Министерство образования Российской Федерации
Ульяновский государственный технический университет

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания
по курсовому проектированию

Ульяновск 2002

Министерство образования Российской Федерации
Ульяновский государственный технический университет

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания
по курсовому проектированию

Составитель М. А. Цветов

Ульяновск 2002

УДК 681. 5 (076)
ББК 32. 96я7
С 40

Рецензент канд. техн. наук, доцент кафедры ТОР В. Н. Рогов

Одобрено секцией методических пособий научно-методического совета университета

Системы автоматического управления: Методические указания
С 40 /Сост. М. А. Цветов.– Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 20 с.

Методические указания разработаны для студентов радиотехнического факультета, но могут быть использованы и студентами других факультетов.
В методических указаниях приведена последовательность действий при выполнении курсовой работы, подробно изложены основные сведения из теории и методы расчета. Каждый раздел содержит подробные примеры.
Работа подготовлена на кафедре САПР.

УДК 681. 5 (076)
ББК 32. 96я7

Методические указания по выполнению курсовой работы

Предлагается следующая последовательность действий при выполнении курсовой работы:

1. Получить у преподавателя тему курсовой работы.
2. Провести обзор литературы по предложенной теме. При этом необходимо выяснить назначение системы и принцип ее действия.
3. На основании анализа системы автоматического управления(САУ) составить ее математическую модель (передаточную функцию), если она отсутствует в задании.
4. Провести анализ основных характеристик системы, определить и построить:
   амплитудно-частотную характеристику;
   фазо-частотную характеристику;
   переходную функцию.
5. Провести анализ устойчивости САУ с помощью алгебраического и одного из частотных критериев. Найти критическое значение коэффициента усиления. Определить запасы устойчивости по усилению и по фазе.
6. Определить основные параметры переходного процесса в САУ.
7. Провести анализ точности САУ. Найти динамическую ошибку. Построить зависимости динамической ошибки от параметров системы.

Содержание пояснительной записки

Пояснительная записка к курсовой работе должна содержать:

1. Титульный лист.
2. Введение, в котором подробно описано назначение системы и принцип ее действия.
3. Результаты анализа основных характеристик САУ. Аналитические выражения и графики АЧХ, ФЧХ и переходной функции.
4. Результаты анализа устойчивости системы, с его подробным описанием.
5. Результаты анализа переходного процесса.
6. Результаты анализа точности САУ при различных входных воздействиях. Графики зависимостей динамической ошибки от параметров системы.
7. Выводы.
8. Библиографический список.

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Общее уравнение САУ

В общем случае процессы, происходящие в системах автоматического управления, описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, которые могут быть решены лишь в отдельных частных случаях. Однако для большого числа систем эти уравнения могут быть линеаризованы. При этом процессы в САУ будут описываться линейными дифференциальными уравнениями:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 x = b_m \frac{d^m g}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} g}{dt^{m-1}} + \ldots + b_0 g \qquad (1)$$

В стационарных системах коэффициенты дифференциального уравнения (1) a_i, b_i – постоянные величины. Решение даже линейного уравнения (1) связано с вычислительными трудностями. Поэтому для анализа линейных САУ используют метод основанный на преобразовании Лапласа.

Передаточная функция

Применив к дифференциальному уравнению (1) преобразование Лапласа, получим:

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0) x(p) = (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_0) g(p) ,$$

где $x(p)$ – преобразование Лапласа выходного сигнала системы; $g(p)$ – преобразование Лапласа входного сигнала. Часто $x(p)$ и $g(p)$ называют изображениями сигналов $x(t)$ и $g(t)$. Введем обозначение

$$H(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0} .$$

Тогда можем записать

$$x(p) = H(p) g(p) . \qquad (2)$$

Данное уравнение связывает между собой изображения выходного и входного сигналов системы. Функция H(p) не зависит от входного воздействия $g(t)$, а определяется параметрами самой системы a_i и b_i. Эту функцию называют *передаточной функцией* системы. Передаточная функция равна отношению изображения выходного сигнала к изображению входного сигнала

.
$$H(p) = \frac{x(p)}{g(p)} \qquad (3)$$

Переходная функция

Переходная функция – это реакция системы на единичный входной сигнал. Будем обозначать ее *h(t)*.

Рассмотрим случай, когда на систему действует единичный сигнал

$$g(t) = 1(t) = \begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}.$$

Преобразование Лапласа этого сигнала

$$g(p) = L\{1(t)\} = 1/p\,.$$

Найдем изображение выходного сигнала, которое связано с изображением входного сигнала через передаточную функцию

$$h(p) = Hp)g(p) = \frac{H(p)}{p}\,.$$

Нас интересует не изображение выходного сигнала *h(p)*, а сам сигнал *h(t)*. Он находится с помощью обратного преобразования Лапласа.

$$h(t) = L^{-1}\{h(p)\} = L^{-1}\{\frac{H(p)}{p}\} \tag{4}$$

Таким образом, для определения переходной функции системы надо передаточную функцию разделить на *p* и найти обратное преобразование Лапласа.

Пример. Определить переходную функцию системы с передаточной функцией

$$H(p) = \frac{1}{(1+pT_1)(1+pT_2)}\,.$$

Подставляя *H(p)* в формулу (4) получим

$$h(t) = L^{-1}\{\frac{1}{p(1+pT_1)(1+pT_2)}\}\,.$$

И, используя таблицу преобразований Лапласа, найдем

$$h(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}\,.$$

Импульсная переходная функция

Импульсная переходная функция – это реакция системы на короткий единичный импульс. Будем обозначать ее $\alpha(t)$. В качестве математической модели короткого импульса будем использовать δ-функцию.

Рассмотрим случай, когда входной сигнал *g(t)* = *δ(t)*. По таблицам преобразования Лапласа найдем изображение входного сигнала *g(p)* = 1. Из формулы (2) следует, что

$$\alpha(t) = L^{-1}\{H(p)\}\,. \tag{5}$$

Таким образом, для нахождения импульсной переходной функции надо найти обратное преобразование Лапласа от передаточной функции.

Пример. Найти импульсную переходную функцию системы с передаточной функцией

$$H(p)=\frac{1}{(1+pT_1)(1+pT_2)}.$$

После подстановки *H(p)* в (5) получим:

$$\alpha(t)=L^{-1}\{\frac{1}{(1+pT_1)(1+pT_2)}\},$$

и по таблицам преобразований Лапласа найдем

$$\alpha(t)=\frac{1}{T_1-T_2}(e^{-\frac{t}{T_1}}-e^{-\frac{t}{T_2}}).$$

Заметим, что между переходной и импульсной переходной функцией существует простая связь

$$\alpha(t)=\frac{dh(t)}{dt}.$$

Частотная характеристика

Частотная характеристика системы $H(j\omega)$ определяет ее частотные свойства. Она связана с передаточной функцией простым соотношением

$$H(j\varpi)=H(p)\Big|_{p=j\varpi}.$$

Частотная характеристика является комплексной функцией от действительного аргумента ω-частоты. Она может быть представлена в виде

$$H(j\omega)=P(\omega)+jQ(\omega),$$

где $P(\omega)$ - действительная, а $Q(\omega)$ – мнимая части. В показательной форме частотная характеристика имеет вид

$$H(j\omega)=\left|H(j\omega)\right|e^{j\varphi(\omega)},$$

где $\left|H(j\omega)\right|=\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}$ - амплитудно-частотная характеристика; $\varphi(\omega)=arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$ - фазо-частотная характеристика. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) определяет зависимость от частоты отношения амплитуды сигнала на выходе к амплитуде сигнала на входе. Фазо-частотая характеристика (ФЧХ) устанавливает зависимость сдвига фаз между входным и выходным сигналами от частоты.

Пример: Определить частотные характеристики САУ с

$$H(p)=\frac{1}{1+pT}.$$

Путем замены p на $j\omega$ найдем частотную характеристику:

$$H(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T}.$$

Выделим действительную и мнимую части

$$H(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T} = \frac{k(1 - j\omega T)}{(1 + j\omega T)(1 - j\omega T)} = \frac{k}{1 + \omega^2 T^2} - j\frac{k\omega T}{1 + \omega^2 T^2}.$$

Найдем АЧХ

$$\left|H(j\omega)\right| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}},$$

и ФЧХ

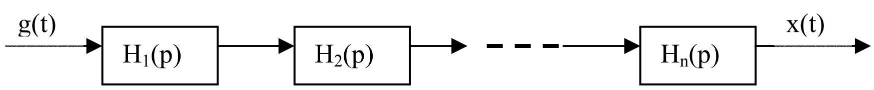
$$\varphi(\omega) = arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = -arctg(\omega T).$$

Соединение звеньев

Любая, даже самая сложная, система автоматического управления состоит из элементарных (типовых) звеньев. Характеристики этих звеньев хорошо изучены. Соединяясь между собой различным образом, типовые звенья образуют САУ. Существуют три основных вида соединений: последовательное, параллельное и с обратной связью.

Последовательное соединение

В этом случае выход каждого предыдущего звена является входом следующего



Передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций каждого звена

$$H(p) = \prod_{i=1}^{n} H_i(p).$$

При этом АЧХ и ФЧХ определяются следующим образом:

$$\left|H(j\omega)\right| = \prod_{i=1}^{n} \left|H_i(j\omega)\right|,$$

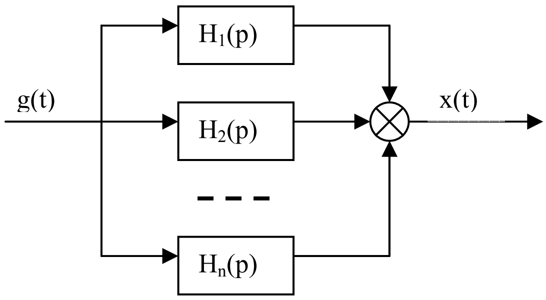
$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega).$$

Таким образом, при последовательном соединении амплитудно-частотные характеристики перемножаются, а фазо-частотные суммируются.

Параллельное соединение

При таком соединении звеньев на их входы подается один и тот же сигнал, а выходные сигналы суммируются.

При этом:



$$H(p) = \sum_{i=1}^{n} H_i(p)$$

$$H(j\omega)=P(j\omega)+jQ(\omega)$$

где $P(\omega) = \sum_{i=1}^{n} P_i(\omega), \qquad Q(\omega) = \sum_{i=1}^{n} Q_i(\omega)$

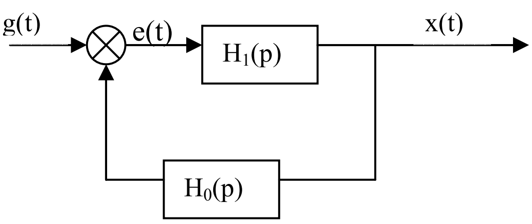
Амплитудная и фазовая частотные характеристики звеньев, соединенных параллельно, определяются по формулам

$$\left|H(j\omega)\right| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2}(\omega),$$

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}.$$

Соединение с обратной связью

Этот вид соединения звеньев показан на рисунке



В этом случае передаточная функция всей системы

$$H(p) = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)H_0(p)}.$$

Частотные характеристики имеют следующий вид

$$|H(j\omega)| = \frac{|H_1(j\omega)|}{\sqrt{(1+P_{10}(\omega))^2 + Q_{10}{}^2(\omega)}},$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) - arctg\frac{Q_{10}(\omega)}{1+P_{10}(\omega)},$$

где $P_{10}(\omega), Q_{10}(\omega)$ - реальные и мнимые части звеньев, образующих замкнутый контур.

Анализ устойчивости систем автоматического управления

Одним из первых вопросов, возникающих при исследовании и проектировании линейных систем автоматического управления, является вопрос об их устойчивости. Линейная система называется *устойчивой*, если при выведении ее внешними воздействиями из состояния равновесия (покоя) она возвращается в него после прекращения этих воздействий. Если после исчезновения внешнего воздействия система не возвращается к состоянию равновесия, то она либо является неустойчивой, либо находится на границе устойчивости. Для нормального функционирования системы необходимо, чтобы она была устойчивой, так как в противном случае ошибки в ней становятся недопустимо большими.

Анализ устойчивости обычно проводят на начальном этапе исследования системы управления. Это объясняется двумя причинами. Во-первых, анализ устойчивости довольно прост. Во-вторых, неустойчивые системы могут быть скорректированы, т. е. преобразованы в устойчивые с помощью добавления специальных корректирующих звеньев.

Устойчивость системы связана с характером ее собственных колебаний. Чтобы пояснить это предположим что система описывается дифференциальным уравнением

$$a_n\frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 x = b_m\frac{d^m g}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}g}{dt^{m-1}} + \ldots b_0 g,$$

или после преобразования Лапласа

$$(a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_0)x(p) = (b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \ldots + b_0)g(p),$$

где *g(p)* - изображение Лапласа входного воздействия.

Устойчивая система возвращается в состояние покоя, если входное воздействие *g(p)*=0. Таким образом, для устойчивой системы решение однородного дифференциального уравнения

$$(a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_0)x(p) = 0$$

должно стремиться к нулю при $t \to \infty$.

Это условие будет выполнено, если все корни p_k характеристического уравнения

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_0 = 0$$

будут находиться в левой полуплоскости комплексного переменного, т. е. $\operatorname{Re} p_k < 0.$ В большинстве случаев (при n > 2) аналитически найти корни характеристического уравнения невозможно, поэтому были разработаны специальные правила (критерии), позволяющие судить о расположении корней на плоскости комплексного переменного без их расчета. Прежде чем воспользоваться для оценки устойчивости тем или иным критерием, следует проверить выполнение необходимого условия устойчивости, в соответствии с которым все коэффициенты характеристического уравнения должны быть больше нуля ($a_i > 0, \quad i=0,...,n$).

Критерий устойчивости Гурвица

Этот критерий является алгебраическим. Если задана передаточная функция системы W(p) = B(p) / A(p) , то для получения характеристического уравнения надо приравнять к нулю ее знаменатель

$$A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_0 = 0$$

Далее из коэффициентов $a_k (k = 0,...,n)$ необходимо составить матрицу Гурвица

$$\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & ... & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & ... & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & a_0 \end{vmatrix}.$$

Порядок составления матрицы Гурвица следующий. В левом верхнем углу матрицы записывается коэффициент a_{n-1}. По главной диагонали располагаются коэффициенты характеристического уравнения по мере убывания индексов. Над элементами главной диагонали записываются коэффициенты по убыванию индексов, под элементами – по возрастанию индексов. Там, где индекс больше *n* или меньше нуля, записываются нули.

Далее надо вычислить определители Гурвица, которые получают из матрицы путем отчёркивания равного числа строк и столбцов в левом верхнем углу матрицы. Например, первый определитель

$$\Delta_1 = a_{n-1} ,$$

второй определитель

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix},$$

и так далее.

Критерий устойчивости Гурвица формулируется следующим образом: система устойчива, если все определители Гурвица больше нуля, т. е. $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, ..., \Delta_n > 0$.

Раскрывая Δ_n по последнему столбцу, получим

$$\Delta_n = a_0 \Delta_{n-1}.$$

Так как $a_0 > 0$, то для проверки устойчивости системы достаточно определить знаки только до Δ_{n-1} определителя. Если $\Delta_n = 0$, то система находится на границе устойчивости.

Пример. Найти условия устойчивости системы, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии имеет вид

$$H(p) = \frac{K(1+pT_2)}{p(1+pT_1)(1+pT_3)}.$$

Чтобы воспользоваться критерием устойчивости Гурвица найдем передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{H(p)}{1+H(p)} = \frac{K(1+pT_2)}{p(1+pT_1)(1+pT_3)+K(1+pT_2)}.$$

Приравняв к нулю знаменатель $W(p)$, получим характеристическое уравнение

$$A(p) = T_1T_3p^3 + (T_1+T_3)p^2 + (1+kT_2)p + K = 0,$$

из коэффициентов которого составим матрицу Гурвица (n = 3).

$$\begin{vmatrix} T_1+T_3 & K & 0 \\ T_1T_3 & 1+KT_2 & 0 \\ 0 & T_1+T_3 & K \end{vmatrix}.$$

Для устойчивости необходимо, чтобы все определители Гурвица были больше нуля

$$\begin{cases} \Delta_1 = T_1 + T_3 > 0 \\ \Delta_2 = (T_1+T_3)(1+KT_2) - KT_1T_3 > 0 \\ \Delta_3 = K \cdot \Delta_2 > 0 \end{cases}.$$

Первое из этих неравенств выполняется всегда, т. к. постоянные времени T_1, T_2, T_3 по физическому смыслу всегда положительны. Решив второе неравенство, найдем условие устойчивости системы

$$K < K_{kp} = \frac{T_1+T_3}{T_3(T_1-T_2)-T_1T_2}.$$

Из последнего выражения следует, что если коэффициент усиления K системы будет меньше некоторого критического значения (K_{kp}), то система будет устойчива. Если $K > K_{kp}$, то система работать не будет.

Критерий Гурвица удобно использовать, когда порядок системы *(n)* не очень высок. В противном случае придется решать систему многих неравенств.

Критерий устойчивости Михайлова

В отличие от алгебраического критерия Гурвица, этот критерий является частотным. Он основан на построении годографа характеристического вектора $A(j\omega)$. Вспомним, что годографом называется кривая, прочерчиваемая концом вектора $A(j\omega)$ на комплексной плоскости при изменении частоты ω от 0 до ∞. Характеристический вектор $A(j\omega)$ получается из характеристического уравнения путем замены p на $j\omega$.

Критерий устойчивости Михайлова формулируется следующим образом: система устойчива, если годограф характеристического вектора, начинаясь на положительной части действительной оси, обходит последовательно в положительном направлении n квадрантов, где n – порядок характеристического уравнения системы.

На рис.1 приведены примеры годографов для устойчивых (рис.1, а) и неустойчивых (рис.1, б) систем. Если годограф проходит через начало координат, то система находится на границе устойчивости (рис.1, в).

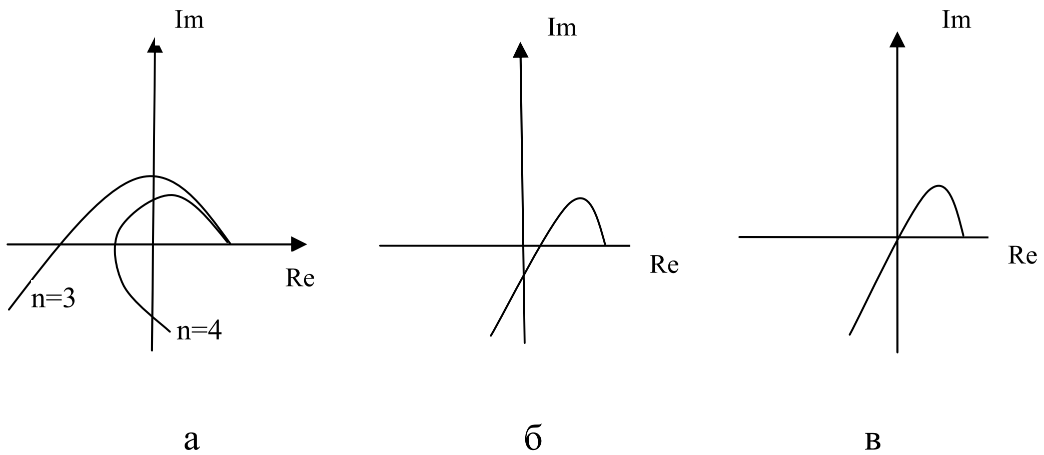


Рис. 1

Характеристический вектор $A(j\omega)$ можно представить в виде

$$A(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

где $U(\omega)$ - действительная, а $V(\omega)$ - мнимая часть вектора $A(j\omega)$. На границе устойчивости (рис.1, в)

$$U(\omega) = 0, \quad V(\omega) = 0.$$

Из этих уравнений можно определить значения параметров, при которых система находится на границе устойчивости.

Пример. Найти условие устойчивости системы, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии имеет вид

$$H(p) = \frac{K(1+pT_2)}{p(1+pT_1)(1+pT_3)}.$$

Так же, как и в предыдущем примере, передаточная функция замкнутой системы

$$W(p) = \frac{K(1+pT_2)}{p(1+pT_1)(1+pT_3)+K(1+pT_2)}.$$

Заменяя в знаменателе p на $j\omega$, найдем характеристический вектор

$$A(j\omega) = j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_3)+K(1+j\omega T_2) =$$
$$= K-\omega^2(T_1+T_3)+j\omega(1+KT_2-\omega^2 T_1 T_3).$$

Приравняв нулю действительную и мнимую части характеристического вектора, найдем условия, определяющие границу устойчивости

$$K_{kp}-\omega^2(T_1+T_3)=0,$$
$$\omega(1+KT_2)-\omega^3 T_1 T_3 = 0$$

Из второго уравнения находим

$$\omega^2 = \frac{1+KT_2}{T_1 T_3},$$

и после подстановки ω^2 в первое уравнение найдем

$$K_{kp} = \frac{T_1+T_3}{T_3(T_1-T_2)-T_1T_2}.$$

При значении коэффициента усиления меньше критического система будет устойчива, в противном случае она неустойчива. Полученный результат совпадает с результатом, полученным в предыдущем примере, т.к. проводился анализ устойчивости одной и той же системы. При этом правильное использование различных критериев должно приводить к одинаковому результату.

Критерий устойчивости Найквиста

Так же, как и критерий Михайлова, критерий Найквиста является частотным. Он основан на построении годографа передаточной функции *H(jω)* разомкнутой системы. Критерий устойчивости Найквиста формулируется следующим образом: замкнутая система устойчива, если годограф передаточной функции *H(jω)* разомкнутой системы не охватывает на комплексной плоскости точку с координатами *(-1, j0)*. На рис. 2 показаны примеры устойчивой (рис. 2, а) и неустойчивой (рис. 2, б) систем управления.

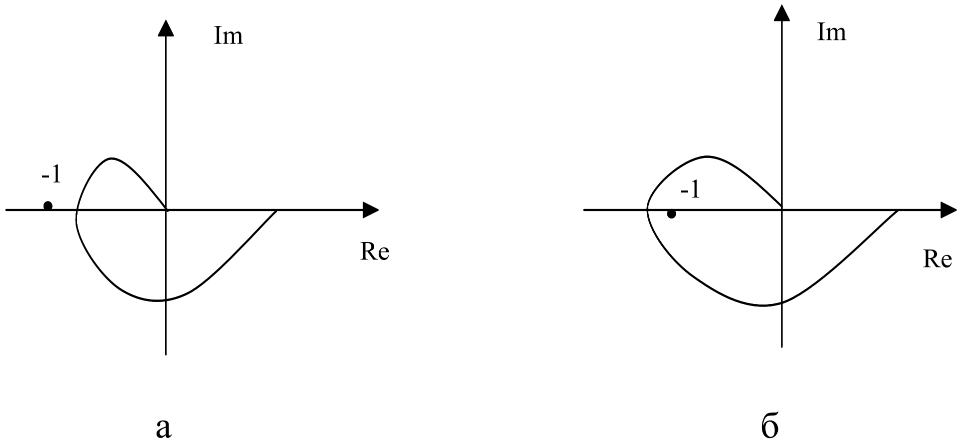


Рис. 2

Если годограф проходит через точку *(-1, j0)*, то система находится на границе устойчивости. В этом случае на некоторой частоте $H(j\omega)= -1$. Представим, как будет вести себя сигнал частоты ω_0 в такой системе при отсутствии внешних воздействий, т.е. при $g(t)= 0$. Сигнал $A\ \sin\omega_0 t$ с частотой ω_0 и амплитудой A после прохождения системы сохранит частоту и амплитуду. Изменится лишь знак, т.е. $x(t)= -A\sin\omega_0 t$. После прохождения цепи отрицательной обратной связи на входе системы появится сигнал $e(t)= g(t)-x(t) =A\sin\omega_0 t$. Таким образом, в системе могут существовать незатухающие колебания с частотой ω_0. В неустойчивых системах амплитуда сигнала x(t) будет со временем расти, в устойчивых – уменьшаться.

Оценка устойчивости по частотным характеристикам

Все ранее рассмотренные критерии основаны на том, что известны передаточные функции *W(p)* или *H(p)*, т. е. задана математическая модель системы управления. Однако в ряде случаев для сложных систем получить точную математическую модель не удается. В этой ситуации для анализа устойчивости используют амплитудно- и фазо-частотные характеристики, которые могут быть измерены экспериментально. Кроме того, АЧХ и ФЧХ могут быть получены из передаточной функции $H(j\omega)$

$$H(j\omega)=|H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)},$$

Здесь $|H(j\omega)|$ - амплитудно-частотная характеристика; $\varphi(\omega)$ - фазочастотная характеристика.

Для оценки устойчивости по частотным характеристикам надо сравнить две частоты: частоту среза $w_{ср}$ и критическую частоту $w_{кр}$. Определяются эти частоты следующим образом:

$$\left|H(j\omega_{ср})\right| = 1, \quad \varphi(\omega_{кр}) = -\pi.$$

Т. е. на частоте среза АЧХ пересекает единичный уровень, а на критической частоте ФЧХ пересекает уровень -π(-180°) (рис. 3).

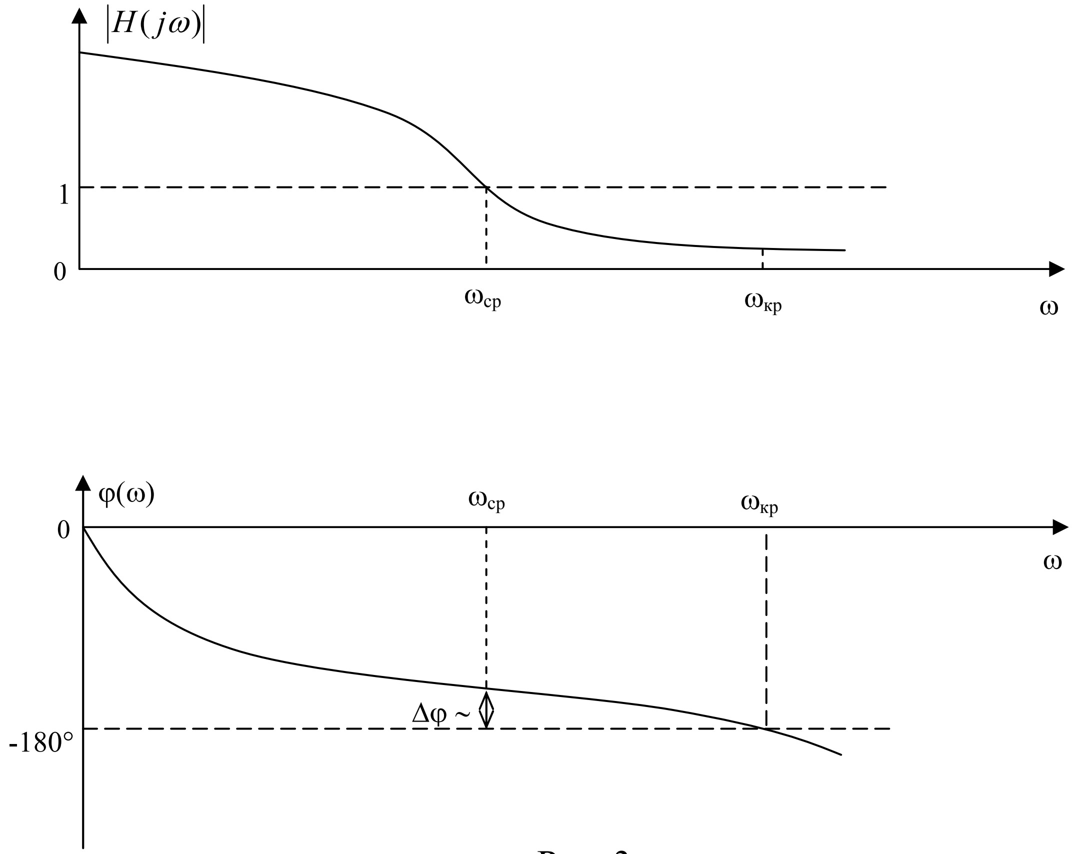


Рис. 3

Если частота среза меньше критической частоты, то система будет устойчивой. Таким образом, условие устойчивости принимает простой вид: $\omega_{ср} < \omega_{кр}$.

В процессе эксплуатации системы управления ее параметры (коэффициенты усиления, постоянные времени) из-за изменения внешних условий, колебаний напряжений источников питания и других причин могут отличаться от расчетных значений. Если не принять определенных мер, то система может стать неустойчивой. Для исключения этого явления следует обеспечить определенные запасы устойчивости системы. Запасы устойчивости определяются на двух частотах: $\omega_{ср}$ и $\omega_{кр}$.

Запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ показывает, на какое значение ФЧХ разомкнутой системы на частоте среза отличается от $-\pi$ (рис.3):

$$\Delta\varphi = \pi - \varphi(\omega_{cp}).$$

Запас устойчивости по усилению α определяет, во сколько раз нужно увеличить коэффициент усиления, чтобы система оказалась на границе устойчивости

$$\alpha = \frac{1}{\left|H(j\omega_{кp})\right|}.$$

Анализ качества работы систем автоматического управления

При анализе качества работы САУ исходят из того, что структурная схема и параметры системы известны. Требуется оценить качество ее работы. Кроме устойчивости САУ обладают рядом качественных показателей, основными из которых являются точность работы и характер переходного процесса. Показатели качества зависят не только от характеристик САУ, но и от свойств, действующих на нее сигналов (управляющих и возмущающих).

Законы изменения управляющих воздействий и помех обычно заранее неизвестны, поэтому качество работы САУ определяется косвенными признаками, которые называют *показателями качества работы системы.*

В системах автоматической стабилизации входной сигнал является постоянной величиной, поэтому основным показателем качества таких систем является характеристика переходного процесса. Качество работы следящих систем, входной сигнал которых является случайным процессом, оценивается не только по переходному процессу, но и по точности работы.

Показатели качества переходного процесса

На переходные процессы в САУ накладываются определенные ограничения, связанные с особенностями работы системы. Например, в системах автоматического сопровождения цели РЛС для повышения надежности работы механических узлов ограничивается число колебаний антенны в переходном процессе. В стабилизаторах напряжения накладываются ограничения на величину первого выброса.

К основным показателям качества переходного процесса в САУ относятся следующие параметры (рис. 4):

1. *длительность переходного процесса* t_n , равная интервалу времени с момента подачи сигнала до момента времени, когда выходной сигнал не будет отличаться от его установившегося значения не более чем на 5%;

2. *перерегулирование* $\boldsymbol{\gamma}$**,** равное отношению максимального значения выходного сигнала в переходном процессе к установившемуся значению

$$\gamma = x_{max} / x_y;$$

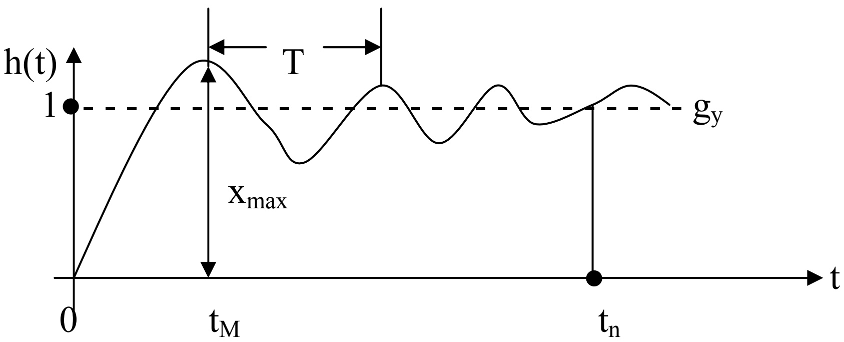


Рис. 4

3. *время установления первого максимума выходного сигнала* t_M, характеризующее скорость изменения выходного сигнала в переходном процессе;

4. частота колебаний в переходном процессе $\omega_p = 2\pi/T$, где T – период колебаний.

Для определения переходного процесса используются аналитические методы, или моделирование на ЭВМ.

Установившееся значение выходного сигнала системы вычисляется с помощью одного из свойств преобразования Лапласа. При единичном входном сигнале $g(t)=1(t)$

$$x_y = \lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{p\to 0} pW(p)\frac{1}{p} = W(0).$$

Пример. Передаточная функция системы

$$W(p) = \frac{200(1+0.04p)}{p(1+0.1p)+200(1+0.04p)}.$$

При единичном входном воздействии $g(t)=1(t)$

$$h(p)=\frac{W(p)}{p}=\frac{200(1+0.04p)}{(0.1p^2+9p+200)p},$$

полюса системы λ_1= - 40, λ_2= - 50.

По таблицам преобразования Лапласа находим

$$h(t)=1+3e^{-40t}-4e^{-50t}.$$

По полученной зависимости нетрудно определить t_n=0.75с и $\gamma\approx$1,08.

Анализ точности САУ

Точность работы САУ характеризуется динамическими и переходными ошибками.

Динамическая ошибка – ошибка в установившемся режиме работы системы

$$e_g=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{p\to 0}pW_e(p)g(p),$$

где $W_e(p)$ - передаточная функция ошибки.

Пример. Определить динамическую ошибку в системе с передаточной функцией

$$H(p)=\frac{K}{p(1+pT)},$$

при линейно изменяющемся входном сигнале $g(t)=a+bt$.

Сначала найдем передаточную функцию ошибки

$$W_e(p)=\frac{1}{1+H(p)}=\frac{p(1+pT)}{p(1+pT)+K},$$

и изображение входного сигнала

$$g(p)=\frac{a}{p}+\frac{b}{p^2}.$$

Теперь $e_g=\lim\limits_{p\to 0}pW_e(p)g(p)=\lim\limits_{p\to 0}p\frac{p(1+pT)}{p(1+pT)+K}\left(\frac{a}{p}+\frac{b}{p^2}\right)=\frac{b}{K}.$

Переходная ошибка – ошибка при работе САУ в переходном процессе, который возникает при отработке начального рассогласования.

При определении переходной ошибки следует пользоваться следующей формулой:

$$e(t)=C_0g(t)+C_1\frac{dg(t)}{dt}+\frac{1}{2}C_2\frac{d^2g(t)}{dt^2}+...+\frac{1}{K!}C_K\frac{d^Kg(t)}{dt^K},$$

где коэффициенты ошибок C_K вычисляются по формуле

$$C_K=K!\frac{d^K}{dp^K}W_e(p)\Big|_{p=0}.$$

При расчетах коэффициенты ошибок удобнее определять через коэффициенты передаточной функции разомкнутой системы:

$$H(p) = \frac{K}{p^{\nu}} \frac{d_m p^m + ... + d_1 p + d_0}{b_n p^n + ... + b_1 p + b_0}.$$

В табл. 1 приведены формулы для расчета первых трех коэффициентов ошибок

Таблица 1

ν	C_i	Формулы для расчета
0	C_0	$\frac{1}{1+K}$
	C_1	$K\frac{b_1 - d_1}{(1+K)^2}$
	C_2	$2\left[K\frac{b_2 - d_2}{(1+K)^2} + K\frac{b_1(d_1 - b_1)}{(1+K)^3} + K^2\frac{2d_1(d_1 - b_1)}{(1+K)^3}\right]$
1	C_0	*0*
	C_1	$\frac{1}{K}$
	C_2	$2\left[\frac{b_1 - d_1}{K} - \frac{1}{K^2}\right]$
2	C_0	0
	C_1	0
	C_2	$\frac{2}{K}$

Пример. Найти ошибку при входном сигнале $g(t) = \alpha_1 t + \frac{\alpha_2}{2}t^2$ следующей системы с передаточной функцией

$$H(p) = \frac{K}{p}\frac{1 + pT_2}{(1 + pT_1)(1 + pT_3)}.$$

По табл. 1 находим $C_0 = 0, C_1 = \frac{1}{K}, C_2 = 2\left[\frac{T_1 + T_3 - T_2}{K} - \frac{1}{K^2}\right].$

Теперь $e(t) = \frac{1}{K}(\alpha_1 + \alpha_2 t) + \frac{1}{K}\left[T_1 + T_3 - T_2 - \frac{1}{K}\right]\alpha_2.$

Таблица преобразований Лапласа

x(t)	x(p)	x(t)	x(p)
δ(t)	1	$te^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p+\alpha)^2}$
1(t)	$\frac{1}{p}$	$\sin \beta t$	$\frac{\beta}{p^2+\beta^2}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$\cos \beta t$	$\frac{p}{p^2+\beta^2}$
$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}$	$\frac{1}{p^n}$	$e^{-\alpha t}\sin \beta t$	$\frac{\beta}{(p+\alpha)^2+\beta^2}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$	$e^{-\alpha t}\cos \beta t$	$\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\beta^2}$

Библиографический список

1. Первачев С. В. Радиоавтоматика: Учебник для вузов. –М.: Радио и связь, 1982.– 296 с.
2. Васильев К. К., Цветов М. А. Системы автоматического управления: Сборник лабораторных работ.– Ульяновск: УлГТУ, 1996.– 28с.
3. Васильев К. К. Теория автоматического управления (следящие системы): Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 1999.– 98 с.
4. Коновалов Г. Ф. Радиоавтоматика М.: Высшая школа, 1990.– 335 с.
5. Радиоавтоматика / Под ред. В. А. Бесекерского.– М.: Высшая школа, 1985.–271 с.
6. Теория автоматического управления / Под ред. А. В. Нетушила.– М.: Высшая школа, 1976.– 432 с.
7. Шахгильдян В. В., Ляховкин А. А. Системы фазовой автоподстройки частоты.– М.: Связь, 1972.

Учебное издание

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания

по курсовому проектированию

Составитель ЦВЕТОВ Михаил Александрович

Корректор А. А. Галушкина

Подписано в печать 00.09.2002. Формат 60× 84/16.

Бумага писчая. Усл. п. л. 0,00   Уч. –изд. л. 0,00

Тираж 100 экз. Заказ

Ульяновский государственный технический университет

432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, 32.

Типография УлГТУ. 432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, 32.