и т.д. Сам критерий $J(\bar{\alpha})$ может вводиться искусственно и играть роль меры рассогласования оценки и точного значения параметра. При

этом вид алгоритма обработки часто оказывается одинаковым для широкого класса функций потерь.

Идентификационные и безидентификационные алгоритмы

По методу нахождения оптимальных параметров $\bar{\alpha}^*$ адаптивные алгоритмы можно разделить на идентификационные и безидентификационные [47]. При обработке случайных процессов и полей, большее распространение получили адаптивные алгоритмы с идентификацией [3,45,100,113]. В этих алгоритмах по имеющимся реализациям (наблюдениям) сначала оцениваются необходимые неизвестные характеристики $\bar{\gamma}$ объекта обработки, например изображения. Затем полученные оценки $\hat{\gamma}$ используются как точные значения параметров некоторой модели объекта в рамках неадаптивного байесовского подхода [101], то есть принимается $\bar{\alpha} = \alpha(\hat{\gamma})$. В этом состоит суть большинства модифицированных байесовских решающих правил. В очень широком классе задач в качестве $\hat{\gamma}$ выбирают оценку МП.

При всех своих положительных качествах идентификационные адаптивные алгоритмы имеют и недостатки, особенно в применении к обработке многомерных данных. Зависимость данных от параметров $\bar{\gamma}$ может быть чрезвычайно сложной или неизвестной (например, зависимость изображений от межкадровых ПД), поэтому даже при известных $\bar{\gamma}$ вычисление параметров процедуры обработки представляет сложную задачу. Получение хороших оценок $\hat{\gamma}$ требует дополнительных вычислений и делает обработку по меньшей мере двухэтапной: сначала нахождение оценок $\hat{\gamma}$, а потом собственно обработка. Заметим, что вычисления, в которых используются $\hat{\gamma}$, могут оказаться чувствительными к погрешностям этих оценок, например, матрицы выборочных ковариаций зачастую оказываются плохо обусловленными. И, наконец, даже точное значение $\bar{\alpha} = \alpha(\bar{\gamma})$ может не давать минимума критерия $J(\bar{\alpha})$, поскольку обрабатываемые данные могут отличаться от используемой при синтезе алгоритма модели данных.

В алгоритмах без идентификации минимизация $J(\bar{\alpha})$ производится непосредственно по регулируемым параметрам $\bar{\alpha}$ без промежуточных оценок каких-либо характеристик объекта обработки. При этом параметры $\bar{\alpha}$ подбираются итерационно в процессе текущей обработки по получаемому $J(\bar{\alpha})$. Для реали-

зации таких адаптивных алгоритмов необходима оценка текущего значения $J(\bar{\alpha})$, то есть критерий должен быть в какой-то мере наблюдаемым, что является ограничением на область применения данного подхода. При ненаблюдаемости критерия $J(\bar{\alpha})$ выход может быть найден с помощью замены $J(\bar{\alpha})$ на некоторый другой наблюдаемый $J_d(\bar{\alpha})$, от которого требуется совпадение его точки минимума $\bar{\alpha}_d^*$ с $\bar{\alpha}^*$ в аргументных задачах или же приближение $J(\bar{\alpha})$ к J^* , когда $J_d(\bar{\alpha})$ приближается к $J_d^* = J_d(\bar{\alpha}_d^*)$, для задач критериальных. Описанный подход также соответствует байесовскому адаптивному подходу, поскольку $J(\bar{\alpha})$ по-прежнему минимизируется. Отличие состоит только в способе минимизации. При этом новый критерий $J_d(\bar{\alpha})$ обычно является достаточной статистикой по отношению к $J(\bar{\alpha})$ (или к $\bar{\alpha}$).

Выбор подхода к синтезу алгоритмов оценивания пространственно-временных деформаций изображений

Учитывая требования простоты, быстрой сходимости и работоспособности при значительных вариациях реальной ситуации, алгоритмы оценивания ПД больших МИ целесообразно искать в классе рекуррентных безыдентификационных адаптивных алгоритмов. Представительной группой таких алгоритмов являются адаптивные псевдоградиентные алгоритмы [36,37,66], к которым относятся, в частности, и алгоритмы типа стохастической аппроксимации [33]. К последним, в свою очередь, приводит выбор матрицы усиления вида

$$\Lambda_t = \Lambda = \left\| \begin{array}{cccc} \lambda_{1t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{2t} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{mt} \end{array} \right\|, \lambda_{it} > 0. \quad (1.54)$$

Заметим, что элементы λ_{it} в (1.54) также должны удовлетворять условиям (1.53), обеспечивающим сходимость алгоритмов стохастической аппроксимации.

Применение адаптивных псевдоградиентных алгоритмов позволяет решить ряд задач оценивания в сложных условиях параметров ПД МИ. Подробнее рекуррентные псевдоградиентные алгоритмы рассмотрены в третьей главе.

1.7. Заключение

пространственных деформаций многомерных гауссовских изображений в условиях помех, синтезированные на базе метода максимального правдоподобия, могут иметь три вида представления, один из которых соответствует минимизации квадратичной формы, второй по структуре близок к корреляционно-экстремальному, а третий - к процедурам многомерного дискриминирования. Оценка нижней границы погрешностей, возникающих при решении задачи оценивания пространственных деформаций, полученная с использованием неравенства Рао-Крамера, тесно связана со средними значениями межэлементных разностей изображений.

Тензорные рекуррентные процедуры оценивания параметров пространственных деформаций последовательности изменяющихся МИ, найденные в предположении марковости деформаций, на современном этапе нереализуемы в системах реального времени из-за требования слишком больших вычислительных ресурсов.

Анализ методов преодоления априорной неопределенности при синтезе алгоритмов обработки последовательностей многомерных изображений в условиях комплекса мешающих факторов показывает, что для оценивания пространственных деформаций изображений больших размеров перспективным является синтез рекуррентных безыдентификационных адаптивных алгоритмов. Представительной группой таких алгоритмов являются псевдоградиентные алгоритмы. Сформированные ими оценки сходятся к оптимальным при довольно слабых условиях. При этом скорость сходимости имеет обычный для адаптивных алгоритмов порядок. Псевдоградиентные алгоритмы применимы к обработке многомерных изображений с плавно меняющейся неоднородностью, рекуррентны, не требуют предварительной оценки каких-либо параметров исследуемых изображений, что облегчает их реализацию в реальном времени. Кроме того, эти алгоритмы устойчивы к импульсным помехам.

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ НЕАДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ МЕЖКАДРОВЫХ СДВИГОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Рассматривается распространенная задача оценивания параллельного сдвига изображений двух кадров в предположении реализации полученных алгоритмов в системах реального времени. Исследуются возможности расширения рабочего диапазона алгоритмов и компенсации смещенности оценок, вызванной анизотропностью автокорреляционных функций изображений. Решается задача оценивания угла поворота двух изображений на основе информации об оценках сдвигов их локальных фрагментов.

Проблема измерения параллельного сдвига изображений исследовалась в многочисленных работах [19,20,23,34,39,68,69,78,80 и др.]. При этом разработанные алгоритмы оценивания, основанные на корреляционно-экстремальном методе [18,19,23,39,69,78,80] и исследовании пространственного спектра (например, посредством многомерного преобразования Фурье [67,80,84]), требуют огромного объема вычислительных операций и, как правило, не удовлетворяют условию реализуемости в реальном времени. Из известных процедур указанному условию удовлетворяют алгоритмы независимой (по координатам) оценки проекций вектора сдвига, полученные А.Нетравали (A.N.Netravali) и Д.Роббинсом (J.D.Robbins) [95], Д.Лимбом (J.O.Limb) и Д.Мэрфи (J.A.Murphy) [90], А.В.Губановым и В.С.Киричуком [19], алгоритмы, предложенные К.Каффорио (C.Cafforio) и Ф.Рокка (F.Росса) [74] и ряд других. Однако известные алгоритмы не обеспечивают высокой точности оценивания и имеют небольшой рабочий диапазон, ограниченный, как правило, несколькими шагами сетки отсчетов. Недостаточно уделено внимания и анализу точности алгоритмов, в частности, влиянию коррелированности отсчетов изображения на точность получаемых оценок.

Отметим также, что для реальных изображений характерна анизотропность, приводящая при независимой по координатам оценке проекций вектора сдвига к смещенности получаемых оценок. Известный алгоритм К.Каффорио и Ф.Рокка [74] позволяет избавиться от влияния на смещенность оценок асимметричности эллипсообразной КФ изображений; однако достигается это за счет существенного снижения точности оценивания. В целом же вопрос коррекции смещенности оценок, вызванной асимметричностью КФ, исследован мало. Учитывая сказанное, основное внимание в данной главе уделено разработке и исследованию реализуемых в реальном времени неадаптивных алгоритмов оценивания параллельного сдвига изображений двух кадров.

2.1. Синтез квазиоптимальных неадаптивных алгоритмов оценивания межкадрового сдвига изображений

Оптимальный алгоритм (1.27) оценивания взаимного сдвига двух изображений $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$ приведен в разделе 1.4 при рассмотрении вопроса тензорного оценивания марковских сдвигов изменяющихся изображений. После очевидных упрощений (1.27) для одномерных изображений (случайных процессов) получаем квазиоптимальный алгоритм

$$\hat{h} = \frac{P_h}{\sigma_{\theta}^2} \sum_{j=1}^N \left(\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h) - z_j^{(2)} \right) \frac{d\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h)}{dh}, \quad (2.1)$$

$$\text{где } P_h = \frac{\sigma_{\hat{h}}^2}{\left(1 + \sum_{j=1}^N \left(\frac{d\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h)}{dh} \right)^2 \right)}; \quad j = \overline{1, N}; \quad (2.2)$$

σ_{θ}^2 и $\sigma_{\hat{h}}^2$ - дисперсии шумов и оценки сдвига соответственно; $\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h)$ - прогноз наблюдения $z_j^{(2)}$. Подставляя (2.2) в (2.1) и полагая $\sum_{j=1}^n (d\hat{x}_{\hat{y}}(j, h)/dh)^2 \gg 1$,

получим

$$\hat{h} = \frac{\sum_{j=1}^N \left(\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(h) - z_j^{(2)} \right) \frac{d\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h)}{dh}}{\sum_{j=1}^N \left(\frac{d\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h)}{dh} \right)^2}. \quad (2.3)$$

Используя квадратичное приближение для производных (при квадратичной интерполяции $\mathbf{x}^1$) приведем (2.3) к симметричному виду

$$\hat{h} = \frac{2 \sum_{j=1}^N \left(\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h) - z_j^{(2)} \right) \left(\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j+1, h) - \hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j-1, h) \right)}{\sum_{j=1}^N \left(\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j+1, h) - \hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j-1, h) \right)^2}. \quad (2.4)$$

Алгоритм (2.4) содержит оценки $\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h)$ случайного поля, которые можно получить с помощью методов нелинейной фильтрации [11,12,31 и др.]. Однако объем вычислений при нахождении таких оценок весьма значителен. Поэтому дальнейшее упрощение (2.4) при небольшом уровне шумов заключается в замене оценок $\hat{x}_{\hat{y}}^{(1)}(j, h)$ наблюдаемыми значениями $z_j^{(1)} = x_j^{(1)} + \theta_j^{(1)}$ изображения $\mathbf{z}^1$. При этом алгоритм оценивания сдвига принимает вид

$$\hat{h} = \frac{2 \sum_{j=1}^N (z_j^{(1)} - z_j^{(2)}) (z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)})}{\sum_{j=1}^N (z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)})^2}. \quad (2.5)$$

Для более компактной записи введем обозначения $\varepsilon(a; b) = (z_{j+b}^{(1)} - z_{j+a}^{(2)})$, $\Delta(a; b) = (z_{j+a}^{(1)} - z_{j+b}^{(1)})$. Тогда (2.5) запишется как

$$\hat{h} = \frac{2 \sum_{j=1}^N \varepsilon(0; 0) \Delta(1; -1)}{\sum_{j=1}^N \Delta^2(1; -1)}. \quad (2.6)$$

Заметим, что к выражению (2.6) приводит также минимизация среднего квадрата ошибки линейного прогноза при использовании для прогноза наблюдений $\mathbf{z}^2$ квадратичной интерполяции $\mathbf{z}^1$ и предположении, что коэффициент межкадровой корреляции $r \cong 1$. Аналогичное выражение было получено А.Нетравали и Д.Роббинсом в работе [95] при синтезе алгоритма оценки сдвига методом разложения изображений в ряд Маклорена.

Правило оценивания (2.6) можно дополнительно упростить, если заметить, что две суммы $\sum_{j=1}^N z_j^{(1)} z_{j+1}^{(1)}$ и $\sum_{j=1}^N z_j^{(1)} z_{j-1}^{(1)}$ в числителе (2.5) являются оценками одного и того же корреляционного момента. После исключения этих сумм алгоритм оценивания запишется следующим образом

$$\hat{h} = \frac{2 \sum_{j=1}^N z_j^{(2)} \Delta(1; -1)}{\sum_{j=1}^N \Delta^2(1; -1)}. \quad (2.7)$$

Полученная процедура может быть условно названа корреляционной процедурой оценки сдвига, поскольку в ее числителе вычисляется разность двух

корреляционных моментов $\sum_{j=1}^N z_j^{(2)} z_{j+1}^{(1)}$ и $\sum_{j=1}^N z_j^{(2)} z_{j-1}^{(1)}$. При отсутствии сдвига между $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$ корреляционные моменты равны. При появлении положительного сдвига возрастает первый элемент и уменьшается второй. При отрицательном сдвиге наблюдается обратная картина.

Смысл умножения на разность $(z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)})$ и деления на квадрат этой разности в (2.5) становятся более понятными, если значение $z_j^{(2)}$ представить в виде $z_j^{(2)} \cong z_j^{(1)} + h (z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)})/2$. После подстановки этого выражения формула (2.5) преобразуется к виду

$$\hat{h} \cong \frac{2h \sum_{j=1}^N 0.5 (z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)}) (z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)})}{\sum_{j=1}^N (z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)})^2} = h.$$

Другая модификация выражения (2.6), основанная на предположении пропорциональности величины сдвига отношению ε/Δ и направленная на исключение операций умножения, была предложена Д.Лимбом и Д.Мэрфи [90]:

$$\hat{h} = \frac{2 \sum_{j=1}^N \varepsilon(0; 0) \operatorname{sgn} \Delta(1; -1)}{\sum_{j=1}^N |\Delta(1; -1)|}. \quad (2.8)$$

Отметим также, что одномерный вариант алгоритма, предложенного К.Каффорини и Ф.Рокка [74] полностью идентичен (2.8). Дальнейшим упрощением (2.8) можно считать оценку

$$\hat{h} = \frac{2 \sum_{j=1}^N |\varepsilon(0; 0)|}{\sum_{j=1}^N |\Delta(1; -1)|}, \quad (2.9)$$

основанную на отношении полных вариаций опорного и разностного со смещенным процессов и требующую дополнительного определения направления сдвига (при отсутствии соответствующей априорной информации).

Модификация (2.7), использующая по аналогии с (2.8) в знаменателе сумму модулей, приводит к соотношению

$$\hat{h} = \frac{2 \sum_{j=1}^N z_j^{(2)} \operatorname{sgn} \Delta(1; -1)}{\sum_{j=1}^N |\Delta(1; -1)|}. \quad (2.10)$$

Алгоритмы (2.6)-(2.10) на каждом шаге накопления сумм требуют использования трех отсчетов: двух из опорного кадра и одного из сдвинутого. В этом смысле их можно условно назвать "трехточечными". Известны и другие трехточечные процедуры [17,55,59,61 и др.]. Так, использование метода максимального правдоподобия для авторегрессионной модели изображений приводит [17] к алгоритму

$$\hat{h} = \frac{\sum_{j=1}^N \varepsilon^2(0; -, -1) - \sum_{j=1}^N \varepsilon^2(0; 1)}{\sum_{j=1}^N \varepsilon^2(0; -, -1) + \sum_{j=1}^N \varepsilon^2(0; 1)}. \quad (2.11)$$

Трехточечные процедуры обеспечивают определение направления сдвига (знака оценки) за счёт использования отсчетов опорного кадра, отстоящих от $z_j^{(2)}$ на расстоянии ± 1 , а друг от друга, соответственно, на расстоянии 2. Это приводит к низкой точности аппроксимации изображения. Улучшить качество аппроксимации и, следовательно, точность оценок сдвига можно сократив расстояние между опорными отсчетами до 1. Однако при этом требуется дополнительно оценивать направление сдвига. Это удастся осуществить за счет использования на каждом шаге формирования сумм четырех отсчетов - по два с опорного и сдвинутого кадров. В частности, "четырёхточечный" модифицированный алгоритм (2.8) принимает вид

$$\hat{h} = \frac{\sum_{j=1}^N \varepsilon(\psi; \psi) \operatorname{sgn} \Delta(1; 0)}{\sum_{j=1}^N |\Delta(1; 0)|}, \quad (2.12)$$

где

$$\psi = 0.5 \left(1 - \operatorname{sgn} \sum_{j=1}^N (\varepsilon(1; 1) - \varepsilon(0; 0)) \operatorname{sgn} \Delta(1; 0) \right). \quad (2.13)$$

В (2.12) в качестве решающего правила выбора для оценки сдвига положительного знака используется условие

$$\sum_{j=1}^N (\varepsilon(1; 1) \operatorname{sgn} \Delta(1; 0)) < \sum_{j=1}^N \varepsilon(0; 0) \operatorname{sgn} \Delta(1; 0). \quad (2.14)$$

"Четырехточечный" аналог алгоритма (2.6) принимает вид

$$\hat{h} = \frac{\sum_{j=1}^N \varepsilon(\phi; \phi) \Delta(1; 0)}{\sum_{j=1}^N \Delta^2(1; 0)}. \quad (2.15)$$

При этом для выбора знака оцениваемого сдвига целесообразно использовать решающее правило

$$\phi = 0.5 \left(1 - \operatorname{sgn} \sum_{j=1}^N (\varepsilon(1; 1) - \varepsilon(0; 0)) \Delta(1; 0) \right). \quad (2.16)$$

Проведенные исследования показали [17,55,59], что правила (2.14) и (2.16) обеспечивают очень высокую надежность определения направления сдвига.

Для двумерных (и большей размерности) изображений все полученные алгоритмы могут быть использованы для независимой по координатам оценки базисных составляющих вектора сдвига. Например, для оценки сдвига по координате j_1 фрагмента изображения $\mathbf{x}^1$ с координатами границ по j_1 от j_{1a} до j_{1b} и по j_2 от j_{2a} до j_{2b} алгоритм (2.6) запишется в виде

$$\hat{h}_1 = \frac{2 \sum_{i=j_{1a}}^{j_{1b}} \sum_{i=j_{2a}}^{j_{2b}} \varepsilon(0,0; , 0,0) \Delta(1,0; -1,0)}{\sum_{i=j_{1a}}^{j_{1b}} \sum_{i=j_{2a}}^{j_{2b}} \Delta^2(1,0; -1,0)}, \quad (2.17)$$

где $\varepsilon(\mathbf{e}, l; \mathbf{c}, d) = (z_{j_1+c, j_2+d}^{(1)} - z_{j_1+e, j_2+l}^{(2)})$, $\Delta(\mathbf{e}, l; \mathbf{c}, d) = (z_{j_1+e, j_2+l}^{(1)} - z_{j_1+c, j_2+d}^{(1)})$.

Оценка $\hat{h}_2$ проекции вектора сдвига на ось j_2 строится аналогично.

Алгоритм (2.12) для двумерного случая принимает вид

$$\hat{\bar{h}} = \begin{pmatrix} \hat{h}_1 \\ \hat{h}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=j_{1a}}^{j_{1b}} \sum_{i=j_{2a}}^{j_{2b}} \varepsilon(\psi, 0; , \psi, 0) \operatorname{sgn} \Delta(1, 0; 0, 0)}{\sum_{i=j_{1a}}^{j_{1b}} \sum_{i=j_{2a}}^{j_{2b}} |\Delta(1, 0; 0, 0)|} \\ \frac{\sum_{i=j_{1a}}^{j_{1b}} \sum_{i=j_{2a}}^{j_{2b}} \varepsilon(0, \phi; , 0, \phi) \operatorname{sgn} \Delta(0, 1; 0, 0)}{\sum_{i=j_{1a}}^{j_{1b}} \sum_{i=j_{2a}}^{j_{2b}} |\Delta(0, 1; 0, 0)|} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

где $\psi = 0.5 \left(1 - \operatorname{sgn} \sum_{i=j_{1a}}^{j_{1b}} \sum_{i=j_{2a}}^{j_{2b}} ((\varepsilon(1, 0; , 0, 1) - \varepsilon(0, 0; , 0, 0)) \operatorname{sgn} \Delta(1, 0; 0, 0)) \right);$

$\phi = 0.5 \left(1 - \operatorname{sgn} \sum_{i=j_{1a}}^{j_{1b}} \sum_{i=j_{2a}}^{j_{2b}} ((\varepsilon(0, 1; , 0, 1) - \varepsilon(0, 0; , 0, 0)) \operatorname{sgn} \Delta(0, 1; 0, 0)) \right).$

Аналогичным образом для двумерных изображений могут быть записаны и другие алгоритмы, рассмотренные в этом разделе. Проведенные исследования показали, что в случае круговой автокорреляционной функции плоского изображения точностные возможности алгоритмов в рабочей области примерно соответствует их одномерному варианту. При этом СКО оценки проекции $\bar{h}$ на одну из базовых осей при увеличении сдвига по другой от 0 до 1 возрастает приблизительно на 20-25 %.

Заметим также, что в рассмотренных выше алгоритмах при накоплении сумм числителя и знаменателя координаты (j_1, j_2) отсчетов $\mathbf{z}^2$ могут выбираться не только подряд (как в алгоритме (2.17)), но и с некоторым детерминированным или случайным прореживанием. Тогда координаты $j_1 = j_1(i_1)$, $j_2 = j_2(i_2)$

отсчетов, входящих в суммы $\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} (\cdot)$, будут функциями номеров суммирования

i_1 и i_2 , то есть $\varepsilon(\mathbf{e}, l; \mathbf{c}, d) = \left(z_{j_1(i_1)+c, j_2(i_2)+d}^{(1)} - z_{j_1(i_1)+e, j_2(i_2)+l}^{(2)} \right)$. Как будет показа-

но в разделе 2.3, такой подход к выбору отсчетов позволяет снизить дисперсию оценок за счет уменьшения коррелированности слагаемых в суммах.

Расширение рабочего диапазона квазиоптимальных алгоритмов

Квазиоптимальные алгоритмы оценивания сдвига, полученные в разделе 2.2, имеют, как правило, рабочий диапазон $[-1.0 \ 1.0]$, что ограничивает их применение при решении практических задач. Для расширения рабочего диапазона может быть использовано предварительное измерение целой части сдвига с последующим переносом координат и измерением дробной части сдвига. Исследования показали, что задача измерения целой части сдвига с успехом может быть решена с использованием тех же алгоритмов. При этом, например для гауссовских СП с $\rho_y = 0.6 \div 0.999$, рабочий диапазон алгоритмов может быть увеличен в $5 \div 10$ раз.

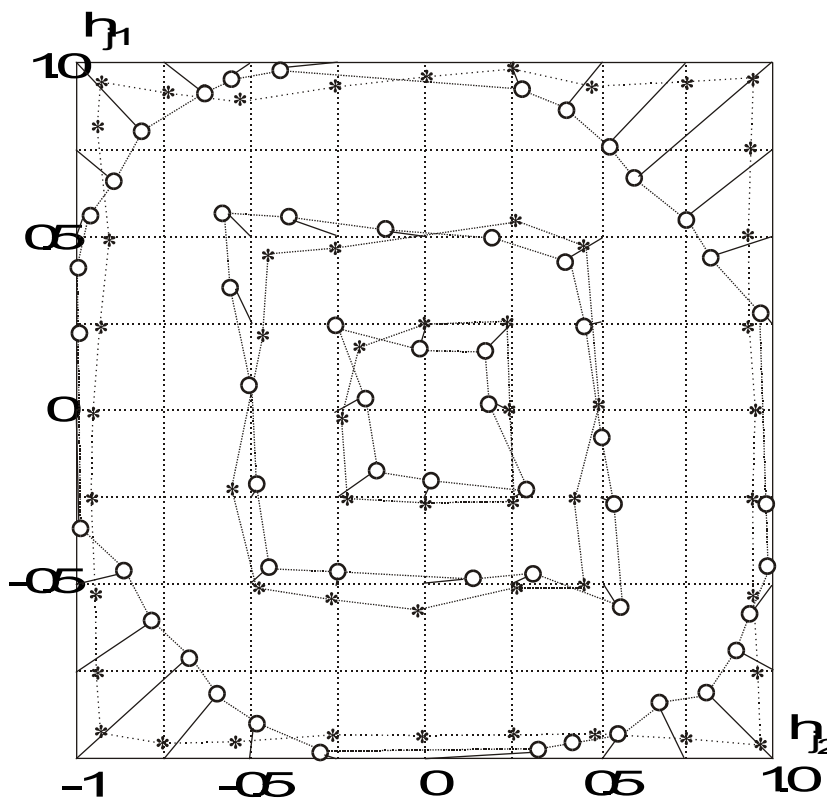
В приложении в качестве примера приведен алгоритм оценивания двумерного сдвига с рабочей областью $[-6 \ 6]$, использующий процедуры (2.18), (2.20) и хорошо зарекомендовавший себя на практике. Алгоритм ориентирован на работу с изображениями небольших размеров, поэтому в нем обращается особое внимание на обеспечение максимально возможного числа слагаемых при формировании сумм числителя и знаменателя (2.18). Заметим, что при сдвиге кадра $\mathbf{z}^2$ относительно $\mathbf{z}^1$ на несколько элементов, например влево, область изображения, соответствующая крайним правым отсчетам кадра $\mathbf{z}^1$ отсутствует на кадре $\mathbf{z}^2$. Поэтому на первых этапах алгоритма из рассмотрения должны быть исключены отсчеты, расположенные по периметру кадров $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$ на расстоянии от границ изображения, соответствующем максимальному сдвигу. По мере уточнения оценок на последующих этапах, рабочая область изображений расширяется (см., приложение), достигая максимума при оценке дробных частей проекций вектора сдвига.

Статистическое моделирование приведенного в приложении алгоритма на имитированных и реальных кадрах изображений размером 44×44 отсчета показало, что он обеспечивает высокую точность оценивания ($\sigma_{\hat{h}} \approx 0.015$), устойчив к шумам (увеличение $\sigma_{\hat{h}}$ в два раза по сравнению со случаем отсутствия шума достигается при отношении СКО изображения к СКО шума менее 30) и имеет высокое быстродействие. Отметим также, что алгоритм удобен как для программной, так и для аппаратной реализации.

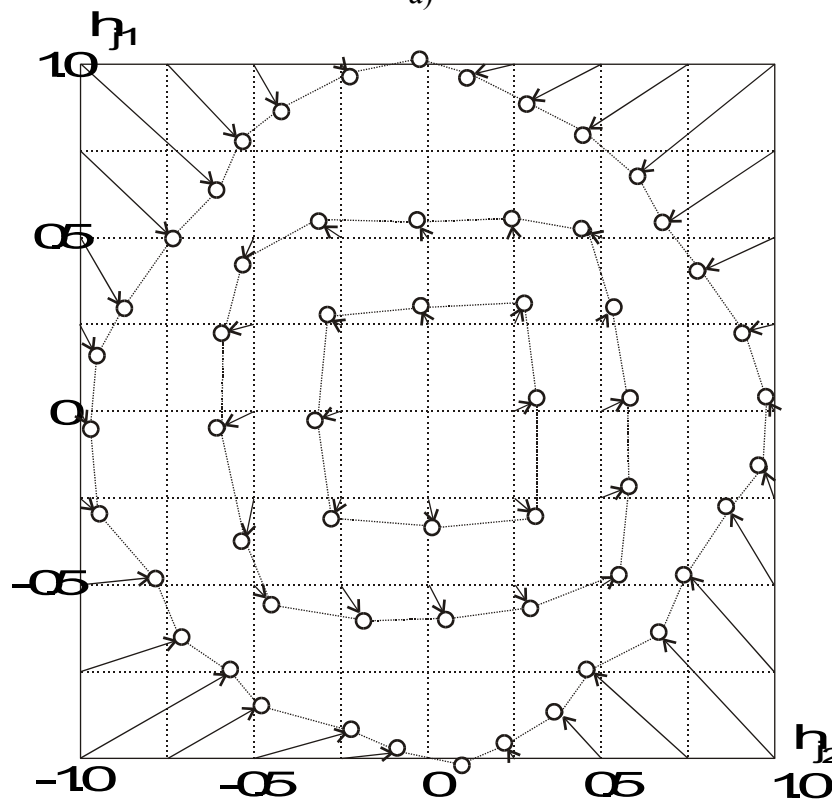
2.2. Компенсация влияния анизотропности изображений на смещенность оценок сдвига

При аргументе вектора $\bar{h}$, отличном от $0.5k\pi$, $k = 1, 2, \dots$, анизотропность КФ приводит к смещенности оценок сдвига. Вызвано это тем, что все рассмотренные в предыдущем разделе алгоритмы представляют собой отношения, где величина, пропорциональная оценке (числитель), формируется в направлении сдвига, а нормирующий множитель (знаменатель) - в направлении осей координат (кроме алгоритма (2.11)). Отличие коэффициентов корреляции по этим направлениям и обуславливает смещенность оценок. Поэтому независимое по базовым координатам оценивание сдвига изображений при асимметричной КФ не может быть рекомендовано. В подтверждение сказанного на рис. 2.1 приведены оценки (кружки) векторов сдвига $\bar{h} = (0.25k_1, 0.25k_2)$, $k_1, k_2 = \pm 1, \pm 2, \pm 4$, реального изображения оптического диапазона с эллипсообразной КФ, полученные с помощью алгоритма (2.18) при области суммирования 44×44 элемента. Хорошо видна зависимость погрешностей оценок от КФ изображения. Заметим, что асимметричность корреляционной функции изображений на практике встречается достаточно часто. Она может быть вызвана, в частности, отличающимися масштабами по базисным осям или наклоном оси фотоприемного устройства к поверхности объекта съемки. Во многих случаях КФ реальных изображений имеют эллипсообразные изолинии, что может быть обусловлено, например, наличием на изображениях протяженных ярких объектов (ориентированные горные массивы, облака и т.п.), наблюдением неэкваториальных областей земной поверхности со стационарной орбиты спутника и т.д.

Как уже отмечалось, вопрос влияния асимметричности КФ изображений на смещенность оценок сдвига исследован недостаточно. В частности, требованию несмещенности оценок частично удовлетворяет алгоритм оценки двумерного сдвига, предложенный К.Каффорио и Ф.Рокка [74]



a)



б)

Рис. 2.1. Экспериментальные результаты оценивания вектора сдвига при асимметричной КФ изображений (а: "о" - алгоритм (2.18), "*" - алгоритм (2.21); б: "о" - алгоритм (2.19)).

$$\begin{aligned}
\hat{h}_1 &= \frac{\sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \varepsilon(0,0; , 0,0) \operatorname{sgn} \Delta(1,0; -1,0) \beta_1}{0.5 \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} |\Delta(1,0; -1,0)| \beta_1} - \frac{\sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \varepsilon(0,0; , 0,0) \operatorname{sgn} \Delta(1,0; -1,0) \beta_2}{0.5 \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} |\Delta(1,0; -1,0)| \beta_2}, \\
\hat{h}_2 &= \frac{\sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \varepsilon(0,0; , 0,0) \operatorname{sgn} \Delta(0,1; 0,-1) \beta_1}{0.5 \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} |\Delta(0,1; 0,-1)| \beta_1} - \frac{\sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \varepsilon(0,0; , 0,0) \operatorname{sgn} \Delta(1,0; -1,0) \beta_2}{0.5 \sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} |\Delta(1,0; -1,0)| \beta_2},
\end{aligned} \tag{2.19}$$

где $\beta_1 = \begin{cases} 0, & \text{если } \operatorname{sgn} \Delta(0,1; 0,-1) \neq \operatorname{sgn} \Delta(1,0; -1,0); \\ 1, & \text{если } \operatorname{sgn} \Delta(0,1; 0,-1) = \operatorname{sgn} \Delta(1,0; -1,0); \end{cases}$ $\beta_2 = \begin{cases} 0, & \text{если } \beta_1 = 1; \\ 1, & \text{если } \beta_1 = 0; \end{cases}$

$$j_1 = \overline{1, N_1}; j_2 = \overline{1, N_2}.$$

Точностные возможности алгоритма (2.19) иллюстрируются рис. 2.1,б, где приведены экспериментальные результаты, полученные на том же кадре и при тех же условиях, что и зависимости рис. 2.1,а. Анализ кривых показывает, что от влияния асимметричности КФ в целом удастся избавиться, однако точность оценок неравномерна в рабочей области. Так, при $h_1 = 0$ СКО оценки сдвига $\sigma_{\hat{h}} = 0.003$, при $h_1 = 0.25$ - $\sigma_{\hat{h}} = 0.086$, при $h_1 = 0.5$ - $\sigma_{\hat{h}} = 0.166$, при $h_1 = 1.0$ - $\sigma_{\hat{h}} = 0.419$. В среднем по рабочей области $\hat{\sigma}_{\hat{h}}$ составило 0,226.

Рассмотрим возможности компенсации смещенности оценок сдвига в ситуации, когда КФ имеет эллипсообразные изолинии корреляции. При наложенном ограничении максимальная смещенность оценок проекций вектора $\bar{h}$ достигается при $\bar{h} = (\pm 0.5, \pm 0.5)^T$. Это очевидно из рис. 2.2,а, где условно показаны четыре смежных отсчета $z_{j_1, j_2}^{(1)}$, $z_{j_1+1, j_2}^{(1)}$, $z_{j_1, j_2+1}^{(1)}$ и $z_{j_1+1, j_2+1}^{(1)}$ опорного кадра $\mathbf{z}^1$ и

отсчет $z_{j_1, j_2}^{(2)}$ сдвинутого кадра $\mathbf{z}^2$, а тонкой линией - изолиния корреляции. Заметим также, что смещенность оценок $\hat{h}_1'$ и $\hat{h}_1''$ алгоритма (2.18) противоположна по знаку (рис. 2.2), если при формировании сумм числителя для $\hat{h}_1'$ использовать слагаемые $\varepsilon(\psi, 0; \psi, 0)$, а для $\hat{h}_1''$ - слагаемые $\varepsilon(\psi, 0; \psi, \text{sgn } h_2)$. На этом свойстве может быть основан ряд подходов к компенсации смещенности оценок. Например, представим оценку $\hat{h}_1$ в виде линейной комбинации

$$\hat{h}_1 = a_1 \hat{h}_1' + a_2 \hat{h}_1'',$$

где a_1 и a_2 - весовые коэффициенты. При отсутствии информации о точной форме КФ изображения логично предположить, что $a_1 = 1 - a_2 = 1 - |h_2|$. В этом случае при отсутствии сдвига в направлении j_2 ($h_2 = 0$) принимается оценка $\hat{h}_1'$, при $h_2 = 1$ - оценка $\hat{h}_1''$, при $0 < h_2 < 1$ - их линейная комбинация:

$$\hat{h}_1 = \hat{h}_1' (1 - |h_2|) + \hat{h}_1'' |h_2|.$$

Для исключения неизвестного параметра h_2 воспользуемся его оценкой $\hat{h}_2$. Учитывая, что оценка $\hat{h}_2$ также смещена, осуществим её коррекцию с помощью уточненной оценки $\hat{h}_1$. Затем уточним оценку $\hat{h}_1$. Повторяя такие коррекции многократно, в предельном случае приходим к оценкам вида:

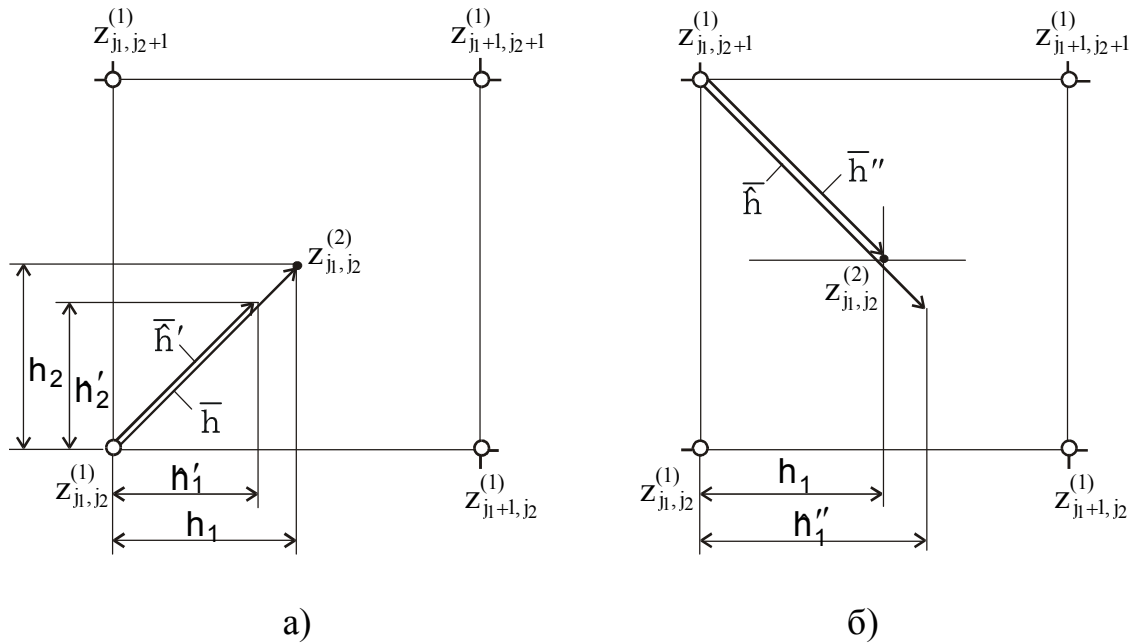


Рис. 2.2. Влияние асимметрии КФ изображений на смещенность оценок сдвига

$$\begin{aligned}\hat{h}_1' &= \frac{\hat{h}_2''(\hat{h}_1'' - \hat{h}_1') \operatorname{sgn} \hat{h}_2' + \hat{h}_1''}{1 - (\hat{h}_1'' - \hat{h}_1')(\hat{h}_2'' - \hat{h}_2') \operatorname{sgn} \hat{h}_1' \operatorname{sgn} \hat{h}_1''}, \\ \hat{h}_2' &= \frac{\hat{h}_1''(\hat{h}_2'' - \hat{h}_2') \operatorname{sgn} \hat{h}_1' + \hat{h}_2''}{1 - (\hat{h}_1'' - \hat{h}_1')(\hat{h}_2'' - \hat{h}_2') \operatorname{sgn} \hat{h}_2' \operatorname{sgn} \hat{h}_2''}.\end{aligned}\quad (2.20)$$

В зависимости от требований быстродействия и точности для получения оценок $\hat{h}_1'$, $\hat{h}_1''$, $\hat{h}_2'$ и $\hat{h}_2''$ может быть использован один из алгоритмов, рассмотренных в разделе 2.1. Так, при использовании алгоритма (2.18)

$$\begin{aligned}\hat{h}_1' &= \frac{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \varepsilon(\psi, 0; , \psi, 0) \operatorname{sgn} \Delta(1, 0; -1, 0)}{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} |\Delta(1, 0; -1, 0)|}; \\ \hat{h}_2' &= \frac{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \varepsilon(0, \phi; , 0, \phi) \operatorname{sgn} \Delta(0, 1; 0, -1)}{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} |\Delta(0, 1; 0, -1)|}; \\ \hat{h}_2'' &= \frac{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \varepsilon(0, \phi; , \operatorname{sgn} \hat{h}_1', \phi) \operatorname{sgn} \Delta(\operatorname{sgn} \hat{h}_1', 1; \operatorname{sgn} \hat{h}_1', -1)}{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} |\Delta(\operatorname{sgn} \hat{h}_1', 1; \operatorname{sgn} \hat{h}_1', -1)|}; \\ \hat{h}_1'' &= \frac{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \varepsilon(\psi, 0; , \psi, \operatorname{sgn} \hat{h}_2') \operatorname{sgn} \Delta(1, \operatorname{sgn} \hat{h}_2'; -1, \operatorname{sgn} \hat{h}_2')}{\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} |\Delta(1, \operatorname{sgn} \hat{h}_2'; -1, \operatorname{sgn} \hat{h}_2')|}.\end{aligned}\quad (2.21)$$

На рис. 2.1,а звездочками показаны скорректированные оценки параметров сдвига, полученные с помощью процедуры (2.21). Анализ показывает, что смещенность оценок уменьшилась в среднем в 2,4 раза по сравнению со случаем

без корректировки (а для области $0.5 < h_{1,2} < 1.0$ - примерно на порядок) и в 3,2 раза по сравнению с алгоритмов (2.19). Выигрыш в точности достигается за счет двукратного (по отношению к 2.18)) увеличения объема вычислений.

Отметим также, что если КФ изображения известна, то в рассмотренной методике коррекции смещенности оценок сдвига могут быть использованы соответствующие нелинейные зависимости для весовых коэффициентов a_1 и a_2 .

2.3. Погрешности оценивания квазиоптимальных алгоритмов

Найдем дисперсию $\sigma_{\hat{h}}^2$ и математическое ожидание $m_{\hat{h}}$ погрешности оценивания линейного сдвига случайного процесса $\mathbf{z}^2 = \{z_j^2\}$ относительно $\mathbf{z}^1 = \{z_j^1\}$, $j \in \Omega$, при использовании алгоритмов (2.6) и (2.15), нашедших широкое применение в качестве базовых процедур при решении различных практических задач [19,52,54,90,103,104].

Будем считать, что модель наблюдений $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$ аддитивная $\mathbf{z}^i = \mathbf{x}^i + \boldsymbol{\theta}^i$, $i = 1, 2$, где $\mathbf{x}^1$ и $\mathbf{x}^2$ - гауссовские случайные поля с нулевым математическим ожиданием, дисперсией σ_x^2 и известной КФ $R(u)$, заданной непрерывно на Ω ; $\boldsymbol{\theta}^1$ и $\boldsymbol{\theta}^2$ - некоррелированные мешающие гауссовские поля с нулевым средним и дисперсией σ_θ^2 .

В качестве промежуточных величин определим математическое ожидание и дисперсию числителя и знаменателя (2.6). При этом для сокращения записи будем использовать обозначения

$$y_j = (z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)})(z_j^{(1)} - z_j^{(2)}) \text{ и } y_j(p) = (z_{j+1+p}^{(1)} - z_{j-1+p}^{(1)})(z_{j+p}^{(1)} - z_{j+p}^{(2)}).$$

Легко показать, что математическое ожидание числителя

$$\begin{aligned} m_D &= M \left\{ \sum_{j=1}^N 2y_j \right\} = M \left\{ 2 \sum_{j=1}^N (x_{j+1}^{(1)} + \theta_{j+1}^{(1)} - x_{j-1}^{(1)} - \theta_{j-1}^{(1)})(x_j^{(1)} + \theta_j^{(1)} - x_j^{(2)} - \theta_j^{(2)}) \right\} = \\ &= 2N\sigma_x^2 (R(1-h) - R(1+h)), \end{aligned} \quad (2.22)$$

а математическое ожидание знаменателя

$$m_E = M \left\{ \sum_{j=1}^N (z_{j+1}^{(1)} - z_{j-1}^{(1)})^2 \right\} = 2N\sigma_x^2 (1 - R(2) + g^{-1}), \quad (2.23)$$

где $R(u)$ - значение нормированной КФ при аргументе $|u|$; h - сдвиг $\mathbf{z}^2$ относительно $\mathbf{z}^1$; $g = \sigma_x^2 / \sigma_\theta^2$ - отношение дисперсии сигнала к дисперсии шума для изображений $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$.

Дисперсия σ_D^2 числителя (2.6) определяется выражением

$$\sigma_D^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{p=1-j}^{N-j} \left(M\{y_j y_j(p)\} - M\{y_j\} M\{y_j(p)\} \right), \quad (2.24)$$

где $M\{y_j y_j(p)\} - M\{y_j\} M\{y_j(p)\}$ - элемент $v_{j,p+j}$ ковариационной матрицы $\mathbf{V}_D(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2)$, $j = \overline{1, N}$, $p = \overline{1-j, N-j}$. После несложных, но весьма громоздких преобразований получаем

$$\sigma_D^2 = \sigma_D^2(x) + \sigma_D^2(\theta), \quad (2.25)$$

$$\text{где } \sigma_D^2(\theta) = 2\sigma_x^2 \sigma_\theta^2 N \left(D + \frac{1}{N} (2(1-R(2)) + g^{-1} + A) \right); \quad (2.26)$$

$$\sigma_D^2(x) = 4N\sigma_x^4 \left(\sum_{p=1}^{N-1} \frac{(N-p)}{N} B(p, h) + 2(1-R(h))(1-R(2)) + \frac{1}{2} (R(1-h) - R(1+h))^2 \right); \quad (2.27)$$

$$B(p, h) = (2R(p) - R(p+h) - R(p-h))(2R(p) - R(p+2) - R(p-2)) + (R(p-1) - R(p-1-h) + R(p+1-h) - R(p+1)) \times (R(p-1+h) - R(p-1) + R(p+1) - R(p+1+h)); \quad (2.28)$$

$$A = 2R(h) - R(2+h) - R(2-h); D = (2(1-R(2)) + g^{-1}). \quad (2.29)$$

Аналогично можно определить и дисперсию знаменателя

$$\sigma_E^2 = 4N\sigma_x^4 \left(\sum_{p=1}^{N-1} \frac{(N-p)}{N} A^2 + 2(1-R(2))^2 + g^{-1} \left(\left(3\frac{1}{N} \right) D - 2\left(1 - \frac{2}{N} \right) (R(4) - R(2)) \right) \right). \quad (2.30)$$

При $N \gg 1$ выражение для σ_D^2 и σ_E^2 упрощаются

$$\sigma_D^2 \approx 8N\sigma_x^4 \left(\sum_{p=1}^{N-1} \frac{(N-p)}{N} B(p, h) + 2C + \frac{(R(1-h) - R(1+h))^2}{2} + g^{-1} D \right), \quad (2.31)$$

$$\text{где } C = (1 - R(h))(1 + R(h)). \quad (2.31)$$

$$\sigma_E^2 \approx 4N\sigma_x^4 \left(\sum_{p=1}^{N-1} \frac{(N-p)}{N} A^2 + 2(1-R(2))^2 + g^{-1} (3D - 2(R(4) - R(2))) \right). \quad (2.33)$$

Заметим, что при $g > 1$ и $N \rightarrow \infty$ коэффициент вариации знаменателя (2.6)

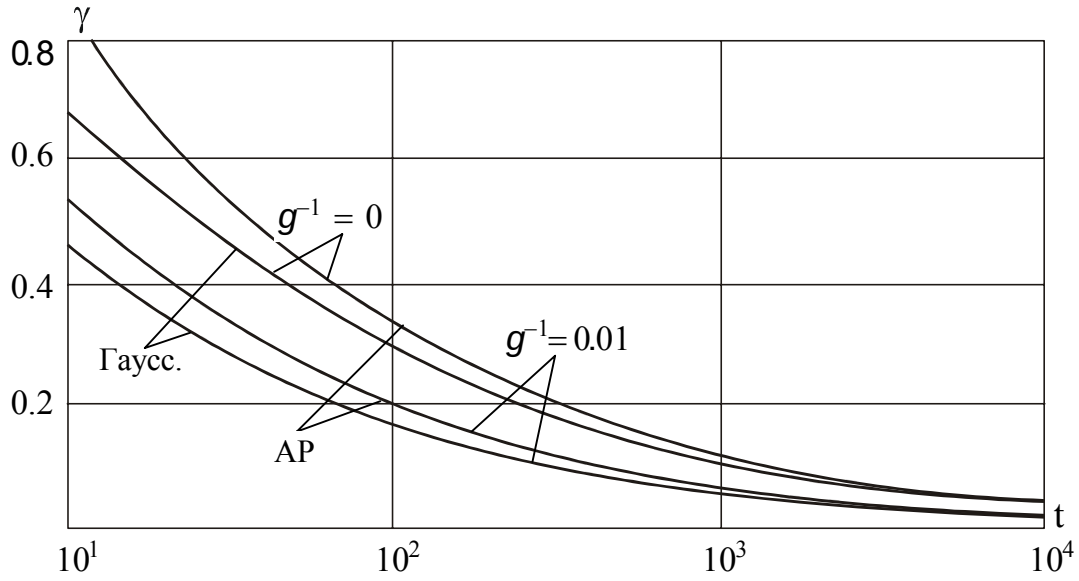


Рис. 2.2. Коэффициент вариации числителя (2.6).

$$\gamma = \frac{\sigma_E}{m_E} = \frac{\sqrt{\sum_{p=1}^{N-1} (N-p)A^2 + N(2(1-R(2))^2 + g^{-1}D)}}{N(1 - R(2) + g^{-1})}. \quad (2.34)$$

стремится к нулю. На рис. 2.2 для примера приведены зависимости γ от t для авторегрессионной (АР) $R(u) = \exp(-0.1385u)$ и гауссовской $R(u) = \exp(-0.0277u^2)$ КФ при $g^{-1} = 0$ и $g^{-1} = 0.01$. Из графиков видно, что для практически значимого диапазона значений g и N величина $\gamma \ll 1$. Указанное обстоятельство дает основание использовать при нахождении математического ожидания и дисперсии оценки $\hat{h}$ алгоритма (2.6) упрощенные соотношения

$$m_{\hat{h}} \approx \frac{m_D}{m_E} = \frac{R(1-h) - R(1+h)}{2(1 - R(2) + g^{-1})}; \quad (2.35)$$

$$\sigma_{\hat{h}}^2 \approx \frac{\sigma_D^2}{m_E^2} \approx \frac{\sum_{p=1}^{N-1} (N-p)B(p, h) + N \left(2C + \frac{(R(1-h) - R(1+h))^2}{2} + g^{-1}A \right)}{0.5N^2(1 - R(2) + g^{-1})^2}, \quad (2.36)$$

где $B(p, h)$, C и A определяются выражениями (2.28), (2.29) и (2.32).

Анализ соотношений (2.30) и (2.35) показывает, что оценки $\hat{h}$ сдвига смещенные, причем смещенность оценок $\Delta h = h - \hat{h}$ не зависит от объема выборки N , но существенно зависит от отношения дисперсии шума к дисперсии сигнала g^{-1} . При $g^{-1} \rightarrow \infty$ оценка $\hat{h} \rightarrow 0$. Для примера на рис. 2.3 приведены графики зависимости систематической погрешности оценивания Δh от h алгоритма (2.6) для АР и гауссовской КФ при $g^{-1} = 0$ (сплошные линии) и $g^{-1} = 0.05$ (пунктирные линии). Смещенность $\hat{h}$ отсутствует при $h = 0$. При отсутствии шумов $|\Delta h|$ достигает максимального значения при $h = \pm 0.5$. Так, для приведенных на рис. 2.3 зависимостей $\max |\Delta h| = 0,009$ для АР КФ и 0,078 - для гауссовской КФ. При увеличении g^{-1} величина $|\Delta h|$ увеличивается, в том числе и при $h = \pm 1.0$.

Дисперсия оценок $\hat{h}$ зависит от сдвига h и величины g . Минимальная дисперсия оценок достигается при $h = 0$. При наличии шумов степень их влияния на $\sigma_{\hat{h}}^2$ зависит также от сдвига h . В целом, при увеличении g^{-1} относительная зависимость $\sigma_{\hat{h}}^2$ от h уменьшается. На рис. 2.4 в качестве примера приведены графики зависимостей $\sigma_{\hat{h}}^2$ от h при $g = 0, 0.05$ и 0.15 для гауссовской КФ.

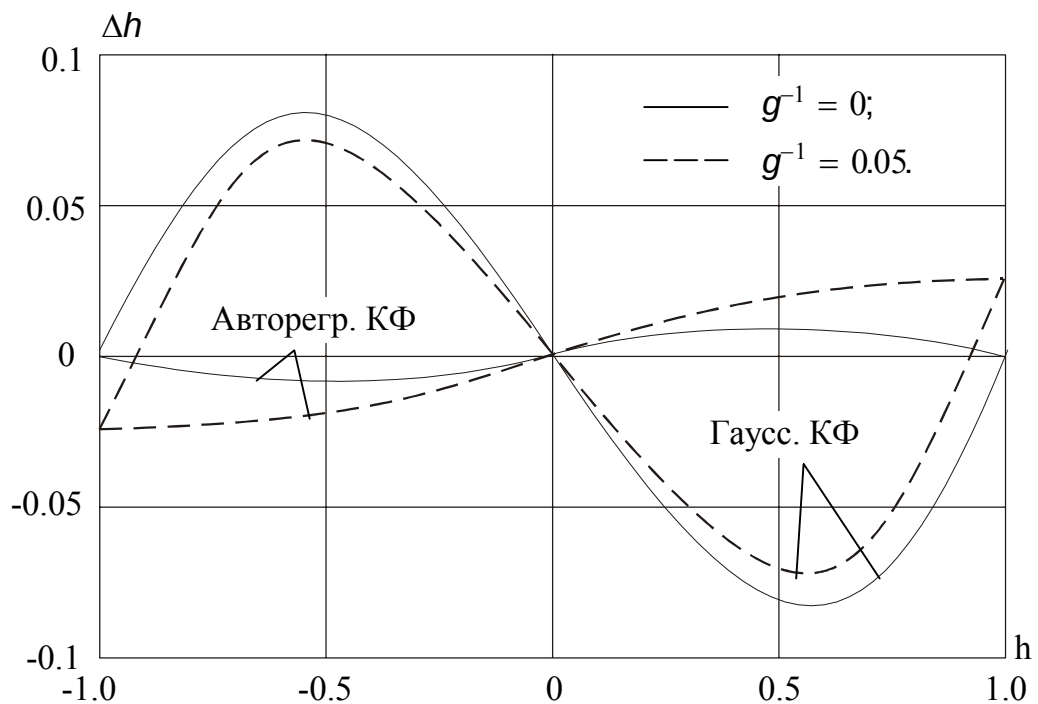


Рис. 2.3. Зависимость смещенности $\hat{h}$ от величины сдвига для алгоритма (2.6).

При выводе выражений (2.35) и (2.36) предполагалось, что при накоплении сумм числителя и знаменателя (2.6) отсчеты $\{z_j^{(1)}\}$ берутся подряд без пропусков. Однако, как показывает анализ, коррелированность $z_j^{(1)}$ и $z_{j+p}^{(1)}$ приводит к увеличению дисперсии $\sigma_{\hat{h}}^2$ оценок сдвига h . Для уменьшения $\sigma_{\hat{h}}^2$ при том же числе слагаемых в (2.6) отсчеты $z_j^{(1)}$ могут браться с некоторым детерминированным или случайным прореживанием. Тогда номер $j(i)$ отсчета будет зависеть от номера i очередного слагаемого и

$$\hat{h} = \frac{\sum_{i=1}^N (z_{j(i)}^{(2)} - z_{j(i)}^{(1)}) (z_{j(i)+1}^{(1)} - z_{j(i)-1}^{(1)})}{\sum_{i=1}^N (z_{j(i)+1}^{(1)} - z_{j(i)-1}^{(1)})^2}. \quad (2.37)$$

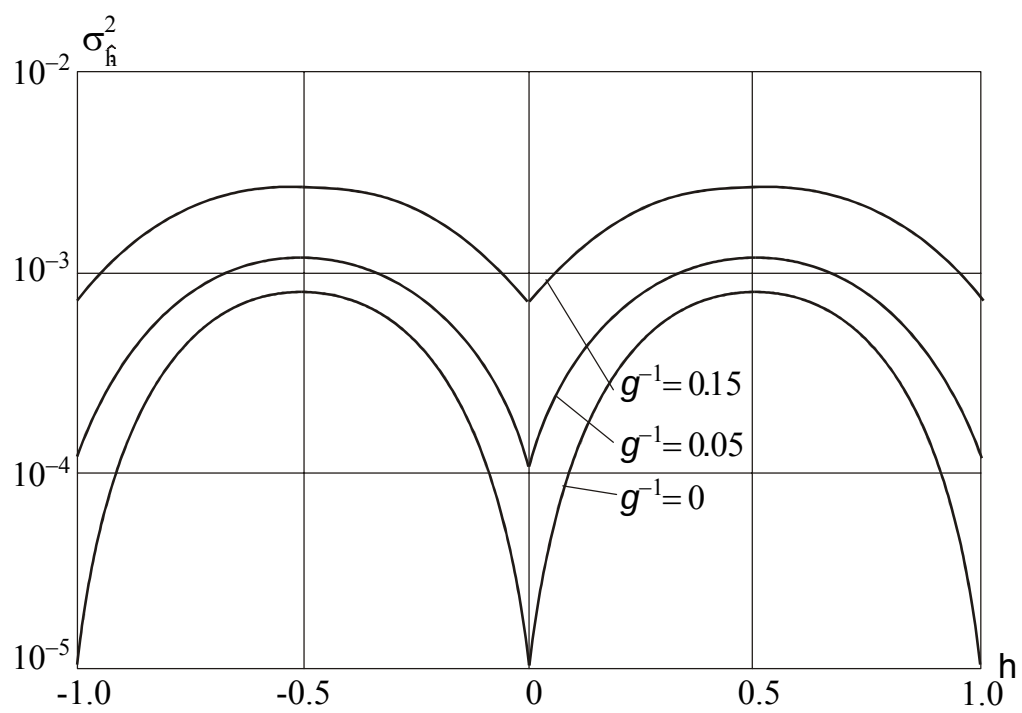


Рис. 2.4. Зависимость дисперсии оценки $\hat{h}$ от величины сдвига.

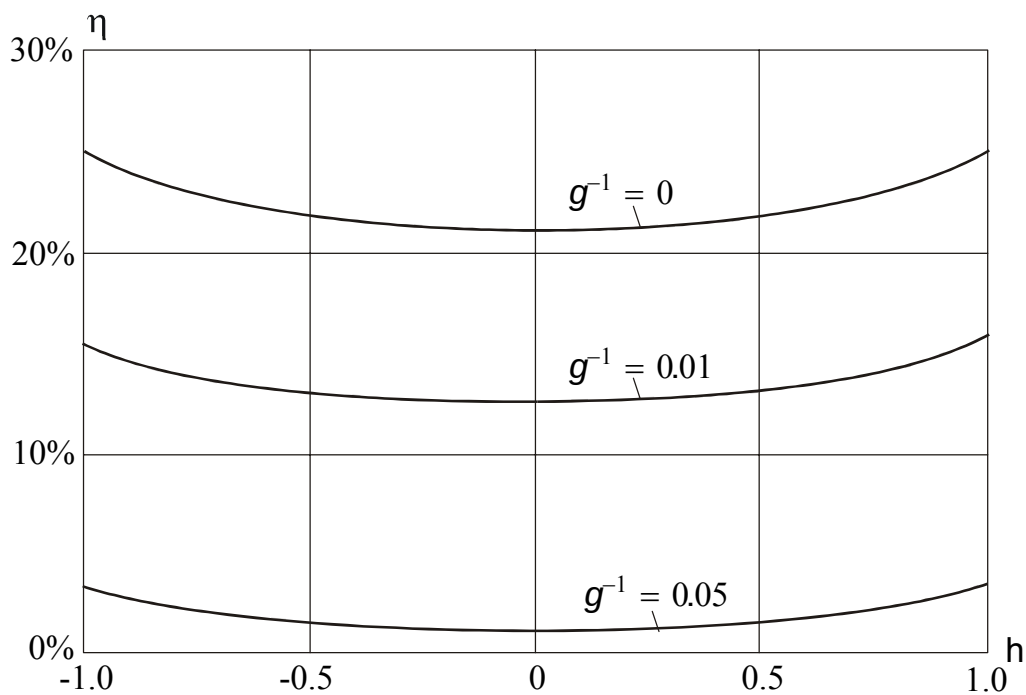


Рис. 2.5. Выигрыш по дисперсии при некоррелированности
отсчетов $z_{j(i)}^{(1)}$ и $z_{j(k)}^{(1)}$.

При выводе выражений (2.35) и (2.36) предполагалось, что при накоплении сумм числителя и знаменателя (2.6) отсчеты $\{z_j^{(1)}\}$ берутся подряд без пропусков. Однако, как показывает анализ, коррелированность $z_j^{(1)}$ и $z_{j+p}^{(1)}$ приводит к увеличению дисперсии $\sigma_{\hat{h}}^2$ оценок сдвига h . Для уменьшения $\sigma_{\hat{h}}^2$ при том же числе слагаемых в (2.6) отсчеты $z_j^{(1)}$ могут браться с некоторым детерминиро-

ванными или случайным прореживанием. Тогда номер $j(i)$ отсчета будет зависеть от номера i очередного слагаемого и

$$\hat{h} = \frac{\sum_{i=1}^N (z_{j(i)}^{(2)} - z_{j(i)}^{(1)}) (z_{j(i)+1}^{(1)} - z_{j(i)-1}^{(1)})}{\sum_{i=1}^N (z_{j(i)+1}^{(1)} - z_{j(i)-1}^{(1)})^2}. \quad (2.37)$$

В качестве примера на рис. 2.5 приведены графики функции выигрыша

$$\eta = 1 + \frac{\sum_{p=1}^{N-1} (N-p) B(p, h) - 2g^{-1} (1 - R(2) + g^{-1} + N^{-1} (R(h) - R(2-h) - R(2+h)))}{\sigma_{\hat{h}}^2}. \quad (2.38)$$

по дисперсии в зависимости от h при гауссовской КФ, $N = 400$ и $g = 0, 0,01$ и $0,05$. Анализ показывает, что выигрыш η зависит от h и с увеличением g^{-1} уменьшается в среднем с 23% до 4 %.

По аналогии с рассмотренными выше преобразованиями найдем $m_{\hat{h}}$ и $\sigma_{\hat{h}}^2$ алгоритма (2.15). Как и в предыдущем случае, для сокращения записи будем использовать обозначения

$$y_j = (z_{j+1}^{(1)} - z_j^{(1)}) (z_j^{(1)} - z_j^{(2)}) \text{ и } y_j(p) = (z_{j+1+p}^{(1)} - z_{j+p}^{(1)}) (z_{j+p}^{(1)} - z_{j+p}^{(2)}).$$

Математическое ожидание числителя m_D и знаменателя m_E (2.15) определяется соотношениями

$$m_D = M \left\{ \sum_{j=1}^N y_j \right\} = N \sigma_x^2 (1 - R(1) + R(1-h) - R(h) + g^{-1}), \quad (2.39)$$

$$m_E = M \left\{ \sum_{j=1}^N (z_{j+1}^{(2)} - z_j^{(2)})^2 \right\} = 2N \sigma_x^2 (1 - R(1) + g^{-1}), \quad (2.40)$$

где $g = (\sigma_x / \sigma_\theta)^2$; $R(u)$ -нормированная КФ. Тогда

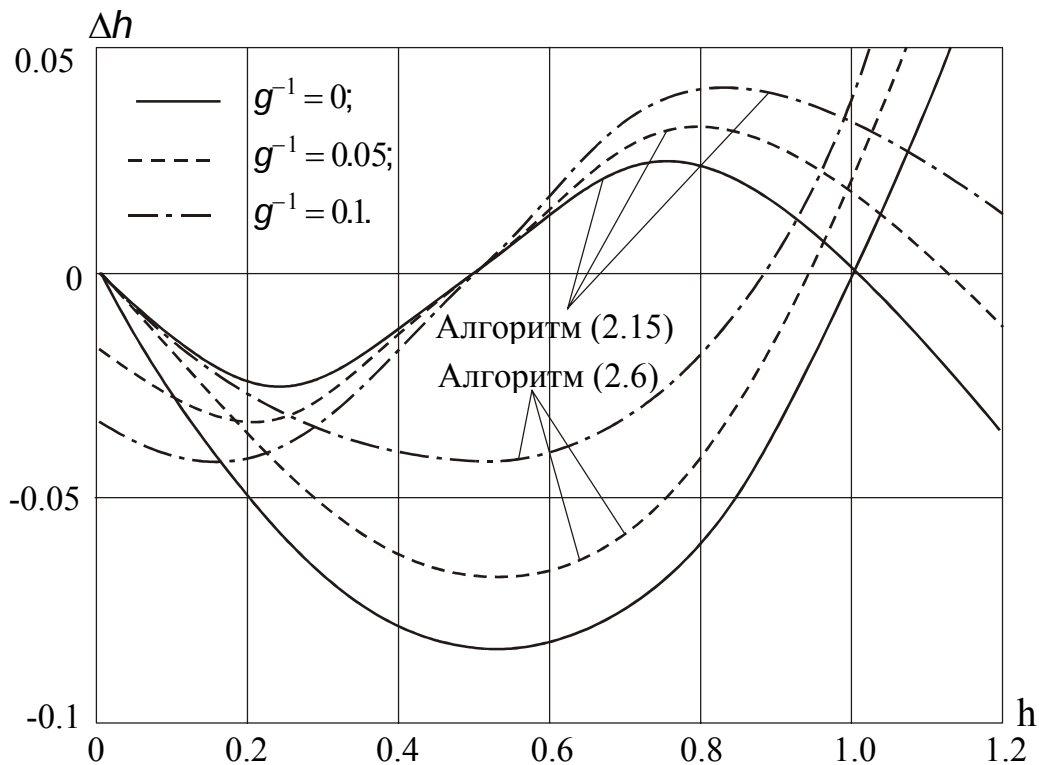
$$m_{\hat{h}} \approx \frac{m_D}{m_E} = \frac{1}{2} - \frac{R(h) - R(1-h)}{2(1 - R(1) + g^{-1})}. \quad (2.41)$$

Анализ показывает, что как и для алгоритма (2.6), дискриминационная характеристика (2.15) нелинейна и зависит от КФ изображений $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$. При этом в отличие от алгоритма (2.6) для (2.15) $m_{\hat{h}} \rightarrow 0.5$ при $g \rightarrow 0$. При $0 < h < 0.5$ и

наличии шумов это приводит к занижению $\hat{h}$, а при $0.5 < h < 1.0$ - к завышению. Для иллюстрации этих закономерностей на рис. 2.6 приведены графики систематической погрешности оценивания Δh при $g^{-1} = 0, 0.05$ и 0.1 и гауссовской КФ. На этом же рисунке для сравнения показаны зависимости Δh от величины сдвига для алгоритма (2.6). Из выражений (2.35) и (2.41) следует, что при отсутствии шумов в диапазоне сдвигов $[0 \ 1]$ алгоритм (2.15) обеспечивает примерно вчетверо меньшую смещенность оценок по сравнению с алгоритмом (2.6).

Найдем теперь дисперсию $\sigma_{\hat{h}}^2$ оценок алгоритма (2.15). Для составляющих дисперсии $\sigma_D^2 = \sigma_D^2(x) + \sigma_D^2(\theta)$ числителя (2.15), опуская громоздкие промежуточные преобразования запишем

$$\begin{aligned} \sigma_D^2(x) = N\sigma_x^4 \sum_{p=0}^{N-1} \frac{N-p}{N} & \left(5R^2(p) - 3R(p)(R(p+h) - R(p-h) + R(p+1) + R(p-1)) + \right. \\ & + 2(R(p+1)R(p+h) + R(p-1)R(p-h)) + R(p+1)R(p-1) + R(p+1)R(p-h) + \\ & + R(p-1)R(p+2) + R(p-h+1)(R(p) - R(p-1)) + R(p+h-1)(R(p) - R(p+1)) + \\ & \left. + (R(p-h) + R(p-h+1))(R(p+h) + R(p+h-1)) \right). \end{aligned} \quad (2.42)$$



В отличие от (2.6) "шумовые" составляющие (2.15) дают ненулевой вклад в элементы главной и первых побочных диагоналей ковариационной матрицы $\mathbf{V}_D(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2)$. Для элементов главной диагонали получаем

$$v_{j,j} = 2\sigma_x^2 \sigma_\theta^2 \left((6 + 2R(1-h) - 4R(1) - 4R(h) + 3g^{-1}) \right), j = \overline{1, N},$$

а для элементов первых побочных диагоналей -

$$v_{j,j+1} = v_{j+1,j} = \sigma_x^2 \sigma_\theta^2 \left(2-2R(h)-5R(1)+4R(1-h)+R(1+h)-R(2-h)+R(2) + g^{-1} \right),$$

где $j = \overline{1, N-1}$ для $v_{j+1,j}$ и $j = \overline{2, N}$ σ_θ^2 для $v_{j,j+1}$.

Тогда дисперсия "шумовой" составляющей

$$\sigma_D^2(\theta) = N\sigma_x^2 \sigma_\theta^2 \left(5 \left(2(1-R(1)) + g^{-1} \right) + 6(R(1-h) - R(h)) + 2(R(1+h) - R(1) + R(2) - R(2-h)) + \frac{2}{N} (2R(1) - 3R(1-h) + R(1+h) - R(2-h) + R(2)) \right). \quad (2.43)$$

Дисперсию знаменателя (2.15) после соответствующих преобразований можно записать в виде

$$\sigma_E^2 = 4N\sigma_x^4 \left(\sum_{p=1}^{N-1} \frac{(N-p)}{N} (2R(h)-R(1-h)-R(p+1))^2 + 2(1-R(1))^2 + g^{-1} \left(3 - \frac{1}{N} \right) (2(1-R(1)) + g^{-1}) - 2 \left(1 - \frac{2}{N} \right) (R(2) - R(1)) \right). \quad (2.44)$$

При $N \gg 1$ выражение (2.44) можно упростить:

$$\sigma_E^2 = 4N\sigma_x^4 \left(\sum_{p=1}^{N-1} \frac{(N-p)}{N} (2R(h)-R(1-h)-R(p+1))^2 + 2(1-R(1))^2 + 3g^{-1} (2(1-R(1)) + g^{-1}) - 2(R(2) - R(1)) \right). \quad (2.45)$$

Таким образом, с учетом (2.41) окончательно получаем

$$\sigma_{\hat{h}}^2 \approx \frac{\sigma_D^2}{4N^2 \sigma_x^4 (1 - R(1) + g^{-1})^2}. \quad (2.46)$$

Анализ соотношений (2.44), (2.46) и (2.36) показывает, что при значениях $g^{-1} < 0.01$ дисперсия (2.46) в несколько раз ниже дисперсии (2.36). Для примера на рис. 2.7 приведены графики зависимости $\sigma_{\hat{h}}^2$ от величины сдвига h при $g^{-1} = 0, 0.05$ и 0.15 . Из графиков видно, что зависимость дисперсии от h с

ростом g^{-1} уменьшается. Одновременно снижается и выигрыш по дисперсии оценок алгоритма (2.15) по сравнению с (2.6).

Выше приведен анализ точностных возможностей двух квазиоптимальных алгоритмов из восьми, рассмотренных в разделе 2.1. Очевидно, что и другие алгоритмы этой группы могут быть проанализированы аналогичным образом. Однако при анализе изображений размерности два и выше аналитические выражения становятся очень громоздкими, поэтому целесообразнее использование статистического моделирования.

Статистический анализ точности оценок сдвига двумерных изображений

Ниже приводятся некоторые результаты статистического анализа квазиоптимальных алгоритмов (2.6)-(2.12), (2.15), (2.20)-(2.21), который проводился как на имитированных, так и на реальных изображениях оптического и инфракрасного диапазонов. При имитации изображений опорная (исходная) реализация формировалась с использованием двумерного уравнения АР

$$z_{j_1, j_2}^{(1)} = \rho_{\hat{y}} z_{j_1-1, j_2}^{(1)} + \rho_{\hat{y}} z_{j_1, j_2-1}^{(1)} - \rho_{\hat{y}}^2 z_{j_1-1, j_2-1}^{(1)} + (1 - \rho_{\hat{y}}^2) \sigma_x \xi_{j_1, j_2} + \theta_{j_1, j_2}, \quad (2.47)$$

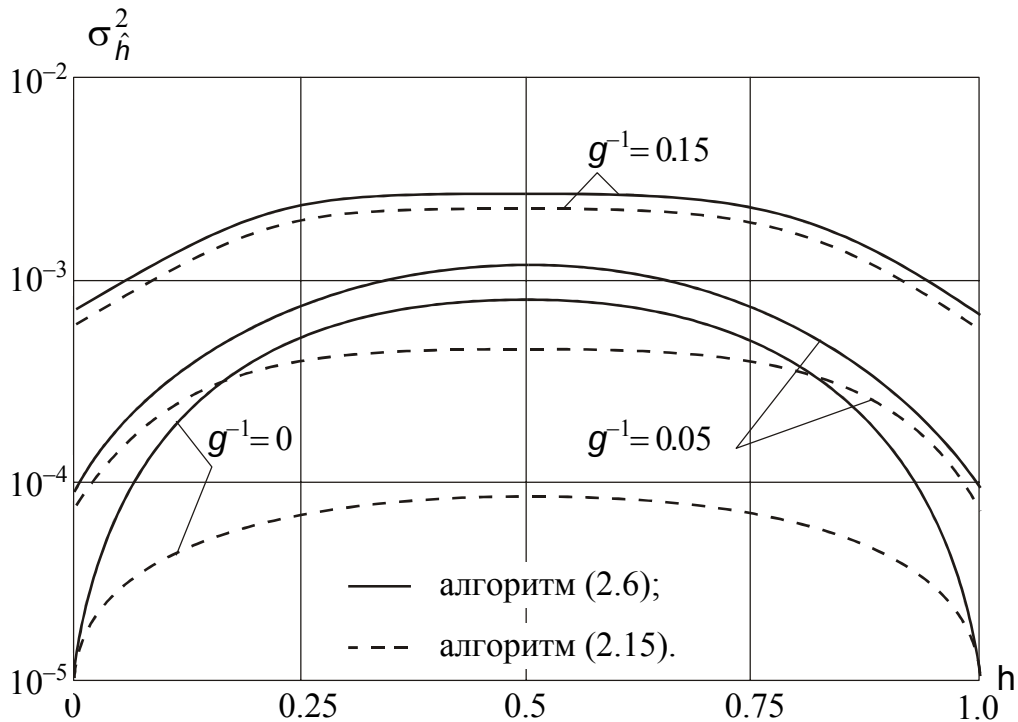


Рис. 2.7. Зависимость дисперсии оценки от величины сдвига для алгоритмов (2.5) и (2.15).

где θ_{j_1, j_2} - независимая гауссовская случайная величина (СВ) с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_0^2 ; $\rho_{\hat{y}}$ - коэффициент межэлементной корреляции; ξ_{j_1, j_1} - нормированная гауссовская СВ; $j_1 = \overline{1, N_1}$, $j_2 = \overline{1, N_2}$.

Для имитации изображений с достаточно широким классом КФ сдвинутые на $\bar{h} = (h_1, h_1)^T$ реализации $\{z_{j_1, j_2}^{(2)}\}$, $\overline{1, N_1}$, $j_2 = \overline{1, N_2}$, СП строились из опорной реализации $\{x_{j_1, j_2}^{(1)}\}$, как на основе АР уравнения (2.47), так и с помощью интерполяции полиномами первой, второй и третьей степени. Кроме того, опорный и сдвинутый кадры формировались также усреднением отсчетов (скользящее среднее) более мелкой сетки АР СП. Полученные таким образом СП суммировались с белыми полями помех. При этом σ_0^2 выбиралась исходя из требуемого отношения g дисперсии сигнала к дисперсии шума. Графики сечений КФ таких СП при $\rho_{\hat{y}} = 0.85$ и $g^{-1} = 0$ приведены на рис. 2.8. На этом рисунке кривая 1 соответствует АР модели; кривые 2, 3 и 4 - интерполяции полиномами первой, третьей и второй степени соответственно; кривая 5 - "скользящему среднему". Там же приведены значения КФ реальных изображений оптического (кружочки) и инфракрасного (звездочки) диапазонов. Аппроксимация кривых экспоненциальной зависимостью вида $\exp(-ah^b)$ дает диапазон изменения параметра b от 1 до 3 (для АР - $b = 1$, при "скользящем среднем", линейной и кубической интерполяции $b \approx 2$, при квадратичной интерполяции - $b \approx 3$).

Заметим, что из использованных способов формирования сдвинутого СП с точки зрения физических представлений более корректно применение "скользящего среднего", а также кубической и линейной интерполяций, имеющих близкие КФ, соответствующие параметру $b \approx 2$. Это же подтверждается и анализом КФ реальных изображений (рис. 2.8). При квадратичной интерполяции для прогнозируемой точки используется разный объем информации "справа" и "слева" (два отсчета и один). Это делает корреляционные свойства интерполируемого участка разными при использовании правой и левой ветвей параболы (так как для одной и той же точки получаются разные значения прогноза). Все это в приложении к решаемой задаче заставляет относиться к квадратичной интерполяции с осторожностью и рассматривать ее полезность с точки зрения

формирования КФ с параметром $b \approx 3$. Другим предельным случаем ($b = 1$) является АР модель. Она не всегда адекватно описывает дискретное по пространству изображение, отсчеты которого, как правило, зависят от интегральной яркости конечного участка исходного изображения, что приводит к экспоненциальным КФ с параметром $b > 1$. Поэтому при проведении эксперимента наибольшее внимание уделялось линейной и кубической интерполяциям и методу "скользящего среднего".

Для устранения влияния анизотропности КФ при исследовании зависимости характеристик оценки сдвига h_1 от вида сечения КФ сдвиг h_2 задавался равным нулю.

Некоторые характерные результаты эксперимента при $\rho_{\hat{y}} = 0.98$, $g = 10^2$ и размере области суммирования 40×40 отсчетов приведены на рис. 2.9, рис. 2.10 и в табл. 2.1. При этом в таблицу сведены значения $\hat{m}_{\hat{h}}$ и $\hat{\sigma}_{\hat{h}}$ для алгоритмов (2.6)-(2.8), (2.9)-(2.12) и (2.15), полученные при 40 значениях $\bar{h}$, равно-

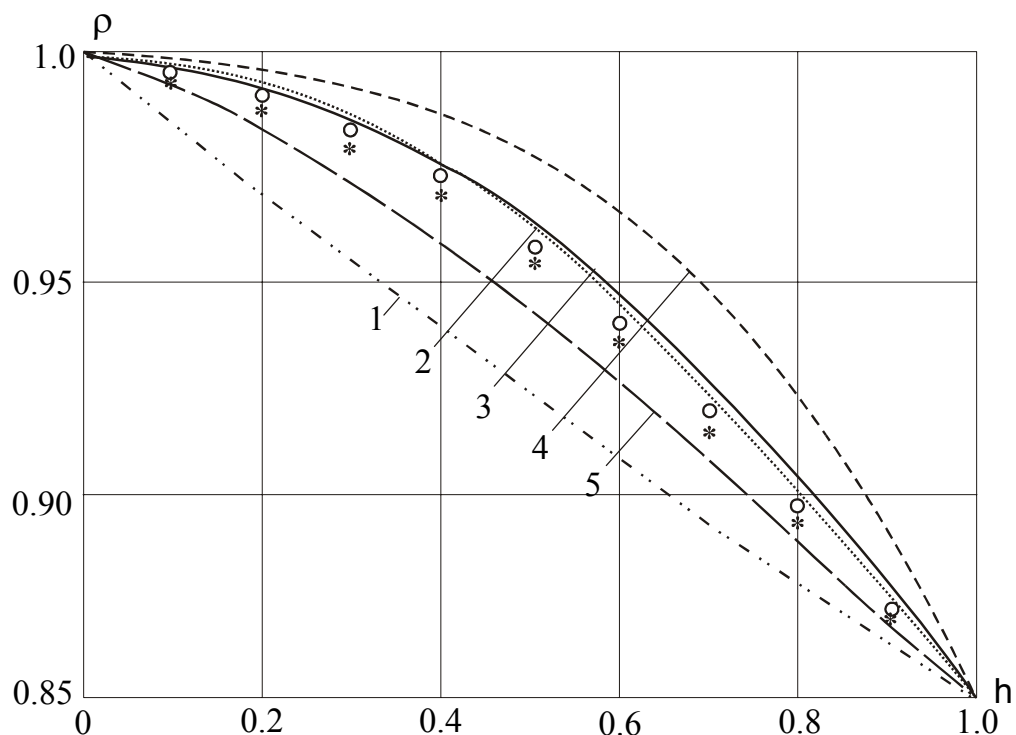


Рис. 2.8. Сечения КФ исследуемых изображений
(Способ формирования: 1 - АР модель; 2, 3 и 4 - полиномы первой, третьей и второй степени соответственно; 5 - "скользящее среднее"; "о" и "*" - реальные изображения оптического и инфракрасного

мерно распределенных в диапазоне $[-1.0 \ 1.0]$ и усредненных по 400 кадрам. Рис. 2.9 отражает конкретные реализации оценок сдвига пяти лучших по точностным возможностям алгоритмов при кубической интерполяции и дает представление о характере зависимости погрешности оценивания $\Delta h = h - \hat{h}$ от h , а также о степени устойчивости к шумам оценок, полученных с помощью разных алгоритмов. На рис. 2.10 приведены реализации оценок сдвига для алгоритма (2.11) при различных способах формирования сдвинутого изображения.

Анализ результатов эксперимента позволяет сделать следующие выводы. При всех способах формирования сдвинутого изображения $\{z_{j_1, j_2}^{(2)}\}$, алгоритмы (2.6) и (2.7) имеют нелинейную дискриминационную характеристику $\hat{h}(h)$, определяемую соотношением (2.35). Минимум смещенности $\hat{\hat{h}}$ обеспечивается при построении СП с использованием АР модели (2.47). Связано это с

Статистические оценки алгоритмов оценивания сдвига Табл. 2.1

Алго- ритм	Способ формирования смещенного кадра									
	Интерполяция полиномом						Авторег- рессия		"Скользящее среднее"	
	1 степени		2 степени		3 степени					
	$\hat{\sigma}_{\hat{h}}$	$\hat{m}_{\hat{h}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{h}}$	$\hat{m}_{\hat{h}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{h}}$	$\hat{m}_{\hat{h}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{h}}$	$\hat{m}_{\hat{h}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{h}}$	$\hat{m}_{\hat{h}}$
(2.6)	0.0060	-0.0023	0.0055	-0.0006	0.0258	0.0394	0.0284	0.0088	0.0209	0.0448
(2.7)	0.1054	0.0037	0.0353	-0.0485	0.0647	0.0089	0.0579	-0.0544	0.0394	-0.0084
(2.8)	0.0407	-0.0086	0.0244	0.0005	0.0376	0.0431	0.0416	-0.0018	0.0251	0.0279
(2.9)	0.1497	0.3092	0.1597	0.1771	0.1502	0.2241	0.0347	0.4115	0.0429	0.1695
(2.11)	0.0791	0.0911	0.1241	-0.1938	0.0972	-0.1120	0.0270	-0.0158	0.0784	-0.1835
(2.12)	0.0039	-0.0012	0.0171	-0.0567	0.0147	-0.0034	0.0245	0.0071	0.0109	-0.0014
(2.15)	0.0034	0,0009	0.0095	-0.0169	0.0037	0,0083	0,0226	0,0047	0,0064	0,0041

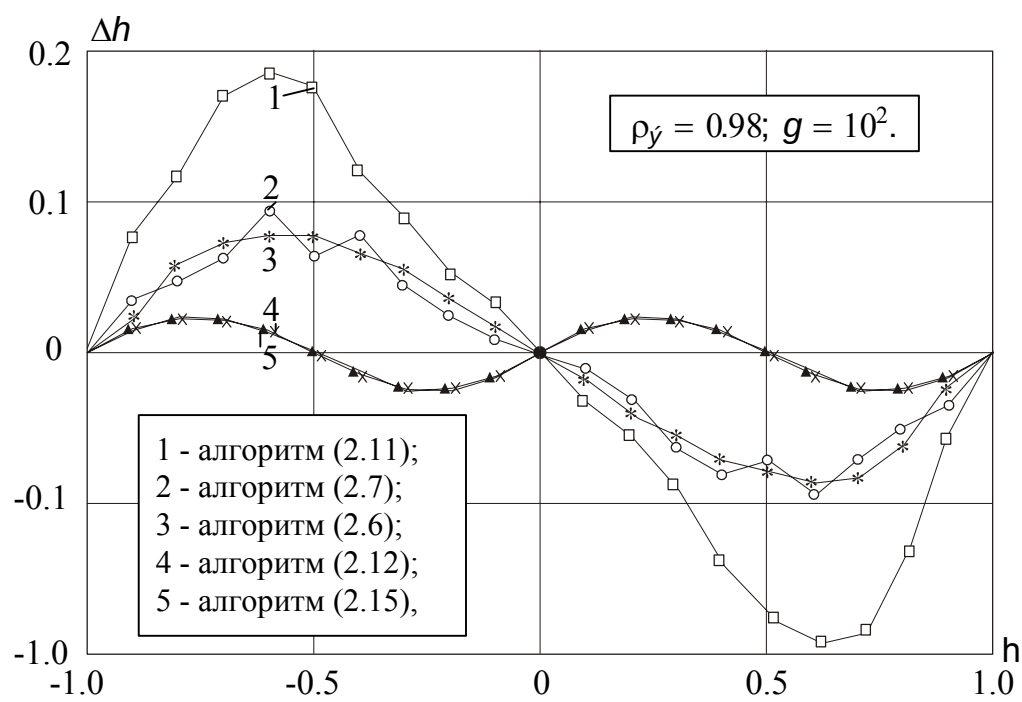


Рис. 2.9. Реализации оценок сдвига при кубической интерполяции.

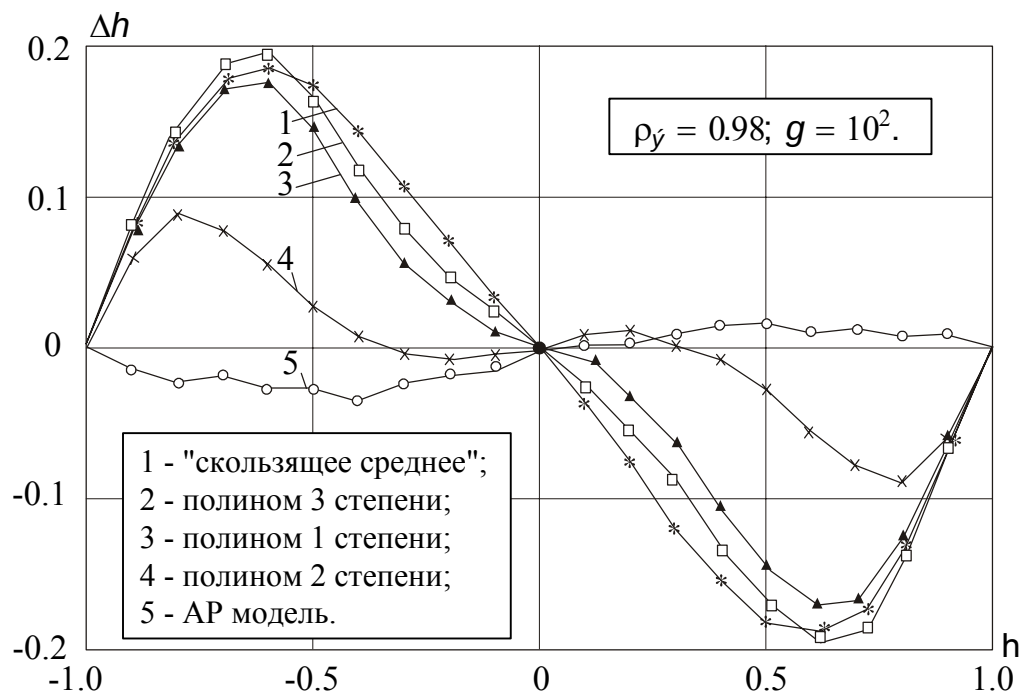


Рис. 2.10. Реализации оценок сдвига (алгоритм (2.11))
при различных способах формирования сдвинутого кадра.

тем, что экспоненциальная КФ такого СП на начальном участке хорошо аппроксимируется прямой. Алгоритм (2.7) в условиях шумов отличается неустойчивостью оценок, вносящей свой вклад в $\hat{\sigma}_{\hat{h}}$. Это объясняется тем, что формируемая

алгоритмом (2.7) оценка основана на разности близких по величине коэффициентов корреляции, поэтому требуются повышенные точность вычисления этих оценок и объем выборки. Таким образом, алгоритмы (2.6)-(2.7) могут быть рекомендованы к использованию при наличии априорной информации о характере КФ СП. Алгоритм (2.7), кроме того, следует применять при большом числе элементов $N = N_1 \times N_2$.

Алгоритм (2.11), синтезированный для АР модели СП, обеспечил, как и следовало ожидать, при этой модели лучшие результаты. Однако даже незначительное изменение КФ СП резко ухудшает его точностные возможности (см. табл. 2.1 и рис. 2.10). Из этого следует, что алгоритмами, оптимизированными для конкретного вида КФ СП, при других моделях СП следует пользоваться только после предварительного анализа. Поэтому в условиях априорной неопределенности применение алгоритма (2.11) не может быть рекомендовано.

Из рассмотренных процедур наиболее устойчивыми к виду КФ СП являются алгоритмы (2.12) и (2.15), а также (2.6) и (2.8). В самом деле, усредненное СКО алгоритма (2.15) составляет $\hat{\sigma}_{\hat{h}} = 0,09$; для алгоритма (2.12) - $\hat{\sigma}_{\hat{h}} = 0,14$; а для алгоритмов (2.6) и (2.8) соответственно $\hat{\sigma}_{\hat{h}} = 0,17$ и $\hat{\sigma}_{\hat{h}} = 0,34$. Для сравнения заметим, что следующий по качеству алгоритм (2.11) обеспечивает $\hat{\sigma}_{\hat{h}} = 0,81$.

В целом алгоритмы оценки сдвига имеют существенно нелинейную дискриминационную характеристику, характер которой зависит от вида КФ изображений. Даже незначительное изменение КФ может значительно изменить вид дискриминационной характеристики. Кроме того, для большинства алгоритмов смещенность оценок зависит также от отношения сигнал / шум. Все это делает проблематичной апостериорную коррекцию результатов измерения сдвига при априорной неопределенности относительно вида КФ изображений.

Таким образом, из исследуемых процедур оценки линейного сдвига изображений в диапазоне $[-1.0 \ 1.0]$ по критериям быстродействия, точности и устойчивости к шумам могут быть рекомендованы алгоритмы (2.12) и (2.15).

2.4. Оценка угла поворота изображений по сдвигам локальных фрагментов

Расширим вектор оцениваемых параметров межкадровых ПД изображений, введя в него угол поворота ϕ . Тогда $\bar{\alpha} = (\bar{h}, \phi)^T$, а $\bar{h} = (h_1, h_2)^T$ приобретает смысл сдвига координат центра поворота. Такая постановка задачи соответствует ситуации отсутствия глобальных и локальных межкадровых масштабных искажений.

Пусть при небольших (несколько градусов) углах поворота на изображении выделены локальные фрагменты, размеры которых много меньше размера изображения в целом. В такой ситуации все отсчеты локального фрагмента оказываются сдвинутыми примерно на одну величину. Поэтому при оценке вектора $\bar{\alpha}$ для каждого отдельного локального фрагмента составляющей поворота можно пренебречь. Совокупность же оценок параллельных сдвигов всех фрагментов дает информацию об угле поворота изображения. Таким образом, задача может быть сведена к оценке сдвига локальных фрагментов. При этом могут быть использованы алгоритмы, рассмотренные в разделах 2.1 и 2.2.

Пусть на кадре $\mathbf{z}^1$ произвольно расположены k локальных фрагментов. Полученные оценки $\bar{h}_v = (h_{1v}, h_{2v})^T$, $v = \overline{1, k}$, параллельных сдвигов этих фрагментов на кадре $\mathbf{z}^2$ отнесем к некоторым конкретным координатам, например, к геометрическим центрам фрагментов. Будем также предполагать, что оценки $\bar{h}_v$ равноточные. Тогда по оценкам сдвигов k произвольно расположенных точек изображения, имеющих на кадре $\mathbf{z}^1$ координаты (j_{1v}, j_{2v}) , $v = \overline{1, k}$, необходимо оценить угол поворота ϕ . Отметим, что такими точками могут быть также центры контрастных зон, реперные точки и т.п.

Для синтеза алгоритма оценивания угла поворота заметим, что в результате поворота v -я точка изображения займет на сдвинутом кадре положение с координатами (j'_{1v}, j'_{2v})

$$j'_{1v} = \rho_v \cos(\gamma_v + \phi) + j_{10}; \quad j'_{2v} = \rho_v \sin(\gamma_v + \phi) + j_{20},$$

где ρ_v и γ_v - полярные координаты точки (j_{1v}, j_{2v}) ; (j_{10}, j_{20}) - точка центра поворота (в которой $h_1(j_{10}, j_{20}) = h_2(j_{10}, j_{20}) = 0$).

Найдем оценки параметров ϕ , j_{10} и j_{20} с помощью метода наименьших квадратов

$$S = \sum_{v=1}^k \left(j_{1v} - \hat{h}_{1v} - j'_{1v}(\phi, j_{10}, j_{20}) \right)^2 + \left(j_{2v} - \hat{h}_{2v} - j'_{2v}(\phi, j_{10}, j_{20}) \right)^2 = \min. \quad (2.48)$$

После решения системы уравнений $\frac{\partial S}{\partial(\phi, j_{10}, j_{20})} = 0$, получим

$$\begin{aligned} \hat{\phi} &= \arctg \frac{\hat{B}(j_{2v}, \hat{h}_{1v}) - \hat{B}(j_{1v}, \hat{h}_{2v})}{\sigma_{j_1}^2 + \sigma_{j_2}^2 - \hat{B}(j_{1v}, \hat{h}_{1v}) - \hat{B}(j_{2v}, \hat{h}_{2v})}; \\ \hat{j}_{10} &= \sum_{v=1}^k \frac{j_{1v}}{k} - \frac{0.5}{k} \left(\sum_{v=1}^k \hat{h}_{1v} - \ctg \frac{\hat{\phi}}{2} \sum_{v=1}^k \hat{h}_{2v} \right); \\ \hat{j}_{20} &= \sum_{v=1}^k \frac{j_{2v}}{k} - \frac{0.5}{k} \left(\sum_{v=1}^k \hat{h}_{2v} - \ctg \frac{\hat{\phi}}{2} \sum_{v=1}^k \hat{h}_{1v} \right), \end{aligned} \quad (2.49)$$

где $\hat{B}(a, b) = \frac{1}{k} \sum_{v=1}^k a_v b_v - \frac{1}{k^2} \sum_{v=1}^k a_v \sum_{v=1}^k b_v$.

Смысл процедур (2.49) состоит в определении такого положения сдвинутого кадра относительно опорного, при котором минимальна сумма квадратов расстояний между положением заданных точек изображения на опорном кадре и оценкой их положения на сдвинутом.

Расстояние $l(j_1, j_2)$ между положением точки изображения (j_1, j_2) на кадре $\mathbf{z}^1$ и ее положением на $\mathbf{z}^2$ определяется выражением

$$l(j_1, j_2) = 2 \sqrt{\left((j_1 - \hat{j}_{10})^2 + (j_2 - \hat{j}_{20})^2 \right)} \left| \sin(\phi/2) \right|. \quad (2.50)$$

Тогда, выбрав в качестве центра поворота произвольную точку (j_1, j_2) на кадре $\mathbf{z}^1$, совмещение изображений может быть достигнуто дополнительным к повороту сдвигом $\mathbf{z}^2$ на величину $-l(j_1, j_2)$. Заметим также, что в пределах кадра $\mathbf{z}^1 = \{z_{j_1, j_2}^{(1)}\}$, $j_1 = [1, N_1]$, $j_2 = [1, N_2]$, минимальный сдвиг достигается в точке

$$j_{1\min} = \begin{cases} n_1, & \text{если } j_{10} > n_1; \\ j_{10}, & \text{если } 1 \leq j_{10} \leq n_1; \\ 1, & \text{если } 1 < j_{10}; \end{cases} \quad j_{2\min} = \begin{cases} n_2, & \text{если } j_{20} > n_2; \\ j_{20}, & \text{если } 1 \leq j_{20} \leq n_2; \\ 1, & \text{если } 1 < j_{20}. \end{cases} \quad (2.51)$$

Эффективность оценок (2.49) исследовалась с помощью статистического моделирования на имитированных и реальных кадрах изображений размером 256×256 элементов при коэффициенте корреляции между соседними отсчетами $\rho_y = 0.7 \div 0.995$. Для нахождения угла поворота предварительно оценивался параллельный сдвиг $7 \div 10$ локальных зон изображения размером 30×30 отсчетов, выбранных произвольным образом. Результаты эксперимента показали, что при угле поворота до 3° и модуле вектора сдвига до 5 шагов сетки отсчетов СКО погрешности оценки угла поворота находилось в пределах $(1.5 \div 2.5) \cdot 10^{-4}$ радиан. Для оценки параллельных сдвигов локальных зон использовались алгоритмы (2.12) и (2.15) с итерационным определением целочисленной части сдвига (см., раздел 2.5 и приложение).

В заключение заметим, что аналогично рассмотренной может быть решена и задача оценивания глобальных (коэффициент масштаба) или локальных масштабных искажений (см., раздел 3.4).

2.5. Заключение

Рассмотренные квазиоптимальные алгоритмы оценивания параллельного сдвига изображений, разработанные на базе оптимальных процедур, позволяют более чем в 1,5 раза улучшить соотношение дисперсии оценок и вычислительных затрат по сравнению с алгоритмами Лимба-Мэрфи и Нетравали-Роббинса. Оценки параметров, получаемые при использовании предложенных алгоритмов, являются состоятельными в том смысле, что их дисперсия стремится к нулю при бесконечном увеличении размеров изображения. Смещенность оценок зависит от критерия качества и вероятностных свойств изображения.

Алгоритм компенсации смещенности оценок, вызванной анизотропностью КФ, позволяет при эллипсообразной КФ изображения снизить смещенность в 3-4 раза при увеличении вычислительных затрат примерно вдвое.

Для оценивания угла поворота изображений может быть использована информация об оценках параллельных сдвигов произвольно расположенных локальных фрагментов изображения. Экспериментальные исследования одного из таких алгоритмов, полученного с помощью метода наименьших квадратов, показали, что на близких к гауссовским изображениях при размере кадров 200×200 элементов и угле поворота до 3° СКО оценок угла поворота составляет сотые доли градуса.

Рассмотренные алгоритмы реализуемы в системах реального времени и аппаратно и программно. При этом структура обработки может быть как параллельной, например, мультитранспьютерной, так и конвейерного типа. Разрешению противоречия между скоростью поступления информации и быстродействием вычислительных средств способствует то, что обработка отсчетов кадров может вестись в произвольном порядке, например в порядке развертки с прореживанием, определяемым быстродействием имеющихся в распоряжении аппаратных средств.

ПСЕВДОГРАДИЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Исследуются возможности построения реализуемых в реальном времени квазиоптимальных безыдентификационных адаптивных псевдоградиентных алгоритмов оценивания межкадровых пространственных деформаций многомерных изображений в условиях их неполного описания. Синтез алгоритмов проводится при заданном и неизвестном наборе параметров модели пространственных деформаций на основе предложенных целевых функций. Разрабатываются рекомендации по выбору вида псевдоградиента, направленные на сокращение вычислительных затрат. Для полноты изложения в первом разделе приводятся описание и общие свойства псевдоградиентных алгоритмов.

3.1. Описание и общие свойства псевдоградиентных алгоритмов

Предположим, что модель ПД МИ определена с точностью до вектора параметров $\bar{\alpha}$, а критерий качества оценивания $\bar{\alpha}$ сформулирован в терминах минимизации некоторого функционала $J(\bar{\alpha})$, который прямо или косвенно отражает ожидаемые потери. Определить в указанном смысле оптимальные параметры $\bar{\alpha}^*$ нет возможности ввиду неполноты описания МИ. В этом случае параметры $\bar{\alpha}$ можно найти на основании анализа предъявленной реализации Y МИ с помощью некоторой процедуры адаптации. Тогда задача адаптации может быть сформулирована как задача минимизации $J(\bar{\alpha}) = J(\bar{\alpha}, Y)$ для конкретной реализации Y . Однако представляет интерес обойти этот промежуточный этап исследования и определять $\bar{\alpha}$ непосредственно по получаемым значениям $J(\bar{\alpha}, Y)$

$$\bar{\alpha}_t = \bar{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y), \quad (3.1)$$

где $\bar{\alpha}_t$ - следующее за $\bar{\alpha}_{t-1}$ приближение точки минимума; Λ_t - положительно определенная матрица, определяющая длину шагов; $\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y)$ - градиент функции $J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y)$.

В алгоритме (3.1) каждый очередной шаг производится по направлению наискорейшего спуска. При выполнении определенных условий [37,38] имеет место сходимость $\bar{\alpha}_t \rightarrow \alpha^*$, но она может оказаться слишком медленной. Для

ее ускорения можно выбрать направления, отличные от антиградиента, как это сделано, например, в методах Ньютона и сопряженных градиентов [7]. Однако, применению этих методов в обработке изображений препятствует необходимость многократных громоздких вычислений $\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y)$, каждое из которых обычно включает в себя всю процедуру обработки Y при параметрах $\bar{\alpha}_{t-1}$. Значительно сократить объем вычислений можно, если использовать вместо $\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y)$ его усечение $\nabla Q(\bar{\alpha}_{t-1}) = \nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y_t)$ на некоторую часть Y_t реализации Y . Например, в качестве Y_t можно взять скользящее окно. В этом случае в (3.1) на каждом шаге нужно производить меньше вычислений, но вместо точного значения $\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y)$ будут использоваться значения градиента со случайной ошибкой $\bar{\gamma}_{t-1}$:

$$\bar{\alpha}_t = \bar{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t(\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y) + \bar{\gamma}_{t-1}) = \bar{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \nabla Q(\bar{\alpha}_{t-1}). \quad (3.2)$$

Алгоритм (3.2) отличается от градиентного алгоритма (3.1) использованием приближенных значений градиента вместо точных. Последовательность приближений $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots$ становится случайной, поэтому скорость и сам факт сходимости к $\bar{\alpha}^*$ зависят не только от вида $J(\bar{\alpha})$, но и от вероятностных свойств ошибок $\bar{\gamma}_t$.

Известные процедуры стохастической аппроксимации [33] также используют $J(\bar{\alpha})$ и $\nabla J(\bar{\alpha})$ со случайными ошибками, а в методах стохастического поиска [42] применяется даже искусственное введение случайной составляющей в направление очередного шага итерационного алгоритма, что позволяет иногда увеличить скорость сходимости. Таким образом, усечение градиента на Y_t позволяет не только сократить вычисления, но и в ряде случаев улучшить сходимость процедуры оценки параметров алгоритма.

Анализ подходов к синтезу процедур оценивания ПД больших МИ в реальном времени (см., раздел 1.6) показывает, что алгоритмы, удовлетворяющие требованиям простоты, быстрой сходимости и работоспособности в различных реальных ситуациях, целесообразно искать в классе рекуррентных безыдентификационных адаптивных алгоритмов. Наиболее представительной группой таких алгоритмов являются адаптивные псевдоградиентные алгоритмы (ПГА). Понятие псевдоградиента (ПГ), на основе которого разработан единый подход к

анализу и синтезу разнообразных алгоритмов стохастической минимизации функционалов, было введено Б.Т. Поляком и Я.З. Цыпкиным в работе [36]. Класс ПГА адаптации очень широк и включает в себя алгоритмы стохастической аппроксимации, случайного поиска и многие другие.

В ПГА используется процедура [36]

$$\bar{\alpha}_t = \bar{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \bar{\beta}_t \quad (3.3.)$$

где $\bar{\alpha}$ - m -мерный вектор оцениваемых параметров; Λ_t - положительно определенная матрица (матрица усиления), например,

$$\Lambda_t = \begin{bmatrix} \lambda_{1t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{2t} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{mt} \end{bmatrix},$$

$\lambda_{it} > 0$, $i = \overline{1, m}$; $\bar{\alpha}_0$ - начальное приближение вектора параметров; $\bar{\beta}_t$ - некоторое случайное направление в пространстве параметров, зависящее в общем случае от значений $\bar{\alpha}_{t-1}$ и от номера шага t .

Направление $\bar{\beta}_t$ называется ПГ функционала $J(\bar{\alpha})$ в точке $\bar{\alpha}_{t-1}$, если выполнено условие [36]

$$[\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1})]^T M\{\bar{\beta}_t\} \geq 0, \quad (3.4)$$

то есть если вектор $\bar{\beta}_t$ составляет в среднем острый угол с точным значением градиента функционала. На рис. 3.1 показан градиент $\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1})$, различные возможные направления $\bar{\beta}_t$ и их среднее значение $M\{\bar{\beta}_t\}$. Алгоритм (3.3) называется псевдоградиентным, если $\bar{\beta}_t$ является ПГ на каждом его шаге. В этом случае шаги в (3.3) будут производиться в среднем в сторону уменьшения $J(\bar{\alpha})$ и можно ожидать, что последовательность $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots$ будет сходиться к точке минимума $\bar{\alpha}^*$. Действительно, выполнение некоторых относительно слабых условий оказывается достаточным для сходимости $\bar{\alpha}_t \rightarrow \bar{\alpha}^*$ с вероятностью единица при любом начальном приближении $\bar{\alpha}_0$. Несколько вариантов условий аргументной и критериальной сходимости ПГА приведено в работах [36-38]).

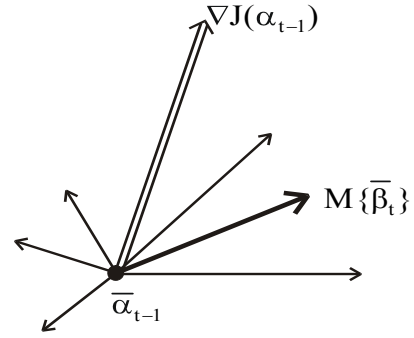


Рис. 3.1. Градиент и псевдоградиент.

Структурная схема измерителя параметров межкадровых ПД изображений, реализующая алгоритм (3.3), приведена на рис. 3.2. Она содержит функциональный преобразователь $\bar{\beta}$, на вход которого поступают наблюдаемые на t -й итерации кадры изображений Z_t , нелинейный преобразователь Λ_t , задающий направление и величину шагов алгоритма (3.3), и дискретный интегратор (дигратор), с помощью которого формируется оценка $\hat{\alpha}_t$, состоящий из линии задержки на время итерации и положительной обратной связи.

Если градиент средних потерь известен (условие оптимальности (1.42) полностью определено), то итерационный алгоритм (1.47) будет псевдоградиентным при выборе диагональной матрицы усиления вида [66]

$$\Lambda_t = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_m \end{bmatrix}, \quad \lambda_i > 0, \quad i = \overline{1, m}. \quad (3.5)$$

Для рекуррентных алгоритмов (1.51) псевдоградиентному подходу соответствует положительно определенная матрица усиления **B**

$$\Lambda_t = \lambda_t \mathbf{B}. \quad (3.6)$$

В частности, если $\mathbf{B} = \mathbf{I}$ - единичная матрица, то

$$\Lambda_t = \lambda_t \mathbf{I}, \quad (3.7)$$

а при $\lambda_t = t^{-1}$ имеем

$$\Lambda_t = \frac{1}{t} \mathbf{B} \quad (3.8)$$

К рекуррентному ПГА стохастической аппроксимации приводит матрица усиления (1.54). При этом скалярный множитель λ_t в (3.6), а также $\lambda_{i,t}$ в (1.54) также

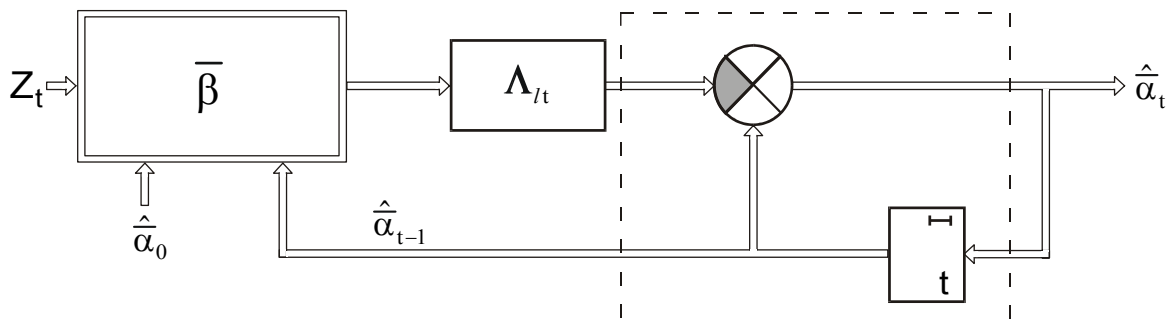


Рис. 3.2. Структурная схема измерителя параметров межкадровых ПД изображений.

должны удовлетворять условиям (2.53).

Как уже отмечалось, не всегда целью является приближение $\bar{\alpha}_t$ к $\bar{\alpha}^*$, иногда достаточно только потребовать, чтобы $J(\bar{\alpha}_t)$ было достаточно близко к $J^* = J(\bar{\alpha}^*)$, то есть чтобы качество обработки было близко к потенциально достижимому J^* . Вопросы критериальной сходимости ПГА исследованы в [38]. Отметим, что условия критериальной сходимости несколько слабее условий сходимости аргументной. Скорость сходимости в обоих случаях, как правило, имеет обычный для стохастических алгоритмов порядок $O(t^{-1/2})$, хотя для критериальных алгоритмов она часто несколько выше, чем для аргументных.

Алгоритм (3.3) является более общим, чем (3.2), так как в нем не предполагается возможность вычисления $J(\bar{\alpha}_{t-1})$ или $\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1})$, хотя бы и со случайной ошибкой, то есть $J(\bar{\alpha})$ может быть и ненаблюдаемым. Необходимо только выполнение условия псевдоградиентности (3.4). В частности, в качестве $\bar{\beta}_t$ может быть выбрано зашумленное значение градиента некоторого другого функционала $J_{\bar{a}}(\bar{\alpha})$, у которого та же точка минимума $\bar{\alpha}^*$ при решении аргументных задач или же, для задач критериальных, $J(\bar{\alpha}_t) \rightarrow J(\bar{\alpha}^*)$ при $J_{\bar{a}}(\bar{\alpha}_t) \rightarrow J_{\bar{a}}(\bar{\alpha}^*)$.

При синтезе ПГА для заданного функционала необходимо найти некоторый относительно легко вычисляемый ПГ, что, как показывает опыт, может быть сделано при решении широкого круга задач обработки изображений. Заметим, что представление (3.3) очередного приближения искомых параметров не является снижением общности по сравнению с алгоритмами вида

$$\bar{\alpha}_t = \varphi(\bar{\alpha}_{t-1}) + \psi(\bar{\alpha}_{t-1}, Z_t), \quad (3.9)$$

например, алгоритмами калмановской фильтрации. Действительно, (3.9) можно представить в виде (3.3)

$$\bar{\alpha}_t = \bar{\alpha}_{t-1} - [\bar{\alpha}_{t-1} - \varphi(\bar{\alpha}_{t-1}) - \psi(\bar{\alpha}_{t-1}, \bar{Z}_t)] = \bar{\alpha}_{t-1} - \bar{\beta}_t, \quad (3.10)$$

где $\bar{\beta}_t$ соответствует ПГ. Таким образом, существенным является не форма записи (3.3), а переход к следующим значениям параметров в среднем в сторону улучшения ожидаемого результата. Поэтому многие известные итерационные адаптивные алгоритмы, в том числе и адаптивный метод наименьших квадратов, могут быть отнесены к классу псевдоградиентных [27,35,64,73,85,86, 90,95 и др.].

Допустимость зависимости $\bar{\beta}_t$ от предыдущих значений $\bar{\alpha}_t$ дает возможность применения ПГА для обработки не только одномерных случайных процессов, но и МИ, обработка которых производится в порядке некоторой развертки. При этом $\bar{\beta}_t$ могут зависеть от уже вычисленных значений $\bar{\alpha}_t$ в предыдущих строках изображения.

Выше предполагалось, что задачей является нахождение точки минимума $\bar{\alpha}^*$ функционала $J(\bar{\alpha}, Y)$, единой для всей реализации Y . Это означает, что вся Y обрабатывается с постоянными параметрами. Такая обработка оптимальна, если Y однородна. При этом для сходимости (3.3) к $\bar{\alpha}^*$ требуется бесконечное убывание последовательностей $\lambda_{i,t}$. Если же $\lambda_{i,t}$, начиная с некоторого момента ограничить снизу, например, оставить постоянными ($\lambda_{i,t} = \lambda_i$), то дисперсии погрешностей оценок $\bar{\alpha}_t$ параметров $\bar{\alpha}^*$ перестанут уменьшаться и будут иметь порядок λ_i^{-2} . Таким образом, если для оценки параметров $\bar{\alpha}^*$ обработку производить с постоянной $\Lambda_t = \Lambda$, то по достижении установившегося режима будет осуществляться некоторая квазиоптимальная обработка. Такой подход при плавном изменении характеристик Y дает возможность применения ПГА адаптивных алгоритмов к обработке неоднородных изображений без их сегментации на участки относительно однородной структуры или использовать алгоритм (3.3) для текущей оценки переменных параметров $\bar{\alpha}^*$. При этом к алгоритму предъявляются иные требования. Вопрос об асимптотической сходимости снимается, требуется же возможно более точное приближение $\bar{\alpha}_t$ к переменному $\bar{\alpha}_t^*$ или же $J(\bar{\alpha}_t)$ к $J(\bar{\alpha}_t^*)$. Возникает также известная проблема компромисса при выборе λ_i : для уменьшения дисперсии погрешности оценки нужно уменьшать коэффициенты λ_i , а для избежания запаздывания оценки эти коэффициенты следует увеличивать. Тем не менее, во многих случаях удастся подобрать λ_i , при котором достигается достаточно высокое качество обработки неоднородных данных с помощью ПГА. Отметим, что обработка при этом может осуществляться в порядке развертки изображения.

Отмеченные качества адаптивных ПГА делают их привлекательными для применения в обработке МИ. Различные модификации ПГА оценивания ПД

изображений последовательности кадров проанализированы в разделах 3.3 и 3.4.

Псевдоградиентные тензорные алгоритмы оценивания марковских пространственных деформациях многомерных изображений

Для вычисления тензорных коэффициентов рекуррентного уравнения (1.24) оценивания вектора параметров ПД, приведенного в разделе 1.4, требуется задание моделей МИ и ПД. Если параметры этих моделей не заданы, то оценить их можно по имеющимся наблюдениям, то есть использовать идентификационный подход к адаптации. Однако такой подход чрезвычайно громоздок, особенно в случае неоднородных МИ. Другим подходом к получению адаптивных алгоритмов в данных условиях является использование ПГ. Для этого введем сводный набор параметров $\mathbf{\kappa}_k = (\mathfrak{R}_k, \mathbf{P}_{\hat{y}}^k, \mathbf{P}^k)$, состоящий из тензорных коэффициентов уравнений (1.25) и (1.27).

Рассмотрим стационарный случай, когда при $k \rightarrow \infty$ тензоры $\mathfrak{R}_k, \mathbf{P}_{\hat{y}}^k, \mathbf{P}^k$ стремятся к некоторым предельным значениям $\mathfrak{R}^*, \mathbf{P}_{\hat{y}}^*, \mathbf{P}^*$, которые можно использовать в алгоритме (1.27), что ухудшит результаты только на начальном этапе. Поэтому рассмотрим уравнение (1.27) в установившемся режиме:

$$\hat{\alpha}_k = \hat{\alpha}_{yk} + \mathbf{P} \frac{d \hat{\mathbf{x}}_{\hat{y}}^k}{d \hat{\alpha}_k} (\mathbf{V}_{\theta})^{-1} (\mathbf{z}^k - \hat{\mathbf{x}}_{\hat{y}}^k), \quad \hat{\alpha}_{yk} = \mathfrak{R} \hat{\alpha}_{k-1}, \quad (3.11)$$

где оптимальные значения $\mathfrak{R}^*, \mathbf{P}_{\hat{y}}^*, \mathbf{P}^*$ тензоров $\mathfrak{R}, \mathbf{P}_{\hat{y}}, \mathbf{P}$ неизвестны и их требуется найти.

Как показано в работе [13], при оптимальном наборе параметров $\mathbf{\kappa}_k$ оценки $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\mathbf{x}}_s^k$ оптимальны или не оптимальны одновременно. Поэтому оптимизация фильтрации по $\hat{\alpha}_{yk}$ может выполняться как оптимизация прогноза $\hat{\mathbf{x}}_s^k$, то есть по критерию минимума средних квадратов ошибок компенсации $\Delta^k(\mathbf{\kappa}) = \mathbf{z}^k - \hat{\mathbf{x}}^k(\hat{\alpha}_{\hat{y}}^k) = \mathbf{z}^k - \hat{\mathbf{x}}_s^k(\mathfrak{R}, \mathbf{P}_{\hat{y}}, \mathbf{P})$. Для требуемой минимизации функционала

$$J(\mathbf{\kappa}) = M \left\{ \left(\Delta^k(\mathbf{\kappa}) \right)^T \Delta^k(\mathbf{\kappa}) \right\}$$

можно применить адаптивный ПГА (3.3), взяв, например, ПГ

$$\beta_k = \left(\Delta^k(\kappa_{t-1}) \right) \frac{\partial \left(\Delta^k(\kappa_{t-1}) \right)}{\partial \kappa}. \quad (3.12)$$

При соответствующем выборе Λ_t последовательность $\kappa_k = (\mathfrak{R}^k, \mathbf{P}_{\hat{y}}^k, \mathbf{P}^k)$ с вероятностью единица сходится к единственной точке минимума $\kappa^* = (\mathfrak{R}^*, \mathbf{P}_{\hat{y}}^*, \mathbf{P}_\alpha^*)$. Отметим, что дифференцирование по κ в (3.12) означает дифференцирование каждого элемента по каждому из элементов $\mathfrak{R}$, $\mathbf{P}_{\hat{y}}$ и $\mathbf{P}$, поэтому получающийся градиент β_k является матрицей (тензором) размерности на единицу выше размерностей $\mathfrak{R}$, $\mathbf{P}_{\hat{y}}$ и $\mathbf{P}$.

В ситуации нестационарности МИ и его наблюдений описанный алгоритм может быть использован для оценки плавно меняющихся параметров $\kappa_k^* = (\mathfrak{R}_k^*, \mathbf{P}_{\hat{y}k}^*, \mathbf{P}_k^*)$. При этом можно выбрать $\Lambda_k = \text{const}$.

Препятствием для реализации тензорных адаптивных ПГА является их вычислительная сложность, поскольку применяемые тензоры имеют очень большие размеры. В перспективе такие алгоритмы могут быть реализованы на основе параллельных вычислительных процедур. При современном же состоянии вычислительной техники выход может быть найден, например, с помощью параллельной обработки небольших перекрывающихся фрагментов изображений.

3.2. Рекомендации по выбору вида псевдоградиента

Важнейшим моментом при синтезе адаптивных ПГА вида (3.3) является нахождение ПГ функционала качества $J(\bar{\alpha}, Y)$ или его усечения $J(\bar{\alpha}, Y_t)$. При обработке СП $J(\bar{\alpha}, Y)$ часто выражается через математическое ожидание некоторой функции $v(\bar{\alpha}, Y)$:

$$J(\bar{\alpha}, Y) = M\{v(\bar{\alpha}, Y)\}. \quad (3.13)$$

Например, это может быть средний квадрат ошибки некоторых параметров. Тогда

$$v(\bar{\alpha}, Y) = [f(\bar{\alpha}, Y) - \chi]^2 = \Delta^2(\bar{\alpha}, Y), \quad (3.14)$$

где χ - точное значение параметра; $f(\bar{\alpha}, Y)$ - его оценка. К (3.14) приводят задачи прогноза, фильтрации СП и многие другие.

Если реализации $v(\bar{\alpha}, Y)$ или $\nabla v(\bar{\alpha}, Y)$ наблюдаемы (например, в задачах прогноза), то в качестве псевдоградиента можно выбрать

$$\bar{\beta}_t = \nabla v(\bar{\alpha}_{t-1}, Y) \quad (3.15)$$

или его сужение

$$\bar{\beta}_t = \nabla v(\bar{\alpha}_{t-1}, Y_t) \quad (3.16)$$

на скользящую часть Y_t реализации Y . Если при этом возможно дифференцирование под знаком математического ожидания в (3.13), то условие псевдоградиентности (3.4) выполняется.

При ненаблюдаемости реализаций функции (3.14) может быть введен вспомогательный наблюдаемый функционал качества. Например, при оценке математического ожидания случайной величины X можно выбрать

$$J_{\bar{a}}(\alpha, X) = M\{(X - \alpha)^2\}, \beta_t = x_t - \alpha_{t-1}; \quad (3.17)$$

при оценке среднего квадрата случайной величины X -

$$J_{\bar{a}}(\alpha, X) = M\{X^2 - \alpha^2\}, \beta_t = x_t^2 - \alpha_{t-1}^2; \quad (3.18)$$

при оценке коэффициента корреляции между центрированными случайными величинами X и Y с одинаковыми дисперсиями -

$$J_{\bar{a}}(\alpha, X, Y) = M\{(\alpha X - Y)^2\}, \beta_t = (\alpha_{t-1} x_t - y_t) x_t, \quad (3.19)$$

где x_t и y_t - значения X и Y в t -м испытании.

Выбор целевых функций при оценивании параметров межкадровых пространственных деформаций изображений

Пусть каждый из кадров $\mathbf{z}^1 = \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}$ и $\mathbf{z}^2 = \{z_{\bar{j}}^{(2)}\}$ МИ, определенного на сетке отсчетов $\Omega: \bar{j} = (j_1, j_2, \dots, j_n)$, представляет собой аддитивную смесь информационного СП $\{x_{\bar{j}}\}$ и белого СП $\{\theta_{\bar{j}}\}$: $z_{\bar{j}}^{(1)} = x_{\bar{j}} + \theta_{\bar{j}}^{(1)}$, $z_{\bar{j}}^{(2)} = x(\bar{j}, \bar{\alpha}) + \theta_{\bar{j}}^{(2)}$, $\bar{j} \in \Omega$, где $\bar{\alpha}$ - m -мерный вектор неизвестных параметров преобразования $f(\bar{\alpha})$ СП $\{x_{\bar{j}}\}$ в $x_{\bar{j}}(\bar{\alpha})$, соответствующий ПД. Тогда при оценивании $\bar{\alpha}$ функционал качества ПГА можно определить из полученных методом

максимального правдоподобия соотношений (1.11) и (1.13), определяющих условия построения оптимальных алгоритмов. Так, из соотношения (1.11), минимизирующего квадратичную форму, получаем градиент

$$\nabla J(\bar{\alpha}, Y) = \nabla \left[\left(\mathbf{z}_{\bar{j}}^2 - \hat{\mathbf{x}}(\bar{j}, \bar{\alpha}) \right)^T \mathbf{V}_z^{-1} \left(\mathbf{z}_{\bar{l}}^2 - \hat{\mathbf{x}}(\bar{l}, \bar{\alpha}) \right) \right], \quad (3.20)$$

где $\bar{l}, \bar{j} \in \Omega$; $\mathbf{V}_z$ - ковариационная матрица условного распределения $w(\{\mathbf{z}_{\bar{j}}^{(2)}\} / \{\mathbf{z}_{\bar{j}}^{(1)}, \bar{\alpha}\})$.

Учитывая

$$\nabla J(\circ) = \left(\frac{\partial J(\circ)}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial J(\circ)}{\partial \alpha_m} \right),$$

соотношение (3.20) можно переписать в виде:

$$\nabla J(\bar{\alpha}, Y) = \sum_{\bar{j}, \bar{l} \in \Omega} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}(\bar{j}, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \mathbf{V}_{z_{\bar{j}\bar{l}}}^{-1} \left(\hat{\mathbf{x}}_{\bar{l}}(\bar{l}, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{l}}^{(2)} \right). \quad (3.21)$$

Например, в предположении, что $x_{\bar{j}} = x_j, j = \overline{1, n_1}$ - отсчеты известной детерминированной функции $z_j^{(1)} = x_j$ и $z_j^{(2)} = x_j(j, \alpha) + \theta_j$, ковариационная матрица принимает вид

$$\mathbf{V}_{z_{j,l}} = \sigma_{\theta}^2 \delta_{j,l},$$

где σ_{θ}^2 - дисперсия шума. Тогда из (3.21) получаем градиент

$$\nabla J(\bar{\alpha}, Y) = \frac{1}{\sigma_{\theta}^2} \sum_{\bar{j} \in \Omega} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}(\bar{j}, \alpha)}{\partial \alpha} \left(\hat{\mathbf{x}}_{\bar{j}}(\alpha) - \mathbf{z}_{\bar{j}}^{(2)} \right), \quad (3.22)$$

обеспечивающий минимальную дисперсию погрешности оценивания, определяемую соотношением (1.18).

Для задач, в которых произведение $(\hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha}))^T \mathbf{V}_z^{-1} \hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha})$ можно считать не зависящим от параметра $\bar{\alpha}$, функционал качества можно определить из соотношения (1.13). Тогда

$$\nabla J(\bar{\alpha}, Y) = - \nabla \left[\left(\hat{\mathbf{x}}(\bar{\alpha}) \right)^T \mathbf{V}_z^{-1} \mathbf{z}^{(2)} \right] = - \sum_{\bar{j}, \bar{l} \in \Omega} \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}(\bar{j}, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \mathbf{V}_{z_{\bar{j}\bar{l}}}^{-1} \mathbf{z}_{\bar{l}}^{(2)}. \quad (3.23)$$

При этом заметим, что для нахождения оптимальных оценок $\bar{\alpha}^*$ требуется максимизация (1.13). Это обстоятельство обуславливает выполнение шагов рекуррентного алгоритма (3.3) не в направлении антиградиента, а в направлении гра-

диента, чему в (3.23) соответствует знак минус. Таким образом, при построении квазиоптимальных ПГА оценивания ПД изображений требуется как минимизация функции потерь (1.11), так и, в ряде случаев, максимизация функции качества (1.13).

Выражения (3.21) и (3.23) с учетом наложенных при их выводе ограничений определяют оптимальные целевые функции (ЦФ) для рекуррентных алгоритмов при конкретных реализациях изображений $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$. Однако указанные соотношения предполагают громоздкие вычисления и на современном этапе не реализуемы в системах реального времени.

Возможности сокращения вычислительных затрат за счет выбора псевдоградиента

Как уже отмечалось в разделе 3.1, сокращения числа операций при оптимизации ЦФ можно добиться переходом к ПГ, например, вместо $\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, Y)$ можно использовать его усечение $\nabla Q(\bar{\alpha}_{t-1}, Z_{\hat{A}t})$, где $Z_{\hat{A}t} = \{z_{\bar{j}t}^{(2)}, \hat{x}_t(\bar{j}, \bar{\alpha})\}$ - локальная выборка ЦФ Q на t -й итерации; $z_{\bar{j}t}^{(2)} \in \mathbf{z}^2$, $\bar{j}_t \in \Omega_{Bt} \in \Omega$. Тогда в соответствии с (3.21) получаем ПГ

$$\bar{\beta}_t = \nabla Q(\bar{\alpha}, Z_{Bt}) = \sum_{\bar{j}, \bar{l} \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \hat{x}(\bar{j}, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} V_{Z_{\bar{j}\bar{l}}}^{-1} (\hat{x}(\bar{l}, \bar{\alpha}) - z_{\bar{l}}^{(2)}), \quad (3.24)$$

а в соответствии с (3.23) - ПГ

$$\bar{\beta}_t = -\nabla Q(\bar{\alpha}, Z_{Bt}) = - \sum_{\bar{j}, \bar{l} \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \hat{x}(\bar{j}, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} V_{Z_{\bar{j}\bar{l}}}^{-1} z_{\bar{j}}^{(2)}. \quad (3.25)$$

Большого сокращения вычислительных затрат можно достичь, предположив, что в $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$ наблюдается одна и та же реализация $\mathbf{x}$ (СП не изменяется от кадра к кадру). Тогда $V_{Z_{\bar{j}, \bar{l}}} \approx \sigma_0^2 \delta_{\bar{j}, \bar{l}}$ и выражения (3.24) и (3.25) существенно упрощаются

$$\bar{\beta}_t = \nabla Q(\bar{\alpha}, Z_{Bt}) = \sum_{\bar{j} \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \hat{x}(\bar{j}, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} (\hat{x}(\bar{j}, \bar{\alpha}) - z_{\bar{j}}^{(2)}), \quad (3.26)$$

$$\bar{\beta}_t = -\nabla Q(\bar{\alpha}, Z_{Bt}) = - \sum_{\bar{j} \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \hat{x}(\bar{j}, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} z_{\bar{j}}^{(2)}. \quad (3.27)$$

В (3.26), (3.27) и далее в выражениях для ПГ опущен постоянный множитель, как не влияющий на направление ПГ.

Отметим также, что выражение (3.26) для оценки ЦФ аналогично (3.24), полученному для ситуации, когда $z_j^{(1)} = x_j$ - отсчеты известного изображения.

Дальнейшего уменьшения вычислительных затрат в ПГА оценивания ПД можно добиться заменив прогноз значений деформированного кадра

$$\hat{x}(\bar{j}, \bar{\alpha}) = M\{x(\bar{j}, \bar{\alpha}) / \{z_j^{(1)}\}, \bar{\alpha}\} \quad (3.28)$$

более простой оценкой. Эта оценка может быть получена, например, на основе некоторой интерполяции, в качестве параметров которой на очередной итерации используются оценки $\hat{\alpha}$ параметров ПД, полученные на предыдущей итерации. Тогда локальная выборка ЦФ на t -й итерации

$$Z_{\hat{A}t} = \{z_{\bar{j}t}^{(2)}, \mathbf{z}_{\bar{j}t}^{(1)}\}; z_{\bar{j}t}^{(2)} \in \mathbf{z}^2, \mathbf{z}_{\bar{j}t}^{(1)} = \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1}) \in \mathbf{z}, \quad (3.29)$$

где $\mathbf{z}$ – непрерывное изображение, полученное из $\mathbf{z}^2$ с помощью некоторой интерполяции; $\bar{j}_t \in \Omega_{Bt} \in \Omega$, и соотношения (3.26) и (3.27) для ПГ примут вид

$$\bar{\beta}_t = \nabla Q(\bar{\alpha}, Z_{Bt}) = \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - z_{\bar{j}t}^{(2)} \right) \Big|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}, \quad (3.30)$$

$$\bar{\beta}_t = -\nabla Q(\bar{\alpha}, Z_{Bt}) = - \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} z_{\bar{j}}^{(2)} \Big|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}. \quad (3.31)$$

Заметим, что выражения для ПГ (3.26) и (3.30) соответствуют задаче минимизации среднего квадрата межкадровой разности (СКМК)

$$\min \overline{\left(z_j^{(2)} - z^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha}) \right)^2}, \bar{j} \in \Omega. \quad (3.32)$$

Таким образом, ЦФ в этом случае является СКМР

$$Q = \overline{\left(z_j^{(2)} - z^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha}) \right)^2}, j \in \Omega \quad (3.33)$$

изображения $\{z^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})\}$ и изображения $\{z_j^{(2)}\}$, определенного на сетке отсчетов Ω , где $z^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})$ соответствует $\hat{x}(\bar{j}, \bar{\alpha})$ для соотношения (3.26) и $\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})$ для соотношения (3.30).

Выражения (3.27) и (3.31) служат решению задачи максимизации выборочного коэффициента межкадровой корреляции (ВКМК)

$$\max \frac{\hat{\text{cov}}_{\Omega} \{z_{\bar{j}}^{(2)}, z_{\bar{j}}^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})\}}{\hat{\sigma}_{z1} \hat{\sigma}_{z2}}, \bar{j} \in \Omega \quad (3.34)$$

где $\hat{\sigma}_{z1}$ и $\hat{\sigma}_{z2}$ - оценки СКО изображений $\{z_{\bar{j}}^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})\}$ и $\{z_{\bar{j}}^{(2)}\}$. Соответственно в этих случаях ЦФ является ВКМК $\mathbf{z}^1(\Omega, \bar{\alpha})$ и $\mathbf{z}^2$.

$$Q = \frac{\overline{z_{\bar{j}}^{(2)} z_{\bar{j}}^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})} - \overline{z_{\bar{j}}^{(2)}} \overline{z_{\bar{j}}^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})}}{\hat{\sigma}_{z1} \hat{\sigma}_{z2}}, \bar{j} \in \Omega. \quad (3.35)$$

В отличие от (3.33) ЦФ (3.35) инвариантна к глобальному изменению интенсивности отсчетов изображения $\mathbf{z}^2$, то есть при использовании ЦФ (3.35) моделью наблюдений $\mathbf{z}^2$ может быть

$$\{z_{\bar{j}}^{(2)}\} = \{a + kx(\bar{j}, \bar{\alpha}) + \theta_{\bar{j}}^{(2)}\}, \bar{j} \in \Omega, . \quad (3.36)$$

где a и $k > 0$ - некоторые константы. ЦФ (3.33), использующая межкадровые разности, требует, строго говоря, выполнения равенств $a = 0$ и $k = 1$.

Таким образом, использовать СКМР в качестве ЦФ целесообразно при отсутствии у изображений $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$ мультипликативных искажений и помех типа постоянной составляющей. Если же изображение $\mathbf{z}^2$ представимо моделью (3.36), то в качестве ЦФ целесообразно использовать ВКМК.

Как уже отмечалось, во многих случаях в качестве ПГ ЦФ Q можно брать

$$\bar{\beta}_t = \bar{\varphi}(\nabla Q(\bar{\alpha}_{t-1}, Y)), \quad (3.37)$$

где $\bar{\varphi}$ - векторная функция той же размерности, что и ∇Q . Например, в качестве $\bar{\varphi}$ может быть использовано линейное преобразование с положительно определенной матрицей. Если ошибки $\bar{\gamma}_t$ в определении градиента имеют симметричные относительно нуля распределения, то псевдоградиентность сохраняется при любой нечетной функции $\bar{\varphi}$.

Очень простые и в то же время хорошо сходящиеся алгоритмы получаются при выборе в качестве $\bar{\varphi}$ знаковой функции [71]

$$\bar{\beta}_t = \text{sgn}(\nabla Q(\bar{\alpha}_{t-1}, Y)) \text{ или } \bar{\beta}_t = \text{sgn}(\bar{\varphi}(\nabla Q(\bar{\alpha}_{t-1}, Y))), \quad (3.38)$$

где $\text{sgn}(\bar{\mathbf{x}}) = (\text{sgn}(x_1), \dots, \text{sgn}(x_m))^T$. При использовании (3.38) в ПГ алгоритме (3.3) каждая компонента $\hat{\bar{\alpha}}_{i,t}$ вектора $\hat{\bar{\alpha}}_t$ отличаются от соответствующей компоненты $\hat{\bar{\alpha}}_{i,t-1}$ на $\pm \lambda_{i,t}$. Если при этом каждая из компонент ошибки $\bar{\gamma}_t$ принимает положительные и отрицательные значения с равными вероятностями, то условие псевдоградиентности (3.4) выполняется.

Применяя знаковую функцию к соотношениям (3.30) и (3.31), получаем:

для СКМР

$$\bar{\beta}_t = \text{sgn} \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \right) \Big|_{\bar{\alpha} = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}}, \quad (3.39)$$

для ВКМК

$$\bar{\beta}_t = - \text{sgn} \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \Big|_{\bar{\alpha} = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}}. \quad (3.40)$$

Если в качестве ЦФ выбран СКМР, то в ряде случаев (например, при наличии в отдельных отсчетах изображения $\mathbf{z}^2$ импульсных помех большой интенсивности) целесообразно использовать ПГ

$$\bar{\beta}_t = \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \text{sgn} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \Big|_{\bar{\alpha} = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}}. \quad (3.41)$$

Выбор (3.41) позволяет, с одной стороны, существенно уменьшить влияние импульсных помех на процесс сходимости, поскольку независимо от величины помехи $\text{sgn}(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)})$ принимает значения только 0 и ± 1 . С другой стороны, если значение $\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})$ принадлежит более информативному участку изображения (с большей крутизной по параметру), то и соответствующий этому отсчету вклад в коррекцию оценки параметра на очередной итерации будет большим, чем для отсчета, соответствующего меньшей крутизне.

При отсутствии импульсных помех в изображениях $\mathbf{z}^1$ и $\mathbf{z}^2$ и небольшом коэффициенте корреляции между смежными отсчетами изображения $\mathbf{z}^1$ (что ведет к низкой точности оценок производных $\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) / \partial \bar{\alpha}$), иногда целесообразно использование ПГ

$$\bar{\beta}_t = \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \operatorname{sgn} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1})}{\partial \bar{\alpha}} \bigg|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}. \quad (3.42)$$

Аппроксимации производных случайного поля по оцениваемым параметрам

В выражения (3.26) и (3.27) входят производные по оцениваемым параметрам $\bar{\alpha}$ величины $\hat{\chi}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})$, а в выражения (3.30) и (3.31) - производные величины $\mathbf{z}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})$. Однако изображение $\mathbf{x}^1$, как правило, неизвестно и может рассматриваться как реализация случайного поля. Производные $\partial \hat{\chi}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) / \partial \bar{\alpha}$ и $\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) / \partial \bar{\alpha}$ в этом случае могут быть оценены по наблюдаемым значениям $\{z_j^{(1)}\}$ и $\{z_j^{(2)}\}$. Рассмотрим несколько простых подходов к получению таких оценок.

Пусть модель преобразования изображения $\mathbf{x}^1$ в $\mathbf{x}^2$ задана и задача состоит в оценке параметров $\bar{\alpha}$ этой модели. Известны также явные выражения для новых координат $\bar{j}^*$ точки изображения $\mathbf{x}_j^{(1)}$ после пространственной деформации как функции $\bar{\alpha}$

$$j_1^* = j_1^*(\bar{j}, \alpha), j_2^* = j_2^*(\bar{j}, \alpha), \dots, j_n^* = j_n^*(\bar{j}, \alpha). \quad (3.43)$$

Используя свойство сложной производной, можно записать

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \alpha_i} &= \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial j_1(\bar{j}_t, \bar{\alpha})} \frac{\partial j_1(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial j_2(\bar{j}_t, \bar{\alpha})} \frac{\partial j_2(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \alpha_i} + \\ &+ \dots + \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial j_n(\bar{j}_t, \bar{\alpha})} \frac{\partial j_n(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \alpha_i} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})} \frac{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \alpha_i}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Тогда ПГ (3.30) для СКМР принимает соответственно вид

$$\bar{\beta}_t = \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \sum_{k=1}^n \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})} \frac{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \bigg|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}, \quad (3.45)$$

а ПГ (3.31) для ВКМК -

$$\bar{\beta}_t = - \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} z_{\bar{j}_t}^{(2)} \sum_{k=1}^n \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})} \frac{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \bigg|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}. \quad (3.46)$$

В простейшем случае оценки производных могут быть получены при использовании квадратичной интерполяции $\mathbf{z}^1$ (в дальнейшем такие оценки производных будем называть квадратичными оценками)

$$\frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial j_k} \approx \hat{\mathbf{z}}'_{j_{kt}} = \frac{\mathbf{z}_{j_{1t}^*, \dots, j_{kt}^* + h_k, \dots, j_{nt}^*}^{(1)} - \mathbf{z}_{j_{1t}^*, \dots, j_{kt}^* - h_k, \dots, j_{nt}^*}^{(1)}}{2h_k}, \quad (3.47)$$

где $j_k^* = j_k(\bar{j}, \hat{\alpha}_{t-1})$; h_k - приращение по координате j_k , $k = \overline{1, n}$. При выборе h_k равном шагу сетки отсчетов

$$\hat{\mathbf{z}}'_{j_{kt}} = 0.5 \left(\mathbf{z}_{j_{1t}^*, \dots, j_{kt}^* + 1, \dots, j_{nt}^*}^{(1)} - \mathbf{z}_{j_{1t}^*, \dots, j_{kt}^* - 1, \dots, j_{nt}^*}^{(1)} \right). \quad (3.48)$$

Тогда для соотношений (3.45) и (3.46) соответственно получаем

$$\bar{\beta}_t = \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - z_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \sum_{k=1}^n \hat{\mathbf{z}}'_{j_{kt}} \frac{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \bigg|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}, \quad (3.49)$$

$$\bar{\beta}_t = - \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} z_{\bar{j}_t}^{(2)} \sum_{k=1}^n \hat{\mathbf{z}}'_{j_{kt}} \frac{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \bigg|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}, \quad (3.50)$$

где $\hat{\mathbf{z}}'_{j_{kt}}$ определяется выражением (3.48).

Число вычислительных операций в соотношениях (3.49) и (3.50) может быть сокращено в предположении равенства производных по координатам для отсчета $z_{\bar{j}}^{(2)}$ изображения $\mathbf{z}^2$ и отсчета $\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})$ изображения $\mathbf{z}$ (это условие приближенно выполняется при небольших отклонениях $\hat{\alpha}$ от истинных значений $\bar{\alpha}$). Тогда ПГ при минимизации СКМР можно записать в виде

$$\bar{\beta}_t = 0.5 \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - z_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \sum_{k=1}^n \left(z_{j_{1t}, \dots, j_{kt} + 1, \dots, j_{nt}}^{(2)} - z_{j_{1t}, \dots, j_{kt} - 1, \dots, j_{nt}}^{(2)} \right) \frac{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \bigg|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}, \quad (3.51)$$

или в виде

$$\bar{\beta}_t = 0.5 \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \sum_{k=1}^n \gamma_{kt} \left(\mathbf{z}_{j_{1t}, \dots, j_{kt} + \gamma_{kt}, \dots, j_{nt}}^{(2)} - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \frac{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \bigg|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}, \quad (3.52)$$

где $\gamma_{kt} = \text{sgn}(j_k^*(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - j_{k,t})$.

Проведенные исследования показали, что при $|j_k^*(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - j_{k,t}| < 1$ ПГ (3.52) по сравнению с (3.51) обеспечивает лучшую сходимость. Объясняется это тем, что при использовании (3.52) достигается более точная оценка производной $\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) / \partial \bar{\alpha}$.

В ряде случаев целесообразнее искать оценку производной ЦФ по параметру без использования оценок производных по координатам $\bar{j}$ сетки отсчетов изображения. Такие ситуации возникают, если по тем или иным причинам вычисление оценок производных по координатам невозможно или более трудоемко по сравнению с вычислением оценок ЦФ. Рассмотрим такой подход подробнее.

Обозначим оценку ЦФ Q на t -й итерации ПГА через $q_t = \hat{Q}_t = q_t(Z_{Bt}, \hat{\alpha}_{t-1})$. Тогда для t -й итерации

$$\bar{\beta}_t = (\beta_{\alpha_{1t}}, \dots, \beta_{\alpha_{it}}, \dots, \beta_{\alpha_{mt}})^T, \quad (3.53)$$

$$\beta_{\alpha_{i,t}} = \frac{q_t(Z_{Bt}, \hat{\alpha}_{1,t-1}, \dots, \hat{\alpha}_{i,t-1} + \Delta_{\alpha_i}, \dots, \hat{\alpha}_{m,t-1}) - q_t(Z_{Bt}, \hat{\alpha}_{1,t-1}, \dots, \hat{\alpha}_{i,t-1}, \dots, \hat{\alpha}_{m,t-1})}{2\Delta_{\alpha_i}},$$

где Δ_{α_i} - приращение параметра α_i .

Пусть в качестве ЦФ выбран СКМР, оценкой которого на t -й итерации является величина

$$q_t = \frac{1}{\mu} \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(\mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} - \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1}) \right)^2, \quad (3.54)$$

где μ - объем двумерной выборки Z_{Bt} ; $\bar{j}_t \in \Omega_{Bt} \in \Omega$. Тогда проекция ПГ на ось параметра α_i

$$\beta_{\alpha_i,t} = \frac{1}{2\mu\Delta_{\alpha_i}} \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(2z_{\bar{j}_t}^{(2)} - z_{t(+)}^{(1)} - z_{t(-)}^{(1)} \right) \left(z_{t(+)}^{(1)} + z_{t(-)}^{(1)} \right), \quad (3.55)$$

где $z_{t(\pm)}^{(1)} = z^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{1_{t-1}}, \dots, \hat{\alpha}_{i_{t-1}} \pm \Delta_{\alpha_i}, \dots, \hat{\alpha}_{m_{t-1}})$.

Если же в качестве ЦФ выбран ВКМК, то

$$\beta_{\alpha_i,t} \approx \frac{\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(z_{t(+)}^{(1)} - z_{t(-)}^{(1)} \right) \left(z_{\bar{j}}^{(2)} - z_{\bar{n}\delta}^{(2)} \right)}{\mu \hat{\sigma}_{z1} \hat{\sigma}_{z2}}, \quad (3.56)$$

где $z_{\bar{n}\delta}^{(2)} = \frac{1}{\mu} \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} z_{\bar{j}}^{(2)}$ - среднее значение $\{z_{\bar{j}}^{(2)}\} \in Z_{Bt}$.

В последующих разделах данной главы приведены примеры использования рассмотренных выше ПГ при построении рекуррентных адаптивных алгоритмов оценивания в реальном времени взаимных ПД изображений.

3.3. Алгоритмы при заданном наборе параметров модели пространственных деформаций

Если вид ПД известен, то при выбранной ЦФ задача сводится к определению параметров $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T$ деформаций, постоянных на каждой паре изображений $\mathbf{z}^1 = \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}$, $\mathbf{z}^2 = \{z_{\bar{j}}^{(2)}\}$, где $\{\bar{j} = (j_1, \dots, j_n) : j_k = \overline{1, N_k}\} = \Omega$ - n -мерная сетка. При этом для коррелированных зашумленных изображений критерием качества оценивания $\bar{\alpha}$ может служить минимум СКМР (3.32) [103,105]. При значительных шумах и наличии межкадровых яркостных искажений, близких к линейным, когда критерий (3.32) неприменим, может быть рекомендовано использование критерия максимума ВКМК (3.34). Случаи, когда и (3.32) и (3.34) не отражают качества оценивания $\bar{\alpha}$, рассмотрены в разделе 3.5.

При оценивании с помощью ПГА параметров ПД многомерных изображений необходимо определить порядок обработки изображений. При неоднородных изображениях порядок обхода $\mathbf{z}^2$ следует выбирать так, чтобы в направлении обхода параметры изменялись как можно медленнее. Например, телевизионные изображения обычно более коррелированы вдоль строк, чем по столбцам. При переходе к очередной строке желательно изменять направление обработки

на противоположное (треугольная развертка), чтобы при обходе обрабатываемые точки изображения были максимально коррелированы между собой. После определения порядка обхода отсчеты изображения оказываются пронумерованными и становится возможным применение адаптивных ПГА вида (3.3). Например, при выборе в (3.3.) ЦФ СКМР и ПГ (3.30), (3.41) и (3.39) приходим соответственно к алгоритмам

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \right)_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}; \quad (3.57)$$

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \operatorname{sgn} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \right)_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}; \quad (3.58)$$

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \left(\operatorname{sgn} \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \right) \operatorname{sgn} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \right)_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}}, \quad (3.59)$$

где $\Lambda_t = \begin{bmatrix} \lambda_{1t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{2t} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{mt} \end{bmatrix}$ - матрица усиления; $\lambda_{i,t} > 0$;

$\left\{ \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)}, \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}) \right\} = Z_{\hat{A}_t}$ - локальная выборка ЦФ на t -й итерации ПГА; μ - объем двумерной локальной выборки ЦФ. Для нахождения оценок производных изображения $\mathbf{z}^1$ по параметрам $\bar{\alpha}$ могут быть использованы приближения (3.47), (3.49), (3.51) и другие, полученные в разделе 3.2.

В алгоритме (3.57) все компоненты очередного шага зависят от межкадровых разностей $\Delta_{\bar{j}_t} = \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} - \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})$, $\bar{j}_t \in \Omega_{Bt} \in \Omega$, поэтому скорость его сходимости, по сравнению с остальными, выше. Однако точность (3.57) часто ниже, так как далеко не всегда удается достигнуть малых $\Delta_{\bar{j}_t}$, поэтому шаги могут оказаться чрезмерно большими. В процедуре (3.58) используются только знаки $\Delta_{\bar{j}_t}$. Её предпочтительно применять, когда следует избежать чрезмерного влияния больших по модулю значений $\Delta_{\bar{j}_t}$, например, при наличии редких, но сильных импульсных помех. При наличии импульсных помех целесообразно использовать также ПГ (3.39), приводящий к релейному алгоритму (3.59).

Структурная схема измерителя параметров $\bar{\alpha}$, реализующего алгоритм (3.59) приведена на рис. 3.3. Она содержит функциональный преобразователь $\left(\partial q_t(Z_{Bt})/\partial \bar{\alpha}\right)\big|_{\bar{\alpha}=\hat{\alpha}_{t-1}}$, где q_t - оценка СКМР на t -й итерации, определяемая соотношением (3.54), релейный преобразователь, реализующий функцию $\text{sgn}\left(\left(\partial q_t(Z_{Bt})/\partial \bar{\alpha}\right)\big|_{\bar{\alpha}=\hat{\alpha}_{t-1}}\right)$ и задающий направление шагов алгоритма, величина которых определяется нелинейным преобразователем Λ_t . Оценки $\hat{\alpha}_t$ формируются с помощью дигратора.

Заметим, что релейные алгоритмы могут плохо работать в окрестности нулевых значений своих аргументов. Если, например, на каком-то шаге достигнута высокая точность оценивания, то может быть сделан шаг от оптимальных значений параметров. Для устранения этого недостатка можно ввести знаковую функцию с расширенным нулем:

$$\text{sgn}_\varepsilon(x) = \begin{cases} -1, & x < -\varepsilon_1, \\ 0, & |x| \leq \varepsilon_1, \\ 1, & x > \varepsilon_1, \end{cases} \quad (3.60)$$

где $\varepsilon_1 > 0$. При использовании такой знаковой функции значения параметров будут корректироваться только в случае, если производные или разности Δ_{jt} имеют значимую абсолютную величину.

Алгоритм (3.59) исследовался на ряде имитированных и реальных изображений и показал достаточно высокие результаты [16,49,56]. Например, на изображениях размером 64x64 элемента, сформированных с помощью волновой модели [13], сдвинутых на несколько шагов сетки отсчетов и повернутых на любой угол, даже при $\mu = 1$ сдвиг оценивался с СКО порядка 10^{-3} шага сетки

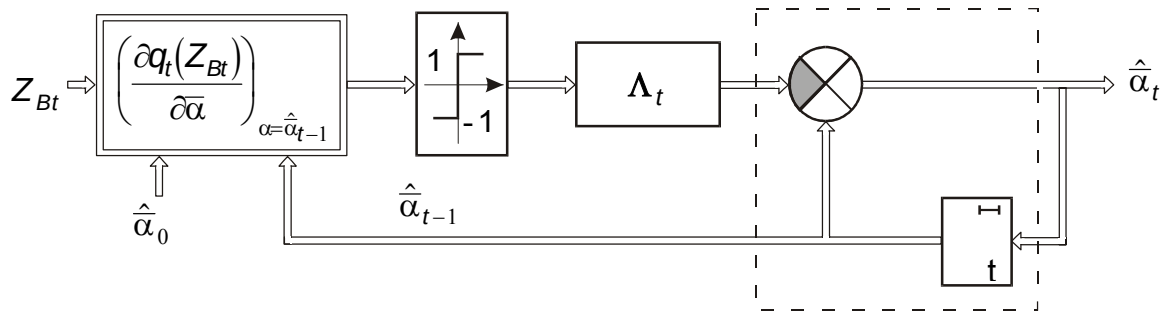


Рис. 3.3. Структурная схема измерителя параметров $\bar{\alpha}$ на базе релейного ПГА.

отсчетов, а поворот - 10^{-4} радиана. На рис. 3.4 приведен пример такого оценивания. Исходные изображения (рис. 3.4,а и 3.4,б) сдвинуты относительно друг друга на 1.2 шага сетки отсчетов по горизонтали, на 3.4 - по вертикали и повернуты на 0.5 радиана. Начальные приближения этих параметров были нулевыми, порядок обработки - построчный. На рис. 3.4,г показана межкадровая разность при текущей оценке параметров смещения. Видно, что в первых строках разности большие, так как оценки еще не установились. После прохода примерно трети кадра оценки устанавливаются, и межкадровые разности малы (серый фон). На рис. 3.4,в приведено изображение рис. 3.4,б с учетом измеренных сдвига и поворота. С зашумлением изображений точность, естественно, снижается. Срыв измерений наступает при СКО шума, составляющем около 0.45 от СКО изображения. При испытаниях алгоритма на фрагментах (размером 64x64 элемента) реальных аэрокосмических телевизионных изображений земной поверхности с неизвестными межкадровыми сдвигами невязка (сумма) оценок сдвига десяти последовательных кадров в прямом и обратном направлениях, оказалась порядка десятых долей сетки отсчетов. Задача оценивания межкадровых сдвигов последовательности изображений встречается, например, при регистрации курса подвижного аппарата в условиях ограниченной видимости.

Алгоритмы (3.59) и (3.61) были апробированы также в задаче определения положения и ориентации приемника относительно участка поверхности. Если эталонное изображение этого участка задано, то в рамках геометрической оптики получаемое приемником изображение зависит от вектора ПД $\bar{\alpha}$ (три координаты положения и три угла ориентации приемника). По оценкам параметров $\bar{\alpha}$ между получаемым и эталонным изображениями, вычислялись оценки положения приемника. Анализ последовательности таких изображений позволил оценивать динамику движения приемника.

Адаптивные ПГА сходятся значительно быстрее, когда последовательность наблюдений, по которой определяется ПГ, некоррелирована. Поэтому при определении параметров ПД целесообразно декоррелировать последовательность наблюдений, выбирая случайную очередность просматриваемых отсчетов (или центров окон). Этот прием позволил в 1.5 раза повысить скорость сходимости оценок в примере, результаты которого приведены на рис. 3.4.

Набор алгоритмов (3.57)÷(3.59) дополним также алгоритмом с ПГ (3.42)

$$\hat{\bar{\alpha}}_t = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1} - \Lambda_t \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \operatorname{sgn} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\bar{\alpha}}_{t-1})}{\partial \bar{\alpha}} \right)_{\bar{\alpha} = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}}. \quad (3.61)$$

В этом алгоритме ускорение сходимости при больших $\Delta_{\bar{j}_t}$ сочетается с устойчивостью к ошибкам оценки производных. В результате этот алгоритм более устойчив к помехам, чем (3.57).

Испытания алгоритмов (3.57)÷(3.59) и (3.61) на широком классе имитированных и реальных двух- и трехмерных изображений показали, что лучшие результаты показывают алгоритмы (3.59) и (3.61), причем для однородных изображений целесообразно применять (3.59), а для неоднородных - (3.61) с постоянными $\lambda_{i,t} = \lambda_i$, $i = 1, m$ [103,104,105]. Для уменьшения влияния дефектов фотоприемных устройств, импульсных помех и других подобных факторов в (3.61) целесообразно ввести ограничение на абсолютные значения $\Delta_{\bar{j}_t}$, т.е. взять некоторое усечение $\Delta_{\bar{j}_t}$

$$\Delta'_{\bar{j}_t} = \begin{cases} \Delta_{\bar{j}_t}, & \left| \Delta_{\bar{j}_t} \right| \leq \varepsilon_2, \\ \Delta_\varepsilon \operatorname{sgn} \Delta_{\bar{j}_t}, & \left| \Delta_{\bar{j}_t} \right| > \varepsilon_2, \end{cases} \quad \varepsilon_2 > 0, \quad (3.62)$$

где величина положительного Δ_ε выбирается, например, исходя из некоторого доверительного интервала для значений остатков компенсации. Заметим также, что для алгоритмов (3.57)÷(3.59) и (3.61) выполняются достаточные условия сходимости $\hat{\bar{\alpha}}_t$ к $\bar{\alpha}^*$ с вероятностью единица.

При выборе в качестве ЦФ ВКМК и ПГ (3.31) и (3.50) получаем соответственно алгоритмы

$$\hat{\bar{\alpha}}_t = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1} + \Lambda_t \left(\sum_{\bar{j} \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \mathbf{z}_{\bar{j}}^{(2)} \right)_{\bar{\alpha} = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}}, \quad (3.62)$$

$$\hat{\bar{\alpha}}_t = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1} + \Lambda_t \operatorname{sgn} \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \bar{\alpha}} \mathbf{z}_{\bar{j}}^{(2)} \right)_{\bar{\alpha} = \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}}. \quad (3.64)$$

Свойства алгоритмов (3.63) и (3.64), в целом, аналогичны свойствам алгоритмов (3.57) и (3.59), однако они более устойчивы к шумам и близким к линейным межкадровым яркостным искажениям, но требуют также и больших вычислительных затрат (в основном за счет существенно большего объема локальной выборки ЦФ), а также более чувствительны к локальным экстремумам ЦФ.

Для примера рассмотрим несколько результатов, полученных с использованием методики анализа точностных возможностей адаптивных ПГА при конечном числе итераций [50,60], позволяющей определить требуемое число итераций ПГА для обеспечения заданных надежности и доверительного интервала погрешности оценивания.

На рис. 3.5 приведены графики вероятности $P(\Delta)$ выхода погрешности оценки $\hat{h}_1$ за пределы интервала $\Delta_a = [-a, a]$, $a=1.0, 0.3, 0.1$ для случая оценивания параметров параллельного сдвига $h_1 = 5$ и $h_2 = 4$ с помощью алгоритма (3.69). При этом расчет проводился для гауссовских изображений с гауссовидной КФ радиуса корреляции 5 при $g = 100$. Здесь и далее под радиусом корреляции изотропного изображения будем понимать величину l_c при которой $R(l_c) = 0.5 R(0)$, где $R(\cdot)$ - КФ изображения. В алгоритме (3.59) принято $\lambda_{1,t} = \lambda_{2,t} = \lambda_t$ и $\mu = 10$. Величина шага в одном случае была выбрана постоянной $\lambda_t = \lambda = \text{const} = 0.1$, а в другом - уменьшающейся по закону $\lambda_t = 1/(10 + 0.01t)$. Из анализа графиков следует, что при постоянном λ , начиная с некоторого t , наступает "равновесие" между стремлением оценки к истинному значению и погрешностью, вносимой λ . Дальнейшее увеличение итераций уже не приводит к улучшению оценок. Этот эффект можно использовать для определения λ и t , обеспечивающих требуемую точность оценивания переменных параметров. На рис. 3.6,а и рис. 3.6,б приведены зависимости ПРВ $w(\varepsilon_{j_1})$ погрешности $\varepsilon_{j_1} = h_1 - \hat{h}_{1,t}$ оценивания сдвига h_1 от числа итераций t соответственно для постоянного и уменьшающегося λ_t . Для наглядности дискретные значения $w(\varepsilon_{j_1})$ представлены в виде элементарных параллелепипедов только для некоторых t из диапазона $1 \div 1000$. При $\lambda = \text{const}$ хорошо заметен эффект стабилизации погрешности оценки (начиная с $t \approx 180$). При изменяющемся параметре λ_t дисперсия оценки $\hat{h}_{1,t}$, начиная с некоторого t , уменьша-

ется пропорционально $t^{-1/2}$, что соответствует асимптотической скорости сходимости алгоритма (3.59).

На рис. 3.7 приведены ПРВ оценок сдвига h_1 , угла поворота ϕ и коэффициента масштаба k (рассчитанные для тех же модели изображений и алгоритма, что и в предыдущем примере) при следующих параметрах: $h_1 = 5$, $\phi = 30^\circ$, $k = 1.25$. Шаг изменения оценок параметров выбран постоянным $\lambda_{i,t} = \lambda_i = \text{const}$, величина $\mu = 2$. Принимая за условное начало координат полярной системы центр (j_{10}, j_{20}) изображения $\mathbf{z}^2$, координаты отсчета $\mathbf{z}_{j_1}^{(2)}$ в этой системе можно записать как (r, ς) , где ς - угол. План расположения опорных отсчетов $\mathbf{z}_{j_{t1}}^{(2)}, \mathbf{z}_{j_{t2}}^{(2)} \in Z_{Bt}$ следующий. Координаты точки $\mathbf{z}_{j_1}^{(2)}$ выбираются случайным образом на расстоянии $5 < r < 15$ от (j_{10}, j_{20}) . Координаты $\mathbf{z}_{j_2}^{(2)}$ выбираются как $(r, \varsigma + 180^\circ)$. При $t > 500$ все ПРВ оценок параметров, показанные на рис. 3.7, стабилизируются и дальнейшее увеличение t практически не приводит к уменьшению погрешности оценивания. Заметим, что как скорость сходимости оценок, так и их дисперсия существенно зависят от плана локальной выборки ЦФ. Правило выбора точек плана должно минимизировать коррелированность оценок параметров. Так для случая $\mu = 2$ и приведенного выше набора параметров выбор плана $(r, \varsigma), (r, \varsigma + 180^\circ)$ позволяет минимизировать коррелированность оценок параметров h_1 , ϕ и k . Для этого плана на рис. 3.8 приведены зависимости математических ожиданий $M\{\varepsilon_{\hat{h}_1}\}$, $M\{\varepsilon_{\hat{\phi}}\}$ и $M\{\varepsilon_{\hat{k}}\}$ погрешностей оценок $\hat{h}_1$, $\hat{\phi}$ и $\hat{k}$ от числа итераций (кривые 1). На этом же рисунке для сравнения приведены аналогичные зависимости (кривые 2) для плана $(r, \varsigma), (r, \varsigma + 90^\circ)$. Заметим, что при таком плане оценки более коррелированы, что ухудшает их сходимость. Это подтверждают и кривые 2 на рис. 3.8. Более того, в некотором диапазоне t погрешность отдельных оценок может увеличиваться (см., например, зависимость $M\{\varepsilon_{\hat{k}}\}$, кривая 2, в интервале $t \approx 200 \div 400$). При этом процесс в целом сходится монотонно. Комплексным

критерием, характеризующим процесс сходимости оценок, может служить ПРВ коэффициента корреляции между $\{z_{\bar{j}t}^{(2)}\} \in Z_{\hat{A}t}$ и $\{\bar{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})\} \in Z_{\hat{A}t}$.

Недостатком адаптивных ПГА является возможная сходимость по оцениваемым параметрам к локальным экстремумам ЦФ. В задаче оценивания ПД,

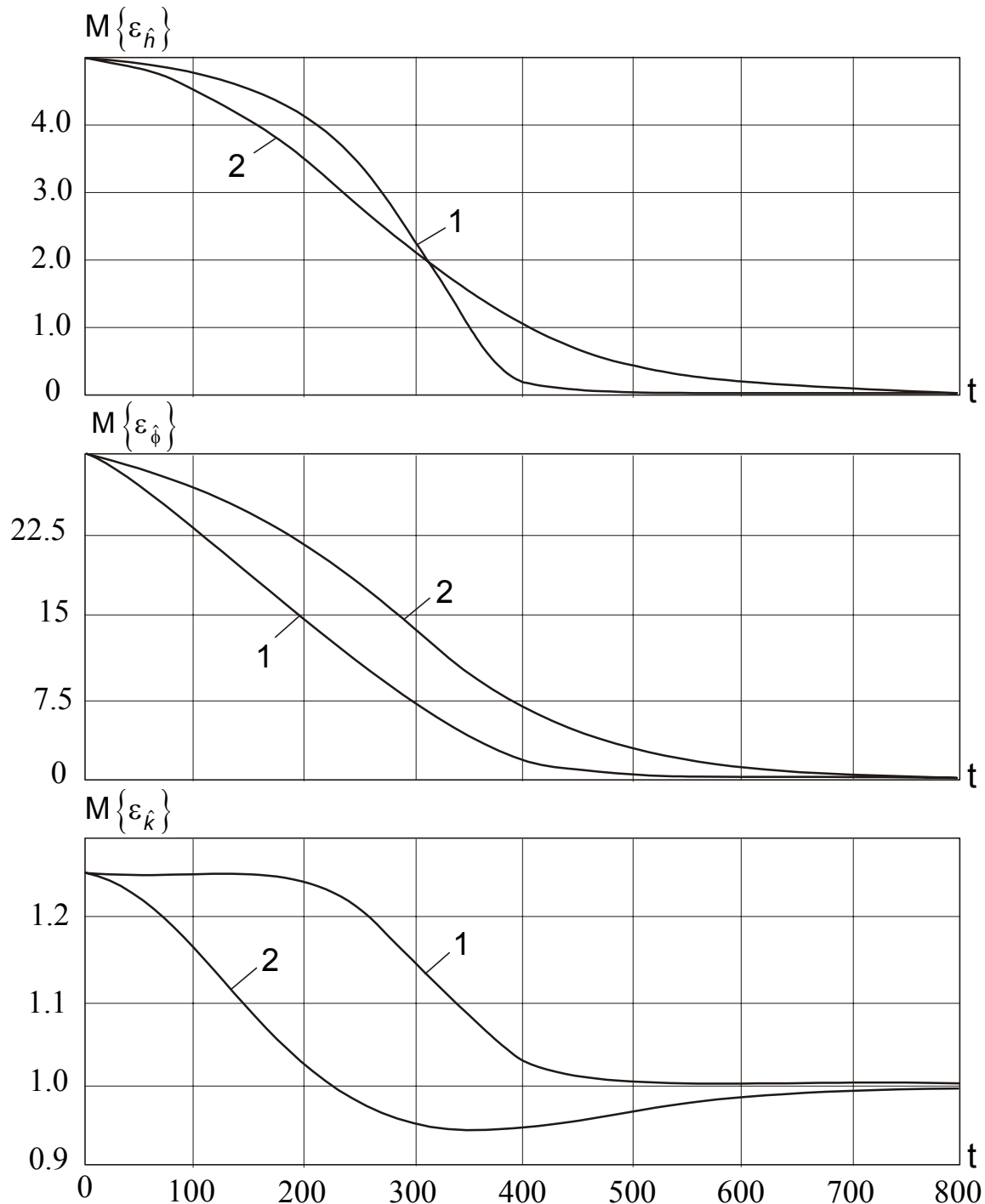


Рис. 3.8. Зависимость математического ожидания погрешности оценок от числа итераций (план расположения $z_{\bar{j}t1}^{(2)}$ и $z_{\bar{j}t2}^{(2)}$: для 1 - $(r, \varsigma), (r, \varsigma + 180^\circ)$, для 2 - $(r, \varsigma), (r, \varsigma + 90^\circ)$).

помимо традиционных приемов вывода из локальных экстремумов, таких как введение редких случайных отклонений, задание нескольких начальных приближений, выходу из локальных экстремумов способствует случайный порядок обхода изображений. Для снижения числа локальных экстремумов перед оценением ПД иногда целесообразно изображения сгладить с помощью преобразования, к которому параметры деформаций инвариантны. Например, в случае сдвига и поворота может быть использован низкочастотный фильтр, импульсная характеристика которого имеет круговую симметрию (в частности, круговую гауссоиду). Преобразованные таким образом изображения можно рассматривать как волновые [13], на которых разработанные алгоритмы дают хорошие результаты.

Многоэкстремальность особенно часто проявляется на бинарных изображениях. Для бинарных изображений теряет смысл процедура интерполяции между узлами сетки отсчетов. Если предположить, что локальная плотность изображения достаточно отличается от постоянной, то сглаживание с помощью круговых весовых функций приводит к полутоновым изображениям с существенными перепадами яркостей [57,107], к которым применимы полученные алгоритмы измерения параметров ПД. Пример результатов реализации такого

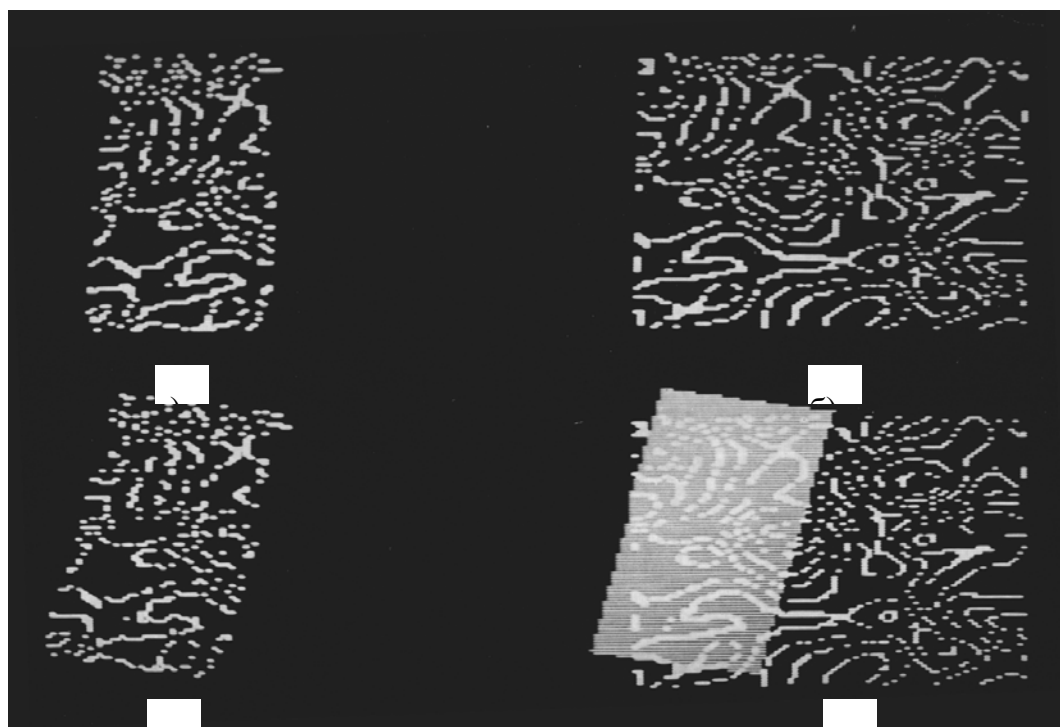


Рис. 3.9. Пример обработки бинарных изображений.

подхода показан на рис. 3.9. Здесь приведены эталонное бинарное изображение (рис. 3.9,б) и фрагмент (рис. 3.9,а), положение которого требуется найти на эталоне. Оба изображения были сглажены с помощью круговых гауссоид. После этого параметры сдвига и поворота между сглаженными изображениями оценивались посредством алгоритма (3.61) при $\mu = 1$ и приближением производных (3.48). На рис. 3.9,в показан фрагмент, повернутый на оцененный угол, а на рис. 3.9,г фрагмент, вставленный в оцененное положение на эталоне. Из рисунка видно, что положение фрагмента найдено достаточно точно. При этом существенно, что фрагмент выходит за пределы эталона, что обычно усложняет задачу оценивания ПД. Пример результатов реализации такого подхода показан на рис. 3.9. Здесь приведены эталонное бинарное изображение (рис. 3.9,б) и фрагмент (рис. 3.9,а), положение которого требуется найти на эталоне. Оба изображения были сглажены с помощью круговых гауссоид. После этого параметры сдвига и поворота между сглаженными изображениями оценивались посредством алгоритма (3.61) при $\mu = 1$ и приближением производных (3.48). На рис. 3.9,в показан фрагмент, повернутый на оцененный угол, а на рис. 3.9,г фрагмент, вставленный в оцененное положение на эталоне. Из рисунка видно, что положение фрагмента найдено достаточно точно. При этом существенно, что фрагмент выходит за пределы эталона, что обычно усложняет задачу оценивания ПД.

Псевдоградиентные алгоритмы с изменяющимся объемом локальной выборки целевой функции

В ряде случаев для обеспечения заданной скорости сходимости ПГА требуется большой объем μ локальной выборки $Z_{\hat{A}_t} = \left\{ z_{\bar{j}_t}^{(2)}, \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1}) \right\}$ ЦФ, $\bar{j}_t \in \Omega_{B_t} \in \Omega$. Наиболее характерно это при максимизации ВКМК, когда требуется достижение нужной точности оценок параметров $\bar{\alpha}$ за относительно небольшое число итераций ПГА или ограниченное машинное время. Увеличение μ может использоваться и для борьбы с локальными экстремумами ЦФ. Иногда совместно с задачей оценивания ПД решается и задача идентификации (распознавания) с решающим правилом, основанным на значениях ЦФ. Например, при решении задачи поиска на опорном изображении положения фрагмента, имею-

щего по отношению к опорному изображению кроме ПД еще и близкие к линейным яркостные искажения, критерием соответствия может служить некоторое значение выборочного коэффициента корреляции между фрагментом и опорным изображением. При этом для достижения заданной доверительной вероятности могут потребоваться большие значения μ , которые не оправданы в процессе сходимости оценок $\bar{\alpha}$. В таких ситуациях целесообразно использование переменного значения μ , величина которого в ходе работы ПГА автоматически регулируется и на каждой итерации минимальна для достижения некоторого критерия. Ниже рассмотрено несколько примеров построения ПГА, максимизирующих ВКМК и реализующих такой подход.

В качестве величины, определяющей значение μ_t на t -й итерации, выберем значение $q_t(Z_{Bt}, \hat{\alpha}_{t-1}, \mu_t)$ оценки ЦФ (3.35). Тогда в качестве ПГ ЦФ целесообразно использовать (3.56), дополнив его знаковой функцией для обеспечения устойчивости оценок параметров $\bar{\alpha}$ в условиях шумов

$$\text{sgn} \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} (z_+^{(1)}(\bar{j}_t) - z_-^{(1)}(\bar{j}_t)) (z_{\bar{j}_t}^{(2)} - z_{\bar{n}\delta}^{(2)}) / (\mu \hat{\sigma}_{z1} \hat{\sigma}_{z2}) \right),$$

где $z_{\bar{n}\delta}^{(2)}$ - среднее значение отсчетов $\{z_{\bar{j}_t}^{(2)}\} \in Z_{Bt}$.

Зададим следующее правило формирования μ_t на каждой итерации: итерация выполняется, если значение ЦФ $q_{t_o}(\mu_t) = q_t(Z_{Bt}, \hat{\alpha}_{t-1}, \mu_t)$ при $Z_{\hat{A}t} = \{z_{\bar{j}_t}^{(2)}, z^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1})\}$ меньше хотя бы одного из значений $q_{i,t-}(\mu_t)$ (при $Z_{\hat{A}t} = \{z_{\bar{j}_t}^{(2)}, z_-^{(1)}(\bar{j}_t)\}$) или $q_{i,t+}(\mu_t)$ (при $Z_{\hat{A}t} = \{z_{\bar{j}_t}^{(2)}, z_+^{(1)}(\bar{j}_t)\}$), где $z_{\pm}^{(1)}(\bar{j}_t) = z^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{1,t-1}, \dots, \hat{\alpha}_{i,t-1} \pm \Delta_{\alpha_i}, \dots, \hat{\alpha}_{m,t-1})$, $\Delta_{\alpha_i} > 0$ - приращение параметра α_i , выбранное для оценки производной (3.53).

Тогда ПГА с изменяющимся объемом локальной выборки ЦФ для параметра α_i может быть записан в виде:

$$\hat{\alpha}_{i_t} = \hat{\alpha}_{i_{t-1}} - \lambda_t \beta_{i,t}(\mu_t), \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.65)$$

где

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_{t,k} + 1, & \text{если } q_{t_o}(\mu_{t,k}) \geq \max(q_{i,t-}(\mu_{t,k}), q_{i,t+}(\mu_{t,k})); \\ \mu_{t,k}, & \text{если } q_{t_o}(\mu_{t,k}) < \max(q_{i,t-}(\mu_{t,k}), q_{i,t+}(\mu_{t,k})), \end{cases} \quad k = \overline{0, k_t} \quad (3.66)$$

$$\beta_{i,t}(\mu_t) = \begin{cases} 1, & \text{если } (q_{i,t_+}(\mu_t) > q_{i,t_-}(\mu_t)) \text{ и } (q_{t_0}(\mu_t) < \max(q_{i,t_-}(\mu_t), q_{i,t_+}(\mu_t))); \\ 0, & \text{если } (q_{i,t_+}(\mu_t) = q_{i,t_-}(\mu_t)) \text{ и } (q_{t_0}(\mu_t) < \max(q_{i,t_-}(\mu_t), q_{i,t_+}(\mu_t))); \\ & \text{или } (q_{t_0}(\mu_t) > \max(q_{i,t_-}(\mu_t), q_{i,t_+}(\mu_t))); \\ -1, & \text{если } (q_{i,t_+}(\mu_t) < q_{i,t_-}(\mu_t)) \text{ и } (q_{t_0}(\mu_t) < \max(q_{i,t_-}(\mu_t), q_{i,t_+}(\mu_t))); \end{cases} \quad (3.67)$$

$k_t = \mu_{\max} - \mu_{t \min}$, где $\mu_{\max}$ выбирается, например, из условия обеспечения заданного доверительного интервала для ВКМК. Величина $\mu_{t_0} = \mu_{t \min}$ изменяется при увеличении t по некоторому заданному закону, определяемому особенностями решаемой задачи. В частности, может быть выбрано $\mu_{t \min} = \mu_{(t-1) \min}$ или $\mu_{t \min} = \text{const}$. Соотношение (3.67) определяет правило формирования проекции ПГ $\bar{\beta}_t(\mu_t)$ на ось параметра α_i . Условие $(q_{t_0}(\mu_t) > \max(q_{i,t_-}(\mu_t), q_{i,t_+}(\mu_t)))$ в (3.66) способствует выходу из локальных экстремумов ЦФ, так как смена шага ПГА приводит к новой совокупности отсчетов $\{\mathbf{z}_{\pm}^{(1)}(\bar{j}_t)\}$ локальной выборки ЦФ, а при рандомизации выбора отсчетов на каждой итерации - к новой совокупности отсчетов $\{\mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)}\}$.

Структурная схема измерителя параметров ПД, реализующего алгоритм (3.65) приведена на рис. 3.10 и содержит функциональный преобразователь, осуществляющий вычисление оценок ЦФ $q_{t_0}(\mu_t)$, $q_{i,t_-}(\mu_t)$ и $q_{i,t_+}(\mu_t)$, блок анализа (БА), формирующий $\mu_{t,k}$ и $\beta_{i,t}(\mu_t)$. Значение $\beta_{i,t}(\mu_t)$ определяет направление изменения оценок $\hat{\alpha}_{i,t-1}$, величину изменения которых задает нелинейный преобразователь $\lambda_{i,t}$.

Экспериментальные исследования на имитированных и реальных изображениях показали высокую эффективность алгоритма (3.65). Объем локальной выборки μ_t резко возрастал только при небольших рассогласованиях $\varepsilon_i = |\alpha_i - \hat{\alpha}_{i,t}|$. По сравнению со случаем $\mu = \mu_{\max}$ для достижения той же точности оценок α_i вычислительные затраты в зависимости от начального рассогласования $|\alpha_i - \hat{\alpha}_0|$ уменьшались на порядок и более.

Рассмотрим еще один эвристический алгоритм с изменяющимся объемом локальной выборки, показавший высокую эффективность при решении задачи поиска фрагмента на опорном изображении. В этом алгоритме

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \bar{\beta}_t(\mu_t) \quad (3.68)$$

используется более простое правило формирования μ_t :

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_{t,k} + 1, & \text{если } q_{t_0}(\mu_{t,k}) \geq r_{\hat{\varepsilon}\delta}; \\ \mu_{t,k}, & \text{если } q_{t_0}(\mu_{t,k}) < r_{\hat{\varepsilon}\delta}, \end{cases} \quad \mu_{t_0} = \mu_{\min}, \quad (3.69)$$

где $k = \overline{0, (k_{\max} - k_{\min})}$; $r_{\hat{\varepsilon}\delta}$ - значение выборочного коэффициента корреляции при объеме локальной выборки $\mu_{\max}$, дающее возможность с заданной достоверностью принять решение о соответствии фрагмента некоторой области опорного изображения. Таким образом, на каждой итерации объем локальной выборки вначале равен $\mu_{\min}$. Если оценка ВКМК меньше $r_{\hat{\varepsilon}\delta}$, то выполняется шаг с соответствием со значением ПГ

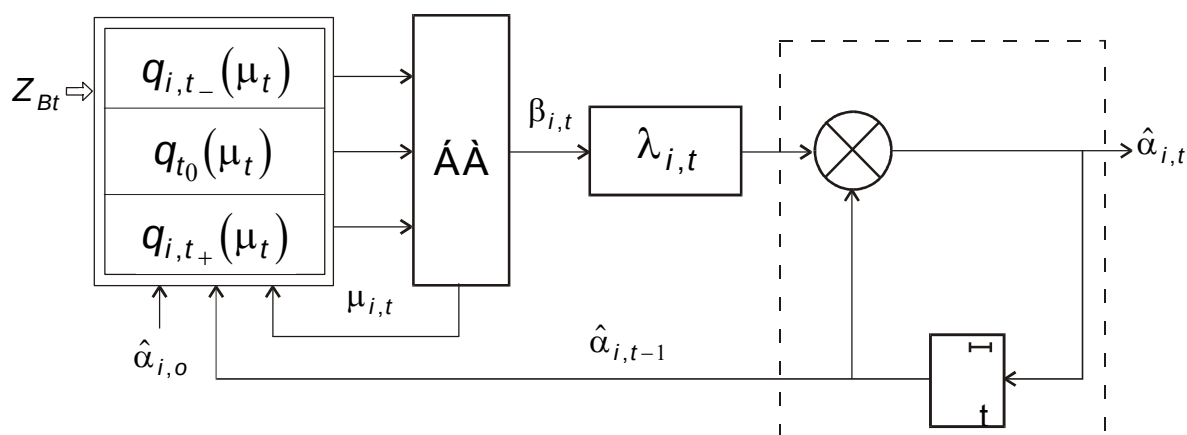


Рис. 3.10. Структурная схема измерителя параметров ПД, реализующего алгоритм (3.65).

$$\beta_{i,t}(\mu_t) = \begin{cases} 1, & \text{если } q_{i,t_+}(\mu_t) > q_{i,t_-}(\mu_t); \\ 0, & \text{если } q_{i,t_+}(\mu_t) = q_{i,t_-}(\mu_t); \\ -1, & \text{если } q_{i,t_+}(\mu_t) < q_{i,t_-}(\mu_t), \end{cases} \quad i = \overline{1, m}. \quad (3.70)$$

Если же оценка ВКМК превышает $r_{\hat{e}\delta}$, то величина $\mu_{t,k}$ увеличивается до тех пор, пока не выполнится условие $q_{t_0}(\mu_{t,k}) < r_{\hat{e}\delta}$, либо $\mu_{t,k}$ не достигнет величины $\mu_{\max}$ (после чего принимается решение о соответствии фрагмента найденному положению при значении вектора ПД $\hat{\alpha}_{t-1}$).

Структурная измерителя ПД, реализующего алгоритм (3.68) при μ_t и $\bar{\beta}_i(\mu_t)$, соответствующих (3.69) и (3.70), приведена на рис. 3.11. Она содержит функциональные преобразователи, осуществляющие формирование $q_{t_0}(\mu_t)$ и $(\partial q_{t_0}(\mu_t)/\partial \bar{\alpha})_{\bar{\alpha}=\hat{\alpha}_{t-1}}$, релейный преобразователь, на выходе которого формируется $\bar{\beta}_t(\mu_t)$, нелинейный преобразователь Λ_t , дигратор и блок $r_{\hat{e}\delta}$, формирующий значение $\mu_{t,k}$ в соответствии с (3.69). Величина $\mu_{t,k}$ увеличивается до выполнения второго из условий (3.69), после чего на функциональный преобразователь $(\partial q_{t_0}(\mu_t)/\partial \bar{\alpha})_{\bar{\alpha}=\hat{\alpha}_{t-1}}$ дается разрешение на выполнение итерации.

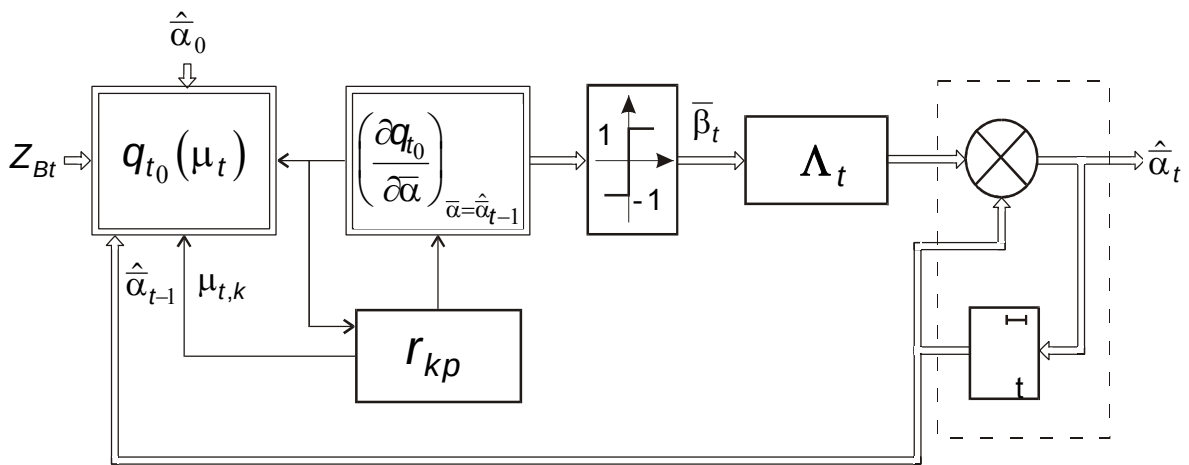


Рис. 3.11. Структурная измерителя параметров ПД, реализующего алгоритм (3.58).

На рис. 3.12 приведен пример результатов использования алгоритма (3.68) для решения задачи поиска местоположения фрагмента на реальных изображениях оптического диапазона с радиусом корреляции, равном примерно 5. На рисунке представлена копия экрана компьютера, на котором показано исследуемое изображение размером 170x170 элементов, эталонный фрагмент размером 40x40 элементов, имеющий по отношению к искомому фрагменту масштаб $1:k = 1:1.3$, поворот на $\phi = 14^\circ$ и положение центра фрагмента на исследуемом изображении ($h_1 = 50, h_2 = 50.5$). Кроме того, яркость фрагмента примерно на 30% отличается от яркости опорного изображения. В правом нижнем углу рисунка показан также найденный фрагмент, соответствующий эталонному. Параметры алгоритма (3.68) задавались следующие: $\mu_{\min} = 4$, $\mu_{\max} = 200$; $r_{\hat{\epsilon}\delta} = 0.99$; $t_{\max} = 1000$; начальные приближения оцениваемых параметров: $(\hat{h}_{10,l}, \hat{h}_{20,l} = 10 + 20l)$, $l = \overline{0, 8}$, $\hat{\phi}_0 = 0$, $\hat{k}_0 = 1$. В приведенном примере были получены оценки $(\hat{h}_1 = 49.77, \hat{h}_2 = 50.52)$, $\hat{\phi} = 14.1$, $\hat{k} = 1.3$. Таким образом положение фрагмента оценено достаточно точно.

На рис. 3.13 приведена усредненная по 800 реализациям зависимость объема μ локальной выборки ЦФ от рассогласования ϵ_δ истинного положения

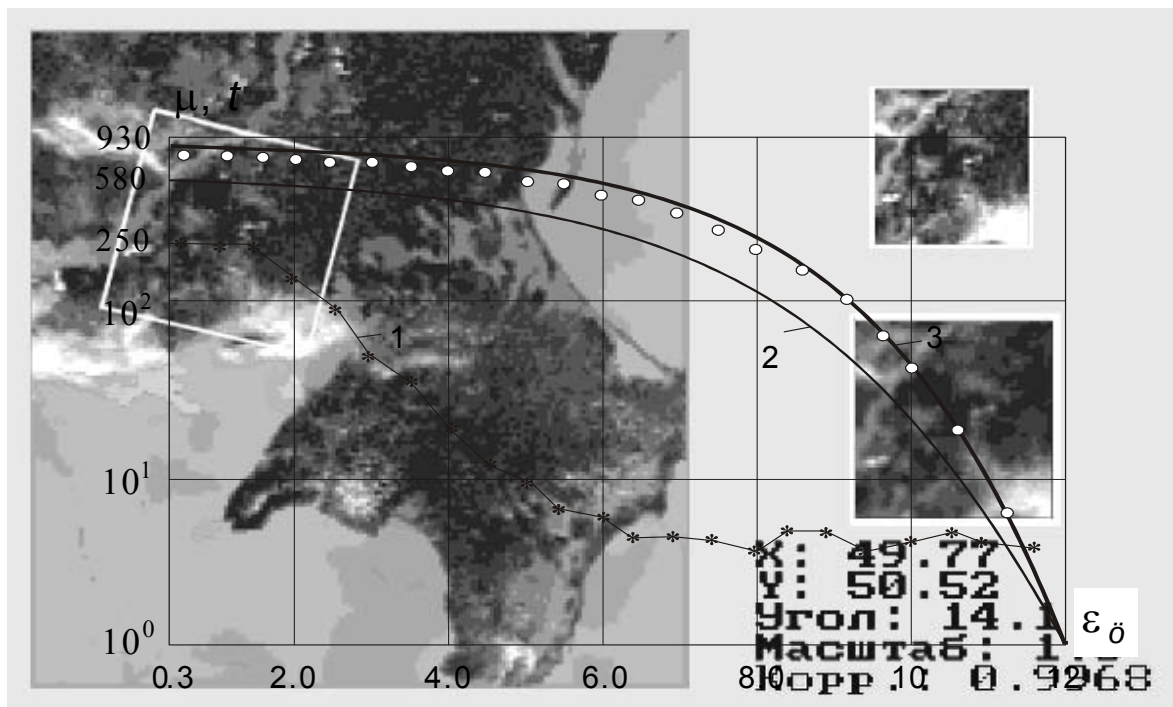


Рис. 3.13. Зависимость объема локальной выборки и числа итераций от ϵ_δ

Рис. 3.12. Пример результатов поиска местоположения фрагмента.

(1 - зависимость μ от ϵ_δ ; 2 и 3 - зависимость t от ϵ_δ соответственно при $\mu = \text{var}$ и $\mu = \text{const} = 250$; о - экспериментальные результаты при $\mu = \text{var}$).

центра фрагмента и его оценки при $k = 1.25$, $\phi = 30^\circ$ и начальном рассогласовании $\varepsilon_{\delta 0} = 12$ (кривая 1). Хорошо видно, что μ возрастает только при относительно небольших ε_{δ} . На том же рисунке показаны зависимости от ε_{δ} номера итерации t : кружочки соответствуют усредненному по 800 реализациям номеру итерации, а кривая 3 отражает математическое ожидание номера итерации, рассчитанное по методике анализа точности ПГА при конечном числе итераций. При расчете использовалась модель гауссовских изображений с гауссовской же КФ радиуса корреляции 5 и отношением дисперсии сигнала к дисперсии шума, равном 0.01. Параметры алгоритма и начальные приближения вектора параметров соответствовали экспериментальным. Кривая 2 также получена аналитически и соответствует математическому ожиданию номера итерации для ситуации $\mu = \text{const} = 250$. Видно хорошее соответствие экспериментальных и аналитических результатов (кружочки и кривая 3). Алгоритм с $\mu = 250$ достигает $M\{\varepsilon_{\delta}\} = 0.3$ в среднем за 580 итераций. Алгоритм с изменяющимся μ обеспечивает то же качество оценивания при 930 итерациях (кривая 2), но затраты машинного времени оказываются в 9,6 раза ниже.

Таким образом, регулирование объема локальной выборки ЦФ в процессе работы ПГА позволяет существенно снизить вычислительные затраты. В рассмотренных алгоритмах в качестве ЦФ использовался ВКМК. Однако принципы построения алгоритмов с регулируемым объемом локальной выборки ЦФ применимы и для других ЦФ, в частности СКМР. Ряд разработанных алгоритмов реализован в пакетах прикладных программ по обработке изображений [106].

3.4. Псевдоградиентные алгоритмы при незаданном наборе параметров модели пространственных деформаций

Если вид ПД не задан, можно задаться некоторой моделью деформаций $f(\bar{\alpha}, \bar{j})$, считая ее параметры $\bar{\alpha}$ переменными. Например, для плоских изображений можно ввести переменный сдвиг

$$\bar{\alpha}(\bar{j}) = \bar{\alpha}(j_1, j_2) = (j_1 + h_1(j_1, j_2), j_2 + h_2(j_1, j_2)), \quad (3.71)$$

где $h_1(j_1, j_2)$ и $h_2(j_1, j_2)$ - проекции вектора $\bar{h}_{j_1, j_2}$ сдвига точки (j_1, j_2) изображения $\mathbf{x}^2$ относительно точки (j_1, j_2) изображения $\mathbf{x}^1$. Для размерности изображений $n > 2$ обобщение модели (3.71) очевидно

$$\bar{\alpha}(\bar{j}) = (j_1 + h_1(\bar{j}), j_2 + h_2(\bar{j}), \dots, j_n + h_n(\bar{j})), \quad (3.72)$$

где $\{\bar{j} = (j_1, \dots, j_n) : j_k = \overline{1, N_k}\} = \Omega$ - n -мерная прямоугольная сетка. Модель (3.72) позволяет описать любые межкадровые ПД. Однако, если сдвиги $\bar{h}_{\bar{j}} = (h_1, h_2, \dots, h_n)^T$ при выбранном порядке обхода изображения изменяются быстро, их оценка с помощью ПГА (3.3) затруднительна. Подход к разрешению такой ситуации будет исследован ниже. Вначале же рассмотрим случай, когда $\bar{h}_{\bar{j}}$

в выбранном направлении обхода изменяются достаточно медленно и их оценка оказывается возможной с помощью ПГА вида (3.3). Тогда

$$\hat{\bar{h}}_t = \hat{\bar{h}}_{t-1} - \Lambda_t \bar{\beta}_t(Z_{Bt}, \bar{j}_t, \hat{\bar{h}}_{t-1}), \quad (3.73)$$

где $\Lambda_t = \left\| \begin{array}{cccc} \lambda_{1t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{2t} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{nt} \end{array} \right\|$ - матрица усиления, $\lambda_{i,t} > 0$, $i = \overline{1, n}$;

$Z_{\hat{A}t} = \{z_{\bar{j}_t}^{(2)}, \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})\}$, $\bar{j}_t \in \Omega_{Bt} \in \Omega$ - локальная выборка ЦФ на t -й итерации ПГА.

Для обеспечения достаточной вариабельности оценок при модели (3.72) параметры $\lambda_{i,t}$, матрицы усиления Λ_t должны быть ограничены снизу. Поэтому в дальнейшем для простоты будем полагать, что в (3.73) $\lambda_{i,t} = \lambda_i = \text{const}$, соответственно $\Lambda_t = \Lambda$. Отметим, что аналитические и экспериментальные исследования показывают, что шаг λ_i должен примерно вдвое превышать изменения ПД по соответствующей координате.

Поскольку Ω прямоугольная сетка, то для модели ПД (3.72) производная (3.44) изображения $\mathbf{z}$ по оцениваемым параметрам упрощается:

$$\frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \alpha_i} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial j_k} \frac{\partial j_k(\bar{j}_t, \bar{\alpha})}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{h})}{\partial h_i}.$$

Тогда при выборе СКМР в качестве ЦФ для (3.73) приходим к алгоритму

$$\hat{h}_t = \hat{h}_{t-1} - \Lambda \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{h})}{\partial \bar{h}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{h}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \right)_{\bar{h} = \hat{h}_{t-1}}, \quad (3.74)$$

Экспериментальные исследования показали [51,58], что при коэффициенте межэлементной корреляции $0.5 \div 0.99$ и незначительном уровне шумов ($g > 100$), в (3.74) достаточно, как правило, выбрать $\mu = 1$. Тогда

$$\hat{h}_t = \hat{h}_{t-1} - \Lambda \left(\frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{h})}{\partial \bar{h}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{h}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \right)_{\bar{h} = \hat{h}_{t-1}}. \quad (3.75)$$

Несмотря на простоту, алгоритм (3.75) весьма эффективен при высокой коррелированности сдвигов $\bar{h}_{\bar{j}}$ по направлению развертки изображений и относительно небольших межкадровых яркостных искажениях [58]. Однако в этом алгоритме осуществляется только одномерная фильтрация межкадровых ПД, не учитывающая их межстрочную и межкадровую коррелированность. Простейшие варианты использования многомерной коррелированности ПД заключаются в уточнении, сглаживании оценок, полученных при первом проходе изображений. Для этого выполняются повторные обходы при меньших значениях параметров λ в обратном и других направлениях (по столбцам, диагоналям), в ходе которых к уже полученным оценкам вводятся поправки.

При использовании в качестве ЦФ для (3.72) ВКМК приходим к алгоритму

$$\hat{h}_t = \hat{h}_{t-1} + \Lambda \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}} \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \frac{\partial \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{h})}{\partial \bar{h}} \right)_{\bar{h} = \hat{h}_{t-1}}. \quad (3.76)$$

При этом с учетом переменного характера $\bar{h}$ элементы локальной выборки $\mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \in Z_{\hat{A}t}$ желательно выбирать непрерывно в некотором скользящем окне. Например, выбрав для двумерных изображений прямоугольное скользящее окно размером $(2a+1) \times (2b+1)$ и ПГ (3.51), получаем

$$\begin{aligned} \hat{h}_{1,t} &= \hat{h}_{1,t-1} - \lambda \sum_{\substack{j_1=j_{1t}+a \\ j_1=j_{1t}-a}}^{\substack{j_1=j_{1t}+a \\ j_1=j_{1t}+a}} \sum_{\substack{j_2=j_{2t}+b \\ j_2=j_{2t}-b}}^{\substack{j_2=j_{2t}+b \\ j_2=j_{2t}+b}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}, \hat{\alpha}_{t-1}) - \mathbf{z}_{\bar{j}}^{(2)} \right) \left(\mathbf{z}_{j_1+1, j_2}^{(2)} - \mathbf{z}_{j_1-1, j_2}^{(2)} \right), \\ \hat{h}_{2,t} &= \hat{h}_{2,t-1} - \lambda \sum_{\substack{j_1=j_{1t}+a \\ j_1=j_{1t}-a}}^{\substack{j_1=j_{1t}+a \\ j_1=j_{1t}+a}} \sum_{\substack{j_2=j_{2t}+b \\ j_2=j_{2t}-b}}^{\substack{j_2=j_{2t}+b \\ j_2=j_{2t}+b}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}, \hat{\alpha}_{t-1}) - \mathbf{z}_{\bar{j}}^{(2)} \right) \left(\mathbf{z}_{j_1, j_2+1}^{(2)} - \mathbf{z}_{j_1, j_2-1}^{(2)} \right). \end{aligned} \quad (3.77)$$

Заметим, что в алгоритмах (3.71)÷(3.77) на t -й итерации используются оценки $\bar{h}$, полученные на $(t-1)$ -й итерации. Однако, поскольку оцениваемые параметры $\bar{h}$ изменяются, они в точках $\bar{j}_t$ и $\bar{j}_{t-1}$ различны. Поэтому при высокой скорости изменения параметров в направлении обхода целесообразно производить уточнение оценок на t -й итерации, используя полученные оценки $\hat{h}_t$. Например, алгоритм, минимизирующий СКМР и использующий ПГ (3.49), при $\mu = 1$ может быть записан в виде

$$\begin{aligned}\hat{h}_{t'} &= \hat{h}_{t-1} - \lambda \bar{\beta}_t \left(\mathbf{z}_t^{(1)}(\bar{j}_t), \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)}, \hat{h}_{t-1} \right), \\ \hat{h}_t &= \hat{h}_{t'} - \lambda' \bar{\beta}'_t \left(\mathbf{z}_t^{(1)}(\bar{j}_t), \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)}, \hat{h}_{t'} \right).\end{aligned}\quad (3.78)$$

При экспериментальных исследованиях с условиях небольших шумов алгоритм (3.78) показал высокую эффективность при выборе величины λ' равной примерно половине λ .

Псевдоградиентные алгоритмы оценивания полей пространственных деформаций

С увеличением скорости изменения сдвигов $\bar{h}$ по направлению обхода изображения необходимо увеличивать шаги $\Lambda_t \bar{\beta}_t$ ПГА (3.73). Последнее, однако, приводит и к увеличению погрешности оценивания. В этой ситуации точность оценок не удаётся повысить и повторными проходами. Однако задачу повышения точности оценивания можно решить, если на каждом последующем проходе кроме текущей оценки сдвигов использовать информацию об оценках, полученных на предыдущих проходах. В качестве примера такого подхода рассмотрим применение ПГА, для оценивания поля ПД, представленного в виде матрицы деформаций $\mathbf{H}_I$, размером $N_1 \times N_2 \times \dots \times N_n$ (n -размерность изображения), которая содержит оценки $\hat{h}_j^{(l)}$, $\{\bar{j} = (j_1, \dots, j_n) : j_k = \overline{1, N_k}\} = \Omega$, сдвигов всех точек изображения, соответствующих узлам сетки отсчетов кадра $\mathbf{z}^1$ после l -го прохода. При этом способ получения оценок может быть различным и определяться имеющимися представлениями о физической природе ПД. Например, если априорно известно, что ПД достаточно гладкие и непрерывные, то на l -м проходе может быть использовано усреднение в скользящем окне текущих оценок сдвигов $\{\hat{\alpha}_t^{(l)}\}$ и некоторая их комбинация с элементами $\hat{h}_j^{(l-1)}$ матрицы

$\mathbf{H}_{l-1}$, полученными на предыдущем проходе. Если условие непрерывности не выполняется, могут быть использованы методы медианной фильтрации и т.д. Заметим, также что на l -м проходе ПГ алгоритма текущие оценки $\{\hat{\alpha}_t^{(l)}\}$ могут быть получены с некоторым прореживанием или для части Ω .

Будем считать, что все элементы матрицы $\mathbf{H}_l = \hat{\mathbf{h}}_j^{(l)}$ определены на каждом проходе. Тогда ПГА, использующий матрицу деформаций, в общем виде можно записать как

$$\mathbf{H}_l = \left\| \hat{\mathbf{h}}_j^{(l)} \right\|, \quad \hat{\mathbf{h}}_j^{(l)} = f\left(\hat{\mathbf{h}}_j^{(l-1)}, \{\hat{\alpha}_t^{(l)}\}\right), \quad (3.79)$$

$$\hat{\alpha}_t^{(l)} = \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)} - \Lambda_{lt} \bar{\beta}\left(\mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)}, \mathbf{z}^{(1)}\left(\bar{j}_t + h_{\bar{j}_t}^{(l-1)}\right), \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}\right), \quad (3.80)$$

где $\Lambda_{lt} = \left\| \begin{matrix} \lambda_{1t}^{(l)} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{nt}^{(l)} \end{matrix} \right\|$; $\hat{\alpha}_t^{(l)} = \left(\hat{\alpha}_{1t}^{(l)}, \hat{\alpha}_{2t}^{(l)}, \dots, \hat{\alpha}_{nt}^{(l)}\right)^T$; $\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}^{(l)} \in \Omega$;

$\mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)}, \mathbf{z}^{(1)}\left(\bar{j}_t + h_{\bar{j}_t}^{(l-1)}\right) \in Z_{Bt}^{(l)}$; $Z_{Bt}^{(l)}$ - локальная выборка ЦФ на t -ой итерации l -го прохода алгоритма; $l = \overline{1, L}$ - номер прохода; L - заданное число проходов.

Функциональная схема измерителя поля ПД, реализующего алгоритм (3.79)-(3.80), приведена на рис. 3.14. Она содержит функциональный преобразователь, формирующий ПГ $\bar{\beta}\left(\mathbf{z}_{Bt}^{(l)}, \mathbf{H}_{l-1}, \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}\right)$, нелинейный преобразователь Λ_{lt} , определяющий шаг ПГА на t -ой итерации l -го прохода, дигратор, состоящий из линии задержки на время итерации и положительной обратной связи, функ-

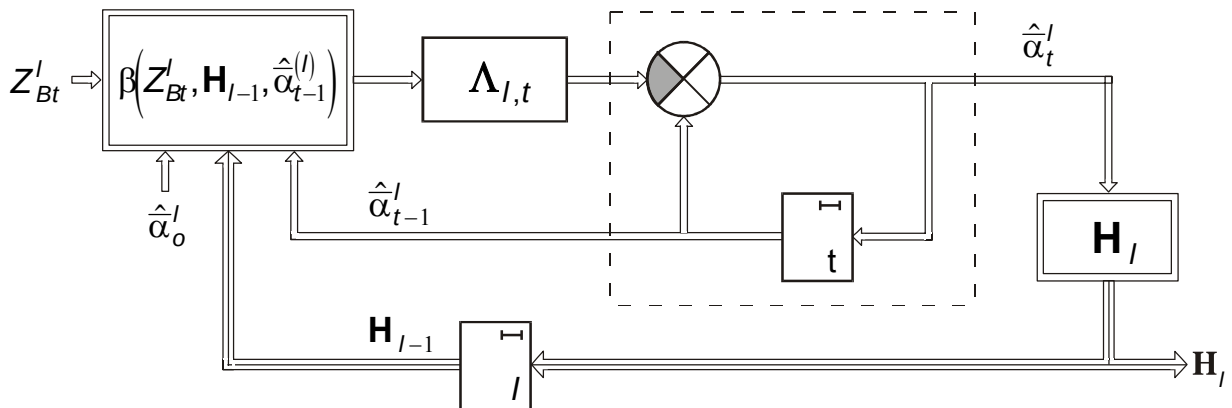


Рис. 3.14. Функциональная схема измерителя поля ПД.

циональный преобразователь, формирующий матрицу $\mathbf{H}_l$, и линию задержки на время прохода. Тройные стрелки, как и прежде, соответствуют матричным связям, двойные - векторным.

Выбирая для решения конкретной задачи ЦФ и ПГ, рассмотренные в разделе 3.2, получим различные ПГА. Так, выбрав в качестве ЦФ СКМР (3.33) и ПГ (3.39), и полагая для простоты $\lambda_{1t}^{(l)} = \lambda_{2t}^{(l)} = \lambda_l$; $\hat{h}_{\bar{j}}^{(l)} = \hat{h}_{\bar{j}}^{(l-1)} + \hat{\alpha}_{\bar{j}}^{(l)}$, где $\hat{\alpha}_{\bar{j}}^{(l)}$ - текущая оценка $\hat{\alpha}^{(l)}$ в точке $\bar{j}$, получаем

$$\mathbf{H}_l = \left\| \hat{h}_{\bar{j}}^{(l)} \right\|, \quad \hat{h}_{\bar{j}}^{(l)} = \hat{h}_{\bar{j}}^{(l-1)} + \hat{\alpha}_{\bar{j}}^{(l)}, \quad l = \overline{1, L}, \quad (3.81)$$

$$\hat{\alpha}_t^{(l)} = \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)} - \lambda_l \operatorname{sgn} \left(\sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}^{(l)}} \frac{\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t + \hat{h}_{\bar{j}_t}^{(l-1)} + \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)})}{\partial \bar{\alpha}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t + \hat{h}_{\bar{j}_t}^{(l-1)} + \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \right) \Big|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}}. \quad (3.82)$$

Функциональная схема измерителя поля ПД, в основу которого положен алгоритм (3.81)-(3.82), приведена на рис. 3.15. Она содержит функциональный преобразователь

$$\partial q(\mathbf{Z}_{Bt}, \mathbf{H}, \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}) / \partial \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)} = \sum_{\bar{j}_t \in \Omega_{Bt}^{(l)}} \left(\mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t + \hat{h}_{\bar{j}_t}^{(l-1)} + \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}) - \mathbf{z}_{\bar{j}_t}^{(2)} \right) \mathbf{z}^{(1)}(\bar{j}_t + \hat{h}_{\bar{j}_t}^{(l-1)} + \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}) / \partial \bar{\alpha} \Big|_{\bar{\alpha} = \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}},$$

релейный преобразователь, реализующий функцию $\operatorname{sgn}(\partial q(\mathbf{Z}_{Bt}, \mathbf{H}, \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)}) / \partial \hat{\alpha}_{t-1}^{(l)})$

и задающий направление шагов ПГА, величина которых определяется множителем. Формирование матрицы деформаций $\mathbf{H}_l$ осуществляется с помощью линии задержки на время прохода и сумматора.

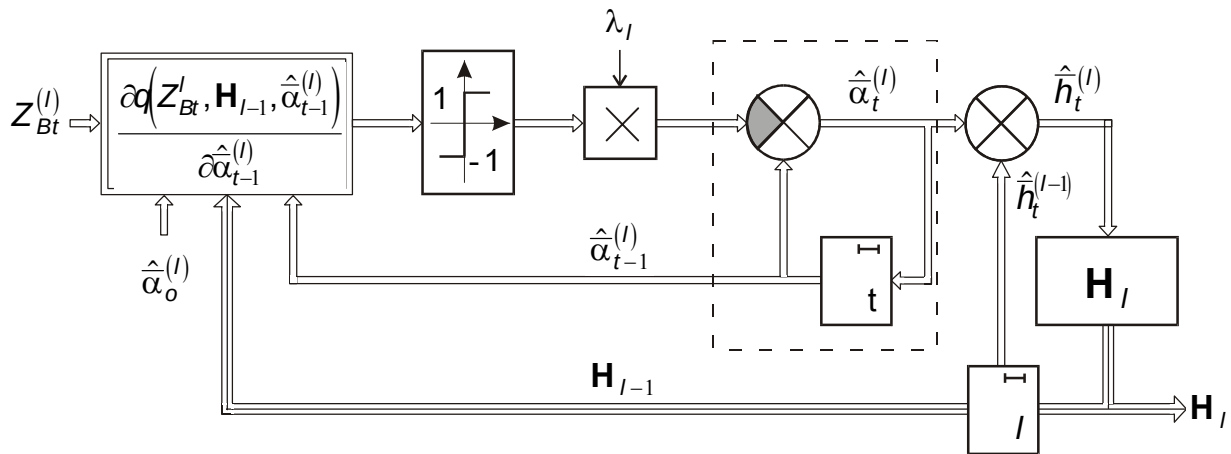


Рис. 3.15. Функциональная схема измерителя поля ПД, реализующая алгоритм минимизации СКМР.

Часто, наряду с межкадровыми деформациями неизвестного вида, могут присутствовать ПД, набор параметров которых приблизительно известен, например, глобальные сдвиг, поворот и т.д. Тогда на каждом проходе алгоритма значения этих параметров могут оцениваться и уточняться, а элементы матрицы $\mathbf{H}_l$ формироваться с их учетом. В качестве примера рассмотрим оценку по матрице $\mathbf{H}_l$ следующего набора параметров глобальных межкадровых ПД двумерных изображений: угол поворота ϕ , сдвиг $\bar{h} = (h_1, h_2)^T$ центра ($j_{10} = (N_1 - 1)/2$, $j_{20} = (N_2 - 1)/2$) изображения кадра $\mathbf{z}^1$, коэффициенты масштаба k_1 по оси j_1 и k_2 по оси j_2 ($\mathbf{z}^2$ относительно $\mathbf{z}^1$). При этом будем предполагать, что все элементы матрицы $\mathbf{H}_l$ определены равноточно.

Воспользуемся методом наименьших квадратов и моделью преобразования координат (a, b) точки изображения $\mathbf{z}^1$ на деформированном изображении $\mathbf{z}^2$

$$\begin{aligned} a' &= (j_a - j_{10})(k_1 \cos \phi - 1) - (j_b - j_{20})k_2 \sin \phi + h_1; \\ b' &= (j_a - j_{10})(k_1 \cos \phi - 1) + (j_b - j_{20})k_2 \sin \phi + h_2, \end{aligned} \quad (3.83)$$

где (a', b') - координаты точки изображения на кадре $\mathbf{z}^2$. По методу наименьших квадратов

$$\begin{aligned} S &= \sum_{\bar{j} \in \Omega} \left(j_1 - \hat{h}_{j_1}^{(l)} - j'_1(\bar{j}, \phi, j_{10}, j_{20}, k_1, k_2) \right)^2 + \\ &+ \left(j_2 - \hat{h}_{j_2}^{(l)} - j'_2(\bar{j}, \phi, j_{10}, j_{20}, k_1, k_2) \right)^2 = \min. \end{aligned} \quad (3.84)$$

В (3.84) минимизируются рассогласования оценок $\hat{h}_j^{(l)}$ матрицы $\mathbf{H}_l$ и оценок сдвигов для тех же пространственных координат, вычисленных с помощью заданной модели ПД. После решения системы уравнений получаем

$$\hat{h}_1 = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{\bar{j} \in \Omega} \hat{h}_{j_1}^{(l)}; \quad \hat{h}_2 = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{\bar{j} \in \Omega} \hat{h}_{j_2}^{(l)}, \quad (3.85)$$

$$\hat{\phi} = \frac{1}{2} (\arcsin A + \arcsin B), \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned} \hat{k}_1 &= \frac{\sigma_{j_2}^2 (\sigma_{j_1}^2 + \text{cov}(j_1, \hat{h}_1)) \cos \hat{\phi} + \text{cov}(j_1, j_2) (\sigma_{j_2}^2 + \text{cov}(j_2, \hat{h}_2)) \sin \hat{\phi}}{\sigma_{j_1}^2 \sigma_{j_2}^2 \cos^2 \hat{\phi} + \text{cov}^2(j_1, j_2) \sin^2 \hat{\phi}}, \\ \hat{k}_2 &= \frac{\sigma_{j_1}^2 (\sigma_{j_2}^2 + \text{cov}(j_2, \hat{h}_2)) \cos \hat{\phi} - \text{cov}(j_1, j_2) (\sigma_{j_1}^2 + \text{cov}(j_1, \hat{h}_1)) \sin \hat{\phi}}{\sigma_{j_1}^2 \sigma_{j_2}^2 \cos^2 \hat{\phi} + \text{cov}^2(j_1, j_2) \sin^2 \hat{\phi}}, \end{aligned} \quad (3.87)$$

где

$$\text{cov}(a, b) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{v=1}^{N_1 N_2} a_v b_v - \frac{1}{(N_1 N_2)^2} \sum_{v=1}^{N_1 N_2} a_v \sum_{v=1}^{N_1 N_2} b_v ; \quad (3.88)$$

$$A = \frac{\text{cov}(j_1, j_2) \left(\text{cov}(j_1, j_2) \left(\text{cov}(j_1, \hat{h}_2) - \text{cov}(j_2, \hat{h}_1) \right) + \left(\text{cov}(j_1, \hat{h}_1) \sigma_{j_2}^2 - \text{cov}(j_2, \hat{h}_2) \sigma_{j_1}^2 \right) \right)}{\left(\text{cov}(j_1, \hat{h}_2) - \text{cov}(j_2, \hat{h}_1) \right)^2 + \left(\sigma_{j_2}^2 + \sigma_{j_1}^2 - \text{cov}(j_1, \hat{h}_1) - \text{cov}(j_2, \hat{h}_2) \right)^2},$$

$$B = \frac{\left(\text{cov}(j_2, \hat{h}_1) - \text{cov}(j_1, \hat{h}_2) \right)}{\sqrt{\left(\text{cov}(j_1, \hat{h}_2) - \text{cov}(j_2, \hat{h}_1) \right)^2 + \left(\sigma_{j_2}^2 + \sigma_{j_1}^2 - \text{cov}(j_1, \hat{h}_1) - \text{cov}(j_2, \hat{h}_2) \right)^2}}.$$

Заметим, что суммы в этих формулах могут содержать и произвольное число слагаемых, но тогда центром поворота и пересчета масштаба будет точка

$$\left(j_{10} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N j_{1v}, j_{20} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N j_{2v} \right), \quad (3.89)$$

где N - число точек $(j_{1v}, j_{2v}) \in \Omega$, входящих в суммы (3.85) и (3.88). Указанное обстоятельство позволяет использовать в (3.85) и (3.88) не все оценки $\hat{h}_j^{(l)}$, а только их часть, удовлетворяющую некоторым условиям (например, оценки, обладающие наибольшей информативностью или соответствующие определенным областям изображения). Отметим также, что в частном случае при $k_1 = k_2 = k$ и $\varphi = 0$

$$\hat{k} = 1 + \frac{\text{cov}(j_1, \hat{h}_1) + \text{cov}(j_2, \hat{h}_2)}{\sigma_{j_1}^2 + \sigma_{j_2}^2}, \quad (3.90)$$

а при $k = 1$ выражение для оценки угла поворота соответствует соотношению (2.49).

Можно показать, что если оценки $\hat{h}_{j_1}^{(l)}$ и $\hat{h}_{j_2}^{(l)}$ несмещенные, то несмещенными будут и оценки:
сдвига

$$M\{\hat{h}_i\} = M\left\{ \frac{1}{N} \sum_{j \in \Omega} h_{ji}^{(l)} = h_i \right\}, \quad i = 1, 2,$$

масштабного коэффициента при $\varphi = 0$ и $k_1 = k_2 = k$

$$M\{\hat{k}\} = 1 + M\left\{\frac{\text{côv}(j_1, h_1) + \text{côv}(j_2, h_2)}{\sigma_{j_1}^2 + \sigma_{j_2}^2}\right\} = k,$$

тангенса угла φ поворота при $k_1 = k_2 = 1$

$$M\{tg\hat{\varphi}\} = M\left\{\frac{\text{côv}(j_2, h_1) - \text{côv}(j_1, h_2)}{\sigma_{j_1}^2 + \sigma_{j_2}^2 - \text{côv}(j_1, h_1) - \text{côv}(j_2, h_2)}\right\} = tg\varphi.$$

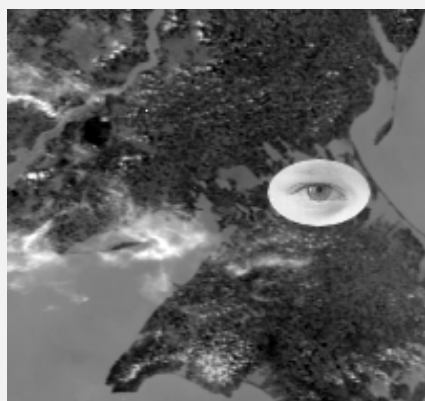
Если дисперсии $\hat{h}_{j_1}^{(l)}$ и $\hat{h}_{j_2}^{(l)}$ равны $\sigma_{\hat{h}}^2$, то дисперсии оценок параметров h_1, h_2, k_1, k_2 и ϕ определяются соотношениями

$$D\{\hat{h}_i\} = \frac{1}{N} \sigma_{\hat{h}}^2, \quad D\{\hat{k}_i\} \approx \frac{1}{N} \frac{\sigma_{\hat{h}}^2}{\sigma_{j_i}^2}, \quad i = 1, 2, \quad (3.91)$$

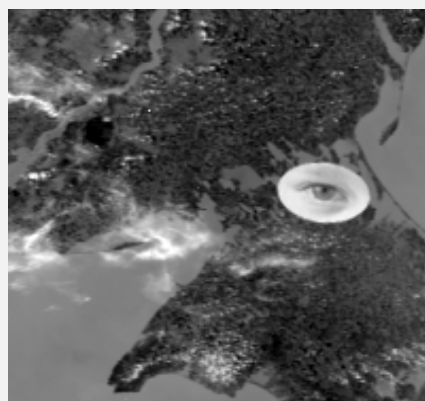
$$D\{tg\hat{\varphi}\} \approx \frac{\sigma_{\hat{h}}^2}{N} \frac{\sigma_{j_1}^2 + \sigma_{j_2}^2}{\left(\sigma_{j_1}^2 + \sigma_{j_2}^2 - \text{côv}(j_1, h_1) - \text{côv}(j_2, h_2)\right)^2}. \quad (3.92)$$

$\mu = 1, L = 40$. Направление обхода поочередно изменялось по координатам j_1 и j_2 . Матрица $\mathbf{H}_l$ формировалась в соответствии с (3.81). На рис. 3.16,в приведены оценки $\hat{h}_{j_1}^{(40)}$. Следует отметить скачок в оценках, соответствующий разрыву параметра h_1 . Кроме того, на участке, соответствующем отсутствующему фрагменту изображения (рис. 3.16,б), оценки имеют существенно отличающиеся от остального изображения статистические свойства и поэтому такие участки могут быть легко выделены. Для области изображения до разрыва оценка глобальных параметров по соотношениям (3.85)÷(3.88) дала следующие результаты $\hat{\phi} = 0.08^\circ$, $\hat{h}_1 = 1.46$, $\hat{h}_2 = 3.57$ и $\hat{k} = 0.998$.

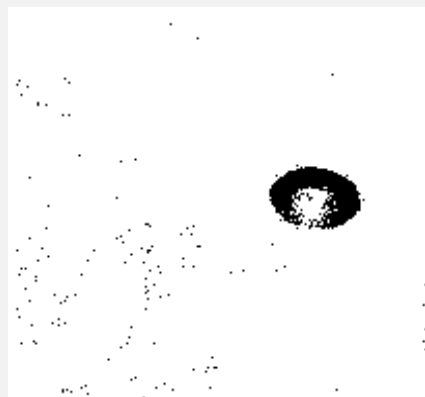
На рис. 3.17 приведены результаты еще одного эксперимента, в котором использовался алгоритм (3.81)-(3.82). Здесь условный объект (рис. 3.17,а) на малоподвижном фоне (сдвиг фона $\bar{h}_o = (0.5, 0.8)$) изменяет на следующем кадре (рис. 3.17,б) свое положение (сдвиг геометрического центра объекта $\bar{h}_o = (-0.5, 0)$), поворот $\phi = 8^\circ$, изменение масштаба $k = 1.1$). Оценка парамет-



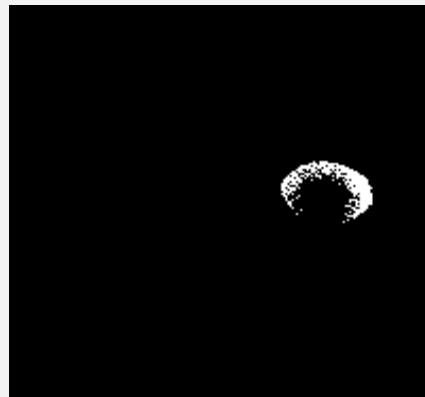
а)



б)



в)



г)

ров изменения положения объекта проводилась с помощью соотношений (3.85)÷(3.88) с использованием двух наборов элементов матрицы $\mathbf{H}_{30}$:

а) по оценкам $\hat{h}_{\bar{j}}^{(30)}$, соответствующим зоне объекта;

б) по оценкам $\hat{h}_{\bar{j}}^{(30)}$, модуль которых превысил некоторый заданный порог.

Для первого подхода оценки составили $\hat{\phi} = 7.82^\circ$, $\hat{h}_0 = (-0.9, 0.3)$, и $\hat{k} = 1.093$. Для второго подхода по совокупности значений $\hat{h}_{\bar{j}}^{(30)}$, модуль которых не превышал 1.5, оценивалось смещение фона (соответствующие этому условию узлы сетки отсчетов показаны белым цветом на рис. 3.17,в). По совокупности оценок с модулем больше 4 определялись параметры изменения положения объекта (соответствующие узлы сетки отсчетов отражены на рис. 3.17,г). Для фона оценки составили: $\hat{h}_o = (0.48, 0.81)$, для объекта - $\hat{\phi} = 7.68$, $\hat{h}_o = (-0.1, 0.6)$ и $\hat{k} = 1.11$. Из полученных результатов видно, что оценки параметров изменения положения объекта при обоих подходах примерно равны и имеют малые погрешности.

Таким образом, ПГА вида (3.79)-(3.80), использующие матрицу деформаций, позволяют получить высокую точность оценок при большой скорости изменения ПД по направлению обхода, а также при разрывном характере деформаций.

Псевдоградиентная адаптация в морфологическом анализе изображений

Задача оценивания межкадровых ПД существенно усложняется, если изображения имеют значительные яркостные искажения, связанные с различием условий регистрации (точка зрения, оптический тракт и т.д.). В таких случаях ЦФ, основанные на СКМР и ВКМК уже не могут служить критериями качества оценивания.

В работах [40,41] эта задача решается методами морфологического анализа. Основная идея состоит в том, что все возможные варианты наблюдений данной сцены можно описать некоторым классом преобразований одного из изо-

бражений сцены, называемого формой изображения [41] и являющегося максимальным инвариантом класса регистрируемых изображений. Этот инвариант описывается системой индикаторных множеств. Все точки каждого индикатора имеют одинаковую яркость на любой незашумленной регистрации. В реальных ситуациях форма изображения недоступна, но отдельные изображения могут быть приняты за некоторое приближение формы, тогда, например, можно рассмотреть задачу об оценке геометрических искажений одного изображения относительно другого.

Применение методов морфологического анализа существенно затрудняется при динамичности самой сцены (то есть формы) и непараметричности геометрических трансформаций. Однако с такими ситуациями в ряде случаев успешно справляются адаптивные ПГА. Рассмотрим некоторые возможности комбинации морфологического анализа и псевдоградиентной адаптации [25,87].

Возможно формирование псевдоградиентными методами морфологического анализа как направления улучшения значений специфического функционала качества (например, расстояния между фрагментом одного изображения и его проекцией на другое [41]). Это направление может находиться аналитически, регулярными пробами, случайным поиском и т.д. Таким способом, в принципе, возможно оценивание ПД с неизвестным набором параметров.

Другой способ комбинации двух подходов состоит во взаимном уточнении. Оценки параметров, формируемые ПГА довольно уверенно сходятся даже при больших начальных отклонениях. Однако полученные оценки для локальных сдвигов могут быть и не очень точны, поэтому дальнейшее их уточнение можно провести методами морфологического анализа, для которых важно иметь хорошее начальное приближение локальных сдвигов и углов поворота, без которого область поиска становится просто необозримой.

Рассмотренный в разделе 3.3 адаптивный ПГА совмещения бинарных изображений может быть применен и для совмещения полутоновых изображений с неизвестным преобразованием яркостей, не обязательно монотонным. Идея заключается в том, что любое такое преобразование сохраняет линии одинаковой яркости. Поэтому при квантовании обоих изображений будут получаться близкие в смысле индикаторов изображения даже при несогласованности уровней

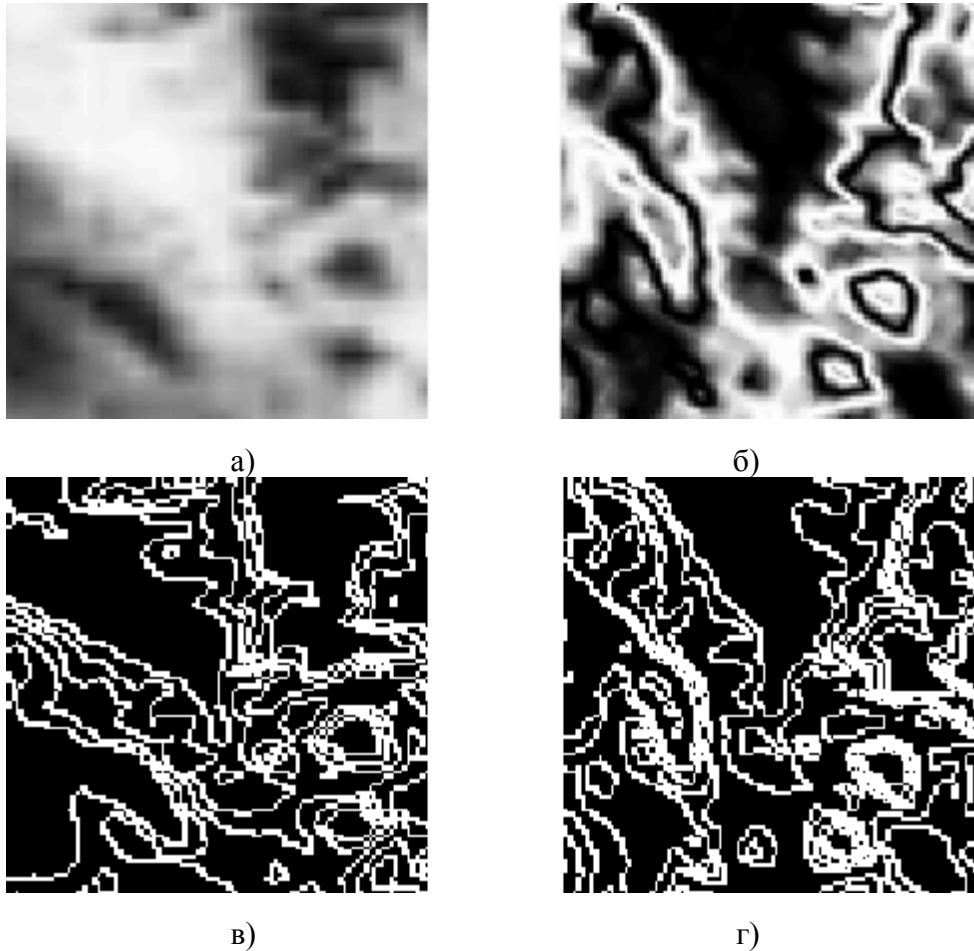


Рис. 3.18. Пример бинаризации изображений по уровням равной яркости.

квантования. Далее полученные изображения можно привести к бинарным, принимая, например, четные уровни квантования за 0, а нечетные - за 1. Эта методика позволила совмещать имитированные (волновые) и реальные телевизионные изображения при больших яркостных искажениях. При этом применение ПГА, в которых в качестве ЦФ использовались СКМР или ВКМК, оказалось безуспешным. На рис. 3.18 приведен пример применения описанного подхода. Яркости исходного изображения (рис. 3.18,а) были произвольным образом преобразованы, полученное изображение смещено на $h_1 = 1.2$ шага по вертикали, на $h_2 = 3.4$ - по горизонтали и повернуто на угол $\phi = 0.5$ радиана (рис. 3.18,б). Полученные бинаризованные изображения (рис. 3.18,в и г) уже довольно близки между собой. После их сглаживания путем свертки с гауссовской функцией и оценивания вектора параметров ПГА вида (3.64) были получены результаты: $\hat{h}_1 = 1.31$, $\hat{h}_2 = 3.32$, $\phi = 0.48$ радиана.

3.5. Заключение

Псевдоградиентные тензорные алгоритмы, полученные в предположении марковости пространственных деформаций последовательности многомерных изображений, требуют значительных вычислительных ресурсов и при обработке изображений больших размеров (свыше 10^5 отсчетов) нереализуемы в системах реального времени на современном этапе развития аппаратных средств. Уменьшить вычислительные затраты позволяет синтез алгоритмов в классе псевдоградиентных безыдентификационных процедур. При этом при отсутствии яркостных искажений изображений в качестве целевой функции целесообразно выбирать средний квадрат межкадровой разности, а при межкадровых яркостных искажениях, близких к линейным, - выборочный коэффициент межкадровой корреляции. При значительных яркостных искажениях, связанных с различием условий регистрации может быть рекомендована псевдоградиентная адаптация в морфологическом анализе изображений.

Псевдоградиентные алгоритмы, разработанные на основе указанных выше принципов, позволяют с высокой точностью находить оценки заданного набора параметров модели пространственных деформаций. Например, при оценке параллельного сдвига и поворота СКО оценки составляет сотые доли шага сетки отсчетов и тысячные доли радиана. Дополнительно сократить вычислительные затраты позволяет переменный объем локальной выборки целевой функции. В частности, использование переменного объема локальной выборки при решении задачи поиска местоположения фрагмента 40×40 элементов на изображении размеров свыше 1500×1500 элементов сокращает вычислительные затраты более чем на порядок.

При неизвестном наборе параметров модели пространственных деформаций псевдоградиентные алгоритмы позволяют оценивать сдвиги каждого узла сетки отсчетов изображения, если деформации изменяются достаточно плавно (0.1-0.3 шага сетки между соседними отсчетами). Для случаев большей скорости изменения деформаций или частично известного набора параметров целе-

сообразно применение алгоритмов, использующих матрицу пространственных деформаций.

Псевдоградиентные алгоритмы реализуемы в системах реального времени как аппаратно, так и программно.

Приложение

ПРИМЕР АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СДВИГА ИЗОБРАЖЕНИЙ С РАСШИРЕННЫМ РАБОЧИМ ДИАНАЗОНОМ

Пусть заданы изображения $\mathbf{z}^1 = \{z_{j_1, j_2}^1\}$ и $\mathbf{z}^2 = \{z_{j_1, j_2}^2\}$, $j_1 = \overline{1, N_1}$, $j_2 = \overline{1, N_2}$. Если максимально возможная величина проекций вектора $\bar{h}$ по осям j_1 и j_2 составляет соответственно $\max |h_{j_1}|$ и $\max |h_{j_2}|$, то на первом этапе ограничение рабочей области изображения должно быть: по оси j_1 - $d_1 = \text{ent}(\max |h_{j_1}| + 1)$, по оси j_2 - $d_2 = \text{ent}(\max |h_{j_2}| + 1)$. Ниже приведены соотношения для основных операторов алгоритма при $\max |h_{j_1}|, \max |h_{j_2}| \leq 6$.

1°. Определение направления сдвига по оси j_1

$$\begin{aligned} C_1' &= \sum_{j_2=1+d_2}^{N_2-d_2} \sum_{j_1=1+d_1}^{N_1-d_1} |\Delta(2,0; 0,0)|; \\ \hat{A}_1' &= \sum_{j_2=1+d_2}^{N_2-d_2} \sum_{j_1=1+d_1}^{N_1-d_1} \varepsilon(0,0; , 0,0) \operatorname{sgn} \Delta(2,0; 0,0); \\ \hat{A}_1' &= \sum_{j_2=1+d_2}^{N_2-d_2} \sum_{j_1=1+d_1}^{N_1-d_1} \varepsilon(2,0; , 2,0) \operatorname{sgn} \Delta(2,0; 0,0). \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Аñëè $|\hat{A}_1'| \leq 0.3 C_1'$, $\partial \hat{t} = 0$, $l = 0$, $r' = 0$;

añëè $|\hat{A}_1'| > 0.3 C_1'$, $\partial \hat{t} = -1$, $l = 0$, $r' = 0$;

añëè $|\hat{A}_1'| > 0.3 C_1'$, $\partial \hat{t} = 1$, $l = 2$, $r' = 1$.

2°. Определение направления сдвига по оси j_2

$$\begin{aligned} C_2' &= \sum_{j_2=1+d_2}^{N_2-d_2} \sum_{j_1=1+(1-r')d_1}^{N_1-r'd_1} |\Delta(0,2; 0,0)|; \\ \hat{A}_2' &= \sum_{j_2=1+d_2}^{N_2-d_2} \sum_{j_1=1+(1-r')d_1}^{N_1-r'd_1} \varepsilon(0,0; , t,0) \operatorname{sgn} \Delta(0,2; 0,0); \\ \hat{A}_2' &= \sum_{j_2=1+d_2}^{N_2-d_2} \sum_{j_1=1+(1-r')d_1}^{N_1-r'd_1} \varepsilon(0,2; , t,2) \operatorname{sgn} \Delta(0,2; 0,0). \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Аñëè $|\hat{A}_2'| \leq 0.3 C_2'$, $\partial \hat{f} = 0$, $q = 0$, $s' = 0$;

añëè $|\hat{A}_2'| > 0.3 C_2'$, $\partial \hat{f} = -1$, $q = 0$, $s' = 0$;

añëè $|\hat{A}_2'| > 0.3 C_2'$, $\partial \hat{f} = 1$, $q = 2$, $s' = 1$.

3°. Определение величины переноса начала координат по оси j_1

$$\eta = f + \text{int} \left(\frac{3 \sum_{j_2=1+(1-s')d_2}^{N_2-s'd_2} \sum_{j_1=1+(1-r')d_1}^{N_1-r'd_1} \varepsilon(0, q, , t, q + f) \text{sgn } \Delta(0,2; 0,0)}{\sum_{j_2=1+d_2}^{N_2-d_2} \sum_{j_1=1+(1-r')d_1}^{N_1-r'd_1} |\Delta(0,2; 0,0)|} \right); \quad (\text{П.3})$$

$$s' = \begin{cases} 1, & \text{если } \eta > 0; \\ 0, & \text{если } \eta \leq 0. \end{cases}$$

4°. Определение величины переноса начала координат по оси j_2

$$p = t + \text{int} \left(\frac{3 \sum_{j_2=1+(1-s'')d_2}^{N_2-s''d_2-1} \sum_{j_1=1+(1-r')d_1}^{N_1-r'd_1} \varepsilon(l, 0, , l + t, q + \eta) \text{sgn } \Delta(2,0; 0,0)}{\sum_{j_2=1+(1-s'')d_2}^{N_2-s''d_2-1} \sum_{j_1=1+(1-r')d_1}^{N_1-r'd_1} |\Delta(2,0; 0,0)|} \right); \quad (\text{П.4})$$

$$r'' = \begin{cases} 1, & \text{если } p > 0; \\ 0, & \text{если } p \leq 0. \end{cases}$$

5°. Нахождение оценки дробной части сдвига по оси j_2

$$\begin{aligned} C_2'' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-1}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-1}^{N_1-r''|p|-1} \Delta(0,1; 0,0); \\ A_2'' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-1}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-1}^{N_1-r''|p|-1} \varepsilon(0,0, , p, \eta) \text{sgn } \Delta(0,1; 0,0); \\ B_2'' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-1}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-1}^{N_1-r''|p|-1} \varepsilon(0,1, , p, \eta) \text{sgn } \Delta(0,1; 0,0), \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

$$\hat{h}_2' = \begin{cases} B_2''/C_2'', & \text{если } |A_2''| < |B_2''|; \\ A_2''/C_2'', & \text{если } |A_2''| \geq |B_2''|. \end{cases}$$

6°. Нахождение оценки дробной части сдвига по оси j_1

$$\begin{aligned} C_1'' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-1}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-1}^{N_1-r''|p|-1} \Delta(0,1; 0,0); \\ A_1'' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-1}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-1}^{N_1-r''|p|-1} \varepsilon(0,0, , p, \eta) \text{sgn } \Delta(1,0; 0,0); \\ B_1'' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-1}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-1}^{N_1-r''|p|-1} \varepsilon(1,1, , p + 1, \eta) \text{sgn } \Delta(1,0; 0,0) \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

$$\hat{h}_1' = \begin{cases} B_1''/C_1'', & \text{если } |A_1''| < |B_1''|; \\ A_1''/C_1'', & \text{если } |A_1''| \geq |B_1''|. \end{cases}$$

7°. Нахождение вспомогательной оценки дробной части сдвига для коррекции смещенности сдвига по оси j_1

$$\begin{aligned}
 C_1''' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-(\text{sgn } \hat{h}_2'-1)}^{N_2-s''|\eta|-\text{sgn } \hat{h}_2'-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|}^{N_1-r''|p|-1} \Delta(1,0; 0,0); \\
 A_1''' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-(\text{sgn } \hat{h}_2'-1)}^{N_2-s''|\eta|-\text{sgn } \hat{h}_2'-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|}^{N_1-r''|p|-1} \varepsilon(0,0; , p, \eta + \text{sgn } \hat{h}_2') \text{sgn } \Delta(1,0; 0,0); \quad (\text{П.7}) \\
 B_1''' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|-(\text{sgn } \hat{h}_2'-1)}^{N_2-s''|\eta|-\text{sgn } \hat{h}_2'-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|}^{N_1-r''|p|-1} \varepsilon(1,0; , p+1, \eta + \text{sgn } \hat{h}_2') \text{sgn } \Delta(1,0; 0,0); \\
 \hat{h}_1'' &= \begin{cases} B_1'''/C_1''', & \text{если } |A_1'''| < |B_1'''|; \\ A_1'''/C_1''', & \text{если } |A_1'''| \geq |B_1'''|. \end{cases}
 \end{aligned}$$

8°. Нахождение вспомогательной оценки дробной части сдвига для коррекции смещенности сдвига по оси j_2

$$\begin{aligned}
 C_2''' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-(\text{sgn } \hat{h}_1'-1)}^{N_1-r''|p|-\text{sgn } \hat{h}_1'-1} \Delta(0,1; 0,0); \\
 A_2''' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-(\text{sgn } \hat{h}_1'-1)}^{N_1-r''|p|-\text{sgn } \hat{h}_1'-1} \varepsilon(0,0; , p + \text{sgn } \hat{h}_1', \eta) \text{sgn } \Delta(0,1; 0,0); \quad (\text{П.8}) \\
 B_2''' &= \sum_{j_2=1+(1-s'')|\eta|}^{N_2-s''|\eta|-1} \sum_{j_1=1+(1-r'')|p|-(\text{sgn } \hat{h}_1'-1)}^{N_1-r''|p|-\text{sgn } \hat{h}_1'-1} \varepsilon(0,1; , p + \text{sgn } \hat{h}_1', \eta+1) \text{sgn } \Delta(0,1; 0,0); \\
 \hat{h}_2'' &= \begin{cases} B_2'''/C_2''', & \text{если } |A_2'''| < |B_2'''|; \\ A_2'''/C_2''', & \text{если } |A_2'''| \geq |B_2'''|. \end{cases}
 \end{aligned}$$

9°. Компенсация смещенности оценок сдвига

$$\begin{aligned}
 \hat{h}_1 &= p + \frac{\hat{h}_2'(\hat{h}_1''-\hat{h}_1') \text{sgn } \hat{h}_2'+\hat{h}_1''}{1 - (\hat{h}_1''-\hat{h}_1')(\hat{h}_2''-\hat{h}_2') \text{sgn } \hat{h}_1' \text{sgn } \hat{h}_1''}; \\
 \hat{h}_2 &= \eta + \frac{\hat{h}_1'(\hat{h}_2''-\hat{h}_2') \text{sgn } \hat{h}_1'+\hat{h}_2''}{1 - (\hat{h}_1''-\hat{h}_1')(\hat{h}_2''-\hat{h}_2') \text{sgn } \hat{h}_2' \text{sgn } \hat{h}_2''}. \quad (\text{П.9})
 \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аггравал Дж.К., Дейвис Л.С., Мартин У.Н. Методы установления соответствия при анализе динамических сцен // ТИИЭР, 1981, Т. 69, N 5. - С. 77-90.
2. Аггравал Дж.К., Нандакумар Н. Определение параметров движения по последовательности изображений. Обзор // ТИИЭР, 1988, Т. 76, N 8. - С. 69-90.
3. Адаптивные методы обработки изображений // Сб. науч. трудов под ред. В.И. Сифорова и Л.П. Ярославского. М.: Наука, 1988. - 224 с.
4. Андросов В.А., Бойко Ю.И., Бочкарев А.М., Однорог А.П. Совмещение изображений в условиях неопределенности // Зарубежная радиоэлектроника, 1985, N 4. - С. 32-41.
5. Аоки М. Оптимизация стохастических систем. Пер. с англ. под ред. Я.З. Цыпкина. М.: Наука, 1971. - 424 с.
6. Белоглазов П.Н., Тараненко В.Л. Корреляционно-экстремальные системы. - М.: Сов.радио 1974. - 392 с.
7. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 2.- М.: Физматгиз, 1962. - 640 с.
8. Богданович В.А. Многоальтернативные несмещенные правила обнаружения сигналов // Радиотехника и электроника, 1978, т. 18, N 11. - С. 2294-2301.
9. Богуславский И.А., Владимиров И.Г. Адаптивное оценивание вектора сдвига // Техническая кибернетика, 1990, N4. - С.47-64.
10. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Пер. с англ. под ред. В.Ф. Писаренко. - М: Мир, 1974, Т.1. - 406 с.; Т.2. - 200 с.
11. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Пер. с англ. под ред. В.Т.Горяинова.- М.: Сов. радио, 1972, т. 2. - 344с.; 1977, т.3. - 664с.
12. Васильев К.К. Байесовское различение и оценивание случайных последовательностей //Радиотехника и электроника, 1985, т. 30, N 3. - С. 476-485.
13. Васильев К.К., Крашенинников В.Р. Методы фильтрации многомерных случайных полей. - Саратов: СГУ, 1990. - 128 с.
14. Васильев К.К., Ташлинский А.Г. Динамическое оценивание пространственных сдвигов временных сечений случайного поля // Повышение эффективности методов и средств обработки информации: Материалы V Всероссийской научн.-техн. конф. - Тамбов: ТВВАИУ, 1997. - С. 127-129.
15. Васильев К.К., Ташлинский А.Г. Измерение параметров геометрических деформаций изображений // Научные основы высоких технологий.: Идентификация, измерение характеристик и имитация случайных сигналов: Тез. докл. междунаучн.-техн. конф. в 6 томах, Т.2.- Новосибирск, 1997. - С.139-141.

16. Васильев К.К., Ташлинский А.Г. Оценивание марковских смещений изображений // Спутниковые системы связи и навигации: Труды Междунар. научн.-техн. конф. в 4 томах. Т.3. - Красноярск: Изд-во КГТУ, 1997. - С. 134-137.
17. Васильев К.К., Ташлинский А.Г., Красненков С.М. Сравнительный анализ алгоритмов оценивания совмещения изображений // Статистика случайных полей. обработка изображений. - Сб. научн. тр. Тез. докл. научн.-техн. сем. - Краевое правление Всесоюзн. НТО РЭС: Краснояр. ун-т: Красноярск, 1988. - С. 35.
18. Грузман И.С. Квазиоптимальный алгоритм совмещения изображений // Тез. докл. регион. конф. ОИДИ-87. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1987. - С. 78.
19. Губанов А.В., Ефимов В.М., Киричук В.С., Пустовских А.И., Резник А.Л. Методы оценивания взаимного смещения фрагментов изображений // Автометрия, 1988, N 3. - С. 70-73.
20. Дейхин Л.Е. Использование непараметрических статистик для совмещения изображений // Тез. докл. Междунар. конф. ОИДИ-90. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1990. - С. 70.
21. Закс Ш. Теория статистических выводов. Пер. с англ. под ред. Ю.К. Беляева. - М.: Мир, 1975. - 776 с.
22. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. Пер с англ. под ред. А.Н. Колмогорова. - М.: Наука, 1973. - 900 с.
23. Киричук В.С., Коршевер И.И. Алгоритмы обработки последовательностей изображений и системы реального времени для их реализации // Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии: III Всероссийская конф. Тез. докл. в 2 ч. - Н.Новгород: ННГЦ, Ч.2. -1997.- С. 136-141.
24. Крашенинников В.Р., Ташлинский А.Г. Адаптивные алгоритмы совмещения изображений // Обработка изображений и дистанционные исследования: Тез. докл. Междунар. конф. - Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1990. - С. 138-139.
25. Крашенинников В.Р., Ташлинский А.Г. Адаптивно-морфологические методы совмещения изображений // Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии: Тез докл. 2-й Всероссийской с участием стран СНГ конф. - Ульяновск: УлГТУ, 1995, Ч.2. - С. 149-150.
26. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. - М.: Советское радио, 1978, Т.2. - 296 с.
27. Лазарев А.М. Исследование сходимости алгоритмов адаптации при задержке в оценке градиента // Радиотехника, 1987, N 10. - С. 40-41.
28. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. - М.: Радио и связь, 1989. - 656 с.
29. Марков Л.Н., Хлякин В.Б. Оптимальная оценка сдвига случайных полей. - Радиотехника и электроника, 1983, Т. 28, № 10. - С. 1921-1925.

30. Математический энциклопедический словарь // Гл. ред. Ю.В.Прохоров. - М.: Сов. Энциклопедия, 1988. - 847 с.
31. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. Пер. с англ. под ред. А.С. Шаталова. - М.: Энергия, 1973. - 440 с.
32. Моттль В.В., Копылов А.В., Блинов А.Б., Желтов С.Ю. Quasi-statistical approach to the problem of stereo image matching // SPIE, Image Processing and Computer Optics, v. 2363, 1994. - P 51.
33. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. - М.: Наука, 1972. - 304 с.
34. Панкова Т.Л., Резник А.Л. Эффективность алгоритмов прецизионного совмещения цифровых изображений // Автометрия, 1991, N 5. - С. 39-43.
35. Первачев С.В., Перов А.И. Статистический синтез алгоритмов адаптации при фильтрации сообщений с неизвестными характеристиками // Радиотехника и электроника, 1985, т.30, N 5. - С.987-993.
36. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Псевдоградиентные алгоритмы адаптации и обучения // Автоматика и телемеханика, 1973, N 3. - С. 45-68.
37. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Оптимальные псевдоградиентные алгоритмы адаптации // Автоматика и телемеханика, 1980, N 8. - С. 74-84.
38. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Критериальные алгоритмы стохастической оптимизации // Автоматика и телемеханика, 1984, N 6. - С. 95-104.
39. Попов П.Г. Совмещение изображений телевизионного и тепловизионного каналов // Автометрия, 1993, N 1. - С. 35-39.
40. Пытьев Ю.П. Морфологический анализ изображений // Докл. АН СССР, 1983, т.269. - С. 1061-1064.
41. Пытьев Ю.П., Чуличков А.И. ЭВМ анализирует форму изображения. - М.: Знание, 1988. - 48 с.
42. Растринин Л.А. Статистические методы поиска. - М.: Наука, 1968. - 376 с.
43. Репин В.Г., Тарковский Г.П. Статистический анализ при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. - М.: Советское радио, 1977. - 432 с.
44. Семавин В.И. Определение скорости движения по анализу последовательности кадров телевизионного изображения // Материалы 1-й Поволжской научно-техн. конф. "Научно-исследовательские разработки и высокие технологии двойного применения", часть 1, Самара: РАН, 1995. - С. 118-120.
45. Семушин И.В. Адаптивные схемы идентификации и контроля при обработке случайных сигналов. - Саратов: СГУ, 1985 - 180 с.
46. Сейдж Э.П., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: пер. с англ. / Под ред. Б.Р.Левина. - М.: Связь, 1976. - 495 с.
47. Срагович В.Г. Адаптивное управление. - М.: Наука, 1981. - 384 с.

48. Степанов О.А. Предельно достижимая точность совмещения гауссовских изображений // Автометрия, 1990, N 5. - С. 16-23.
49. Ташлинский А.Г. Анализ точности псевдоградиентных алгоритмов оценки параметров изображений при конечном числе итераций // Спутниковые системы связи и навигации: Труды Междунар. научн.-техн. конф. в 4 томах. Т.3. - Красноярск: Изд-во КГТУ, 1997.- С. 31-33.
50. Ташлинский А.Г. Методика анализа эффективности процедур оценивания параметров геометрических трансформаций изображений // Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация: Материалы Всерос. научн.-техн. конф. в 3 томах. - Воронеж, 1997, Т.3. -С. 1649-1654.
51. Ташлинский А.Г. Оценивание геометрических деформаций изображений последовательности кадров // Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии: III Всероссийская конф. Тез. докл. в 2 ч. - Н.Новгород: ННГЦ, Ч.1. -1997.- С. 271-273.
52. Ташлинский А.Г. Оценивание фазового сдвига дискретных случайных процессов // Статистические методы обработки сигналов: Межвуз.сб. науч. тр.- Новосибирск: НЭТИ, 1991. - С. 53-60.
53. Ташлинский А.Г. Оценка межкадрового сдвига изображений // Методы обработки сигналов и полей: Межвуз. сб. науч. тр. - Ульяновск: УлГТУ 1995. - С. 34-44.
54. Ташлинский А.Г. Оценка сдвига реализаций случайных процессов // 240-летие начала использования электронных волн для передачи сообщений и зарождения радио: тез. докл.междунар.конф. - М.: РНТОРЭС им. А.С.Попова, 1995, Ч. 2. - С. 177.
55. Ташлинский А.Г. Оценка смещения изображения, заданного на двумерной сетке // Методы обработки сигналов и полей: Межвуз. сб. науч. тр. - Ульяновск: УлПИ, 1990. - С. 81-85.
56. Ташлинский А.Г. Погрешность оценивания сдвигов случайных процессов // Радиолокационное исследование природных сред: Труды Всерос. симпозиума, Вып. 1.- С.-Петербург, 1998, - С. 92-93.
57. Ташлинский А.Г. Процедура автоматизированного совмещения бинарных линейчатых изображений // Проблемы экологии Ульяновской области : Тез. докл. научн.-практ. конф. - Ульяновск: Информсервис Лимитед, 1997. - С. 142-143.
58. Ташлинский А.Г. Рекуррентное оценивание деформаций многомерных изображений // Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии: Тез докл. 2-й Всероссийской с участием стран СНГ конф. - Ульяновск: УлГТУ, 1995, Ч.2. - С. 27-28.
59. Ташлинский А.Г. Сравнительный статистический анализ алгоритмов оценки пространственного смещения дискретных случайных изображений // Методы обработки случайных полей.- Тез. докл. науч.- техн. сем. Ульяновской тер.группы АН СССР.- Ульяновск, 1987.- С. 10-12.

60. Ташлинский А.Г. Эффективность псевдоградиентных процедур обработки изображений при конечном числе итераций // LIII научная сессия, посвященная дню радио : Тез. докл. - М.: НТО РЭС им. А.С.Попова, 1997. - С. 233-234.
61. Ташлинский А.Г. Эффективность процедур оценивания временного сдвига случайных процессов // Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем: тезисы докл. Всероссийской науч.практ. конф. (с участием стран СНГ). - Ульяновск: УлГТУ, 1998. - С. 10.
62. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1974. - 223 с.
63. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. - М.: Радио и связь, 1986. - 264 с.
64. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. Пер. с англ. под ред. В.В.Шахгильдяна.- М.: Радио и связь, 1989. - 440 с.
65. Ульман Ш. Принципы восприятия подвижных объектов. - М.: Радио и связь, 1983. - 312 с.
66. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации - М.: Наука. Физматлит, 1995. - 336 с.
67. Adelson E. H., Bergen J. R. Spatiotemporal energy models for the perception of motion // J. Opt. Soc. Amer. A, 1985, vol. 2, 1985. - Pp. 284-299.
68. Aizawa K. and Huang T. S. Model-based image coding: Advanced video coding techniques for very low bit-rate application // in Proc. IEEE, vol. S3, 1995. - Pp. 259-271.
69. Aggarwal J. K., Nandhakumar N. On the computation of motion from sequences of images—A review // Proc. IEEE, vol. 6, 1988. - Pp. 917-935.
70. Altunbasak Y., Tekalp A.M. Closed-Form Connectivity-Preserving Solutions for Motion Compensation Using 2-D Meshes // IEEE Trans. on Image processing, vol. 6, no 9, 1997. - Pp. 1255-1266.
71. Anderson C. H., Rakshit S. Interpolation in multiscale representations // in Shape in Picture: Mathematical Description of Shape in Grey Level Images, O. Ying-Lie et al., Eds. New York: Springer-Verlag, 1992.
72. Bimbo A., Nesi P. Sanz L.C. Optical Flow Computation Using Extended Constraints // IEEE Trans. on Image processing, vol. 5, no 5, 1996. - Pp. 720-738.
73. Bresler Y., Merhav S.J. Recursive image registration with application to motion estimation // IEEE Trans., V. ASSP-35, N 1, 1996. - Pp. 70-85.
74. Cafforio C., Rocca F. Signal Processing // IEEE Trans, IT-1, N 2, 1977. - Pp. 133-140.
75. Cafforio C., Rocca F. The differential method for motion estimation // Image Seq. Proc. and Dinamic Scene Anal., New York, 1983. - Pp. 104-124.

76. Campani M. and Verri A. Computing optical flow from an overconstrained system of linear algebraic equations // in Proc. 3rd IEEE Int. Conf. Comput. Vision ICCV '90. Japan: Osaka, 1990. - Pp. 22-26.
77. Comon P. and Golub G.H. Tracking a Few Extreme Singular Values and Vectors in Signal Processing // Proc. IEEE, Vol. 78, no. 8, 1990. - Pp. 1327-1343.
78. Davis L. S., Wu Z., Sun H. Contour-based motion estimation // Comput. Vision. Graphics, Image Processing, vol. 23, 1983. - Pp. 313-326.
79. DelBimbo A., Nesi P., and Sanz J. L. Analysis of optical flow constraints // IEEE Trans. Image Processing, vol. 4, 1995. - Pp. 460-469.
80. Heeger D. Model for the extraction of image flow // J. Opt. Soc. Amer. A, vol. 4, 1987. - Pp. 1455-1471.
81. Horn B. K. P. and Schunck B. G. Determining optical flow // Artificial Intell., vol. 17, 1981. - Pp. 185-204.
82. Huang C. L., Hsu C. Y. A new motion compensation method for image sequence coding using hierarchical grid interpolation // IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol., vol. 4, 1994,. - Pp. 72-85.
83. Huang T. S., T. S. Netravali T. S., 3-D motion estimation // in Machine Vision for Three-Dimensional Scenes. New York: Academic, 1990. - Pp. 195-219.
84. Jacobson L. and Wechsler H., Derivation of optical flow using a spatiotemporal-frequency approach // Comput. Vision, Graphics. Image Processing, Vol. 38, 1987. - Pp. 29-65.
85. Jazwinski A.N. Stochastic processes and Filtering theory // N.Y. and London: Academic Press, 1970. - 376 p.
86. Katayama T. Restoration of images degraded by motionblur and noise // IEEE Trans., v. AC-27, N 10, 1982. - Pp.1024-1030.
87. Krashennnikov V.R. Tachlinskii A.G. Adaptive Morphological Methods of Image Superposition // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.6, № 1, 1996. - P. 155.
88. Krashennnikov V.R. Tachlinskii A.G., Krashennnikov I.V. An Adaptive Algorithm for the Identificaton of Fingerprints // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.6, № 2, 1996. - P. 277.
89. Li H., Lundmark A. and Forchheimer R. Image sequence coding at very low bitrates: A review // IEEE Trans. Image Processing, vol. 3, 1994. - Pp.589-609.
90. Limb J.O., Murphy J.A. Measuring speed of moving objects from television signals // IEEE Trans., v. COM-23, N 4, 1975. - Pp. 474-478.
91. Morita T., Kanade T. A Segquential Factorization Method for Recovering Shape and Motion From Image Streams // IEEE Trans. on Image processing, vol. 19, no 8, 1997. - Pp. 858-867.
92. Nagel H.-H. On a constraint equation for the estimation of displacement rates in image sequences // IEEE Trans. Pall. Anal. Machine Intell., vol. 11, 1989. - Pp. 13-30.

93. Nakaya Y. and Harashima H. Motion compensation based on spatial transformations // IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol, vol. 4, 1994. - Pp. 339-356.
94. Nesi P. Variational approach for optical flow estimation managing discontinuities // Image Vision Comput., vol. 11, no. 7, 1993. - Pp. 419-439.
95. Netravali A.N., Robbins J.D. Motion compensated television coding: Part 1. - Bell Syst. Tech., v. 58, N4, 1979. - Pp. 631-670.
96. Orchard M. and Sullivan G. Overlapped block motion compensation: An estimation-theoretic approach // IEEE Trans. Image Processing, vol. 3, 1994. - Pp. 693-699.
97. Poelman C.J. and Kanade T. A Paraperspective Factorization Method for Shape and Motion Recovery // Computer Vision, vol. 1, 1994. - Pp. 97-110.
98. Pyt'ev Yu.P., Pyt'ev A.Yu. Effective Dimensionality and Data Compression, Pattern Recognition and Image Analysis, v.7, № 4, 1997. - Pp. 393-406.
99. Rakshit S., Anderson C.H. Computation of Optical Flow Using Basis Functions // IEEE Trans. on Image processing, v. 6, no 9, 1997. - Pp. 1246-1253.
100. Rajala S.A., Figueiredo R.J.P. Adaptive nonlinear image restoration by a modified Kalman filtering approach // IEEE Trans., v. ASSP-29, N 5, 1981. - Pp. 1033-1042.
101. Rajala S.A., Abdelqader I.M., Bilbro G.L., Synder W.E. Motion estimation optimization // IEEE Proc., ICASSP-92, v. 3, 1992. - Pp. 3-253-3-236.
102. Sullivan G. J. and Baker R. L. Motion compensation for video compression using control grid interpolation // in Proc. ICASSP'VI. Toronto, Canada, 1991. - Pp. 2713-2716.
103. Tachlinskii A.G. Estimation of Image Distortions in Sequence of Frames // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.6, № 4, 1996. - Pp. 728-732.
104. Tachlinskii A.G. Estimating the geometric deformation of sequence of multivariate images // Interactive Systems: The Problems Of Human-Computer Interaction: Тез. докл. 2 междун. научн.-техн. конф. - Ульяновск: УлГТУ, - 1997.- С. 54-56.
105. Tachlinskii A.G. Recurrent Estimation of Distortions of Multidimensional Images // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.6, № 1, 1996. - Pp. 78-79.
106. Tachlinskii A.G., Vinokurov V.A. Program Library for an Analysis of the Effectiveness of Pseudogradient Algorithms for Determining of Geometric Image Deformations // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.8, № 3, 1998. - Pp. 341-342.
107. Tachlinskii A.G., Chernyat'ev S.B. Estimation of Parameters of Relative Geometric Distortions in Lineal Binary Images // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.8, № 2, 1998. - Pp.262-263.
108. Tomasi C and Kanade T. Shape and Motion from Image Streams Under Orthography: A Factorization Method // Int'l J. Computer Vision, vol. 9, no. 2, 1992. - Pp. 137-154.

109. Tretiak O. and Pastor L. Velocity estimation from image sequences with second order differential operators // Proc. Int. IEEE Int. Conf. Pattern Recognition., 1984. - Pp. 20-22.
110. Verri A., Girosi F. and Torre V. Differential techniques for optical flow // J. Opt. Soc. Amer. A, vol. 7, 1990. - Pp. 912-922.
111. Verri and A. Poggio T. Motion field and optical flow: Qualitative properties // IEEE Trans. Pall. Anal. Machine Inlell., vol. 11, 1989. - Pp. 490-498.
112. Woodham R. J. Multiple light source optical flow // in Prnc. 3rd IEEE Int. Conf. Comput. Vision ICCV '90.- Japan: Osaka, 1990. - Pp. 42-46.
113. Woods. J.W., Kaufman H. Adaptive image estimation using reduced update filters // Int. Conf. Commun., Seattle, Wash., v. 2, 1980. - Pp. 21-25.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АР	- авторегрессия
ВКМК	- выборочный коэффициент межкадровой корреляции
КФ	- ковариационная функция
МИ	- многомерные изображения
МП	- максимальное правдоподобие
ПВД	- пространственно-временные деформации
ПД	- пространственные деформации
ПГ	- псевдоградиент
ПГА	- псевдоградиентный алгоритм
ПРВ	- плотность распределения вероятностей
СКМР	- средний квадрат межкадровой разности
СВ	- случайная величина
СКО	- среднеквадратическое отклонение
СП	- случайное поле
ЦФ	- целевая функция.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Глава 1. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ

ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ МНОГОМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, НАБЛЮДАЕМЫХ НА ФОНЕ ПОМЕХ	5
1.1. Модели и методы оценивания параметров пространственно- временных деформаций изображений	5
1.2. Синтез алгоритмов оценивания пространственных деформаций методом максимального правдоподобия	14
1.3. Некоторые частные случаи алгоритмов оценивания.	18
1.4. Оценивание марковских сдвигов изменяющихся изображений	23
1.5. Компенсационный подход при оценивании межкадровых пространственных деформаций.	27
1.6. Методы синтеза алгоритмов в условиях априорной неопределенности	29
1.7. Заключение	40

Глава 2. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ НЕАДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ

ОЦЕНИВАНИЯ МЕЖКАДРОВЫХ СДВИГОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ.	41
2.1. Синтез квазиоптимальных неадаптивных алгоритмов оценивания межкадрового сдвига изображений	42
2.2. Компенсация влияния анизотропности изображений на смещенность оценок сдвига	49
2.3. Погрешности оценивания квазиоптимальных алгоритмов.	53
2.4. Оценка угла поворота изображений по сдвигам локальных фрагментов	68
2.5. Заключение	70

Глава 3. ПСЕВДОГРАДИЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ

ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ	72
3.1. Описание и общие свойства псевдоградиентных алгоритмов	72
3.2. Рекомендации по выбору вида псевдоградиента	79
3.3. Алгоритмы при заданном наборе параметров модели пространственных деформаций	89
3.4. Алгоритмы при незаданном наборе параметров модели пространственных деформаций	106
3.5. Заключение	119

Приложение. Пример алгоритма оценивания параллельного сдвига изображений с расширенным рабочим диапазоном	120
Список литературы	123
Список сокращений	130

Научное издание

ТАШЛИНСКИЙ Александр Григорьевич

Оценивание параметров пространственных деформаций
последовательностей изображений

Изд. лиц. 020640 от 22.10.97. Подписано в печать 19.01.00.

Формат 60х84/16. Бумага писчая. Печать трафаретная.

Усл. печ. л. 7,68. Уч.-изд. л. 7,00. Тираж 100 экз.

Заказ 314 .

Ульяновский государственный технический университет

432027, Ульяновск, Северный Венец, 32.

Типография УлГТУ, 432027, Ульяновск, Северный Венец, 32.