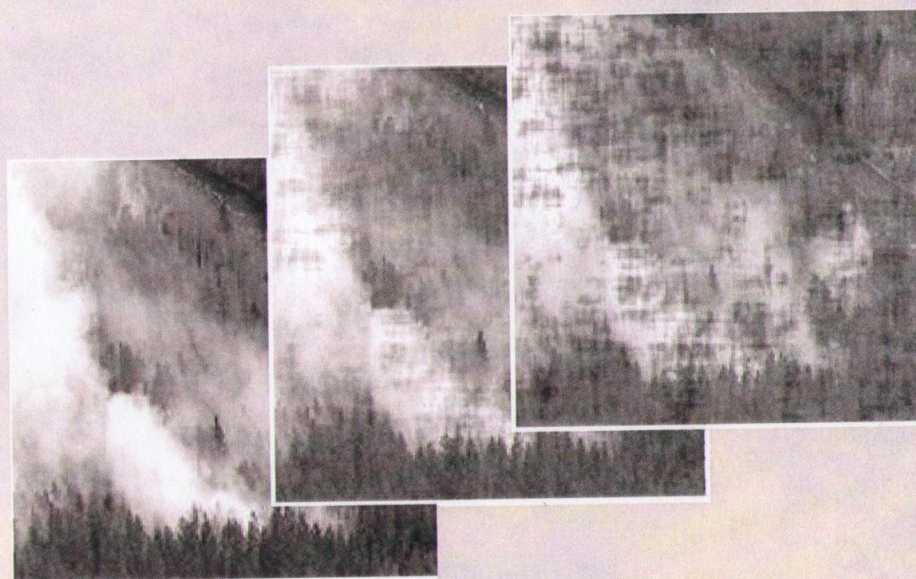




**К.К. ВАСИЛЬЕВ, В.Е. ДЕМЕНТЬЕВ**

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ  
И ОБРАБОТКА СПУТНИКОВЫХ  
МНОГОЗОНАЛЬНЫХ  
ИЗОБРАЖЕНИЙ**



**Ульяновск  
2017**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**К.К. Васильев, В.Е. Дементьев**

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА  
СПУТНИКОВЫХ МНОГОЗОНАЛЬНЫХ  
ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Ульяновск  
УлГТУ  
2017

УДК 519.246

ББК 65.9

В19

*Рецензенты:*

д-р техн. наук, профессор, директор Ульяновский филиал  
федерального бюджетного учреждения науки Институт радиотехники и  
электроники

им. В.А.Котельникова РАН В.А. Сергеев;

д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Телекоммуникационные  
технологии и сети» Ульяновского государственного университета А.А.  
Смагин.

Научный редактор К.К. Васильев, д-р техн. наук, проф.

**В19 Представление и обработка спутниковых многозональных  
изображений/ К.К. Васильев, В.Е. Дементьев. – Ульяновск: УлГТУ,  
2017. – 254 с.**

ISBN978-5-9795-1419-2

В монографии рассмотрены основные задачи, связанные с представлением и обработкой спутниковых многозональных изображений и их временных последовательностей. Представлены и проанализированы известные и оригинальные методы решения этих задач. Особое внимание уделено рекуррентным процедурам обработки и оценке их эффективности. Монография предназначена для руководителей и специалистов ведущих предприятий регионов РФ, работников образования, научных сотрудников, преподавателей, аспирантов, магистрантов, студентов, осуществляющих деятельность, связанную со статистической обработкой данных и анализом изображений.

**УДК 332.1**

**ББК 65.9**

© Васильев К.К., Дементьев В.Е., 2017

© Оформление. УлГТУ, 2017

ISBN 978-5-9795-1419-2



## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                   |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ .....</b>                                                    | <b>6</b>  |
| <b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>                                                              | <b>7</b>  |
| <b>ГЛАВА 1. ДИСТАНЦИОННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗЕМЛИ .....</b>                            | <b>12</b> |
| Постановка задачи.....                                                            | 12        |
| 1.1. Средства дистанционного исследования Земли.....                              | 13        |
| 1.2. Задачи дистанционного исследования Земли.....                                | 16        |
| 1.3. Методы дистанционного исследования Земли.....                                | 33        |
| Выводы .....                                                                      | 45        |
| <b>ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МНОГОЗОНАЛЬНЫХ<br/>ИЗОБРАЖЕНИЙ.....</b>         | <b>47</b> |
| Постановка задачи.....                                                            | 47        |
| 2.1. Моделирование многомерных изображений .....                                  | 47        |
| 2.2. Авторегрессионные модели случайных последовательностей .....                 | 52        |
| 2.3. Авторегрессионные случайные поля .....                                       | 56        |
| 2.4. Неавторегрессионные модели изображений .....                                 | 66        |
| Выводы .....                                                                      | 75        |
| <b>ГЛАВА 3. ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ<br/>МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ .....</b> | <b>76</b> |
| Постановка задачи.....                                                            | 76        |
| 3.1. Синтез дважды стохастических моделей.....                                    | 77        |
| 3.2. Анализ дважды стохастических моделей .....                                   | 87        |
| 3.3. Идентификация параметров дважды стохастических моделей .....                 | 89        |
| 3.4. Моделирование квазирегулярных структур.....                                  | 103       |
| Выводы .....                                                                      | 117       |

|                                                                                                         |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>ГЛАВА 4. СИНТЕЗ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ<br/>ОБРАБОТКИ МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ .....</b> | <b>118</b> |
| Постановка задачи.....                                                                                  | 118        |
| 4.1. Обзор известных подходов к фильтрации случайных полей .....                                        | 119        |
| 4.2. Фильтрация дважды стохастических случайных процессов .....                                         | 124        |
| 4.3. Эффективность оценивания многомерных случайных полей.....                                          | 136        |
| 4.4. Восстановление изображений на основе использования дважды<br>стохастической модели.....            | 155        |
| 4.5. Сегментация на основе дважды стохастических моделей случайных<br>процессов и полей .....           | 162        |
| 4.6. Распознавание формы сигналов методом бинаризации смешанного<br>изображения.....                    | 170        |
| Выводы .....                                                                                            | 174        |
| <b>ГЛАВА 5. ОБНАРУЖЕНИЕ АНОМАЛИЙ НА МНОГОЗОНАЛЬНЫХ<br/>ИЗОБРАЖЕНИЯХ.....</b>                            | <b>175</b> |
| Постановка задачи.....                                                                                  | 175        |
| 5.1. Обзор известных подходов к обнаружению аномалий .....                                              | 176        |
| 5.2. Алгоритмы обнаружения аномалий с известными параметрами .....                                      | 181        |
| 5.3. Эффективность обнаружения протяженных сигналов с известными<br>параметрами.....                    | 186        |
| 5.4. Обнаружение аномалий с неизвестными уровнями на многозональных<br>изображениях.....                | 198        |
| 5.5. Обнаружение аномалий на последовательности кадров<br>многозональных изображений.....               | 205        |
| 5.6. Обнаружение сигналов на фоне мешающих изображений со сложной<br>структурой.....                    | 208        |
| Выводы .....                                                                                            | 215        |
| <b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>                                                                                 | <b>216</b> |

|                                                                                                                              |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....</b>                                                                                        | <b>217</b> |
| Приложение 1. Существующие спутниковые системы .....                                                                         | 242        |
| Приложение 2. Корреляционные функции дважды стохастических СП для<br>АР с кратными корнями характеристических уравнений..... | 251        |
| Приложение 3. Уравнения калмановской фильтрации для   нелинейной<br>модели состояния .....                                   | 255        |

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АР – авторегрессия, авторегрессионный

АРДС – авторегрессионные дважды стохастические (модель, случайное поле)

ГИС – геоинформационная система

ДЗЗ – дистанционное исследование Земли

ДСМ – дважды стохастические (смешанные) модели

КФ – корреляционная функция

МКГТ – межкадровые геометрические трансформации

МЗИ – многозональные изображения

НКФ – нормированная корреляционная функция

ОП – отношение правдоподобия

ПГ – псевдоградиент, псевдоградиентный

ПРВ – плотность распределения вероятностей

СВ – случайная величина, случайные величины

СКО – среднеквадратическое отклонение

СП – случайное поле

## ВВЕДЕНИЕ

В последнее время широкое распространение получили спутниковые системы мультиспектральной (до 10 спектральных диапазонов) и гиперспектральной (до 300 диапазонов) регистрации участков земной поверхности. Это связано с широкими возможностями, которые предоставляет дистанционное зондирование Земли (ДЗЗ). Действительно, спутниковые данные по сравнению с обычной картографической информацией обладают рядом существенных преимуществ. Ключевыми из них являются точность и оперативность данных, а также возможность проведения мониторинга в разных спектральных диапазонах. Поэтому космические снимки служат эффективным средством оперативного контроля и мониторинга. В отличие от карт, они позволяют оперативно выявлять новые явления и процессы их развития. Спутниковая съемка используется при решении разнообразных задач, связанных с сельским хозяйством (инвентаризация сельхозугодий, сельскохозяйственная гидрология, метеорология), лесным хозяйством (контроль за уничтожением лесов, картографирование лесов, оценка запасов древесины), контролем глобальных атмосферных изменений (контроль концентрации газов в атмосфере, исследование радиационного баланса атмосферы, наблюдение облачного покрова), поиском полезных ископаемых и энергоносителей (нефти, газа, угля), получения информации, необходимой для создания и эксплуатации гидроэлектростанций, землепользованием (топографическое картографирование, наблюдение за пастбищами), наблюдением прибрежных зон и океанов (изучение океанских ресурсов, выявление источников загрязнения океана, наблюдение за планктоном) и контролем водных ресурсов (мониторинг ледовой обстановки, определение характеристик снежного покрова, мониторинг наводнений).



Несмотря на отмеченные достоинства и очевидную востребованность, обработка спутникового материала связана со значительными трудностями, вызванными влиянием на регистрируемые изображения разнообразных искажений и помех и значительным объемом обрабатываемой информации. Действительно, в отличие, например, от наземной фотограмметрической съемки, где влияние среды и условий съемки практически исключается, при космической съемке аппарат непрерывно перемещается относительно объекта исследований, что приводит к непрерывной смене условий съемки, в частности могут меняться отражающие свойства наблюдаемых объектов. Кроме того, уровень помех при съемке из космоса может превосходить уровень помех наземной съемки на несколько порядков. В то же время объем обычного многозонального изображения, полученного, например, со спутника Landsat 8, составляет в среднем 1 Гб, и таких изображений регистрируется несколько сотен тысяч ежедневно. Понятно, что такой объем информации невозможно обработать в ручном режиме. Необходимы эффективные алгоритмы, позволяющие выполнить автоматическую обработку спутникового материала для обнаружения новых явлений, произошедших с момента последней съемки, поиска тех или иных объектов, тематической обработки и т.д.

Однако имеется весьма ограниченное число работ, посвященных решению задач автоматической обработки многозональных спутниковых изображений (МЗИ). Кроме того, существующие алгоритмы обработки последовательностей монохромных изображений не всегда могут быть применены и, как правило, имеют существенные недостатки с точки зрения возможностей работы с МЗИ.

Во-первых, известные решения не учитывают тот факт, что снимок из космоса может состоять не только из одиночного изображения, но и

естественным образом коррелированных между собой снимков, сделанных в разных спектральных диапазонах. Во-вторых, основанные на общих принципах обработки изображений, алгоритмы оказываются слишком медленными для решения задач обработки изображений в реальном времени, т.е. в режиме поступления информации.

В настоящей монографии представлены известные и оригинальные методы и алгоритмы решения задач представления и обработки МЗИ.

**В первой главе** рассматриваются задачи, решаемые с помощью обработки спутниковых изображений, и особенности современных средств ДЗЗ, включая возможности их практического применения. Анализируются известные методы обработки многозональных изображений, выявляются их преимущества и ограничения.

**Вторая глава** посвящена анализу математических моделей многомерных сигналов и возможностей их применения для описания последовательностей многозональных изображений. Подробно рассматриваются авторегрессионные, волновые и гиббсовские модели.

На основе этих моделей производится синтез алгоритмов фильтрации, сегментации и обнаружения аномалий. Делается вывод о проблемах, сопутствующих применению этих моделей для описания реальных спутниковых изображений, и о необходимости разработки новых классов моделей, позволяющих адекватно представлять пространственно неоднородные сигналы.

**В третьей главе** выполняется синтез новых классов математических моделей многозональных изображений, реализации которых имеют свойства близкие к характеристикам реального спутникового материала. Такими моделями являются авторегрессионные модели с кратными корнями характеристических уравнений, обладающие квазиизотропными свойствами, и дважды стохастические модели, позволяющие описывать

неоднородные изображения. Проводится анализ построенных моделей, рассматриваются их сильные и слабые стороны.

**В четвертой главе** предлагаются алгоритмы, позволяющие осуществлять идентификацию параметров предложенных моделей на основе анализа реальных изображений. Для этого используются комбинации псевдоградиентных процедур и нелинейной векторной калмановской фильтрации. Выполняется оценка эффективности подобной идентификации. На этой основе предлагается новое семейство алгоритмов фильтрации многозональных изображений, учитывающих их пространственную неоднородность. Производится анализ эффективности применения разработанных алгоритмов на реальном спутниковом материале.

**В пятой главе** синтезированы алгоритмы обнаружения локальных неоднородностей с произвольной, но известной формой на фоне пространственно однородного многозонального изображения в условиях априорной неопределенности координат и относительных уровней яркости на каждом из кадров. Получены аналитические выражения для расчета характеристик обнаружения синтезированных алгоритмов в условиях известных и неизвестных параметров полезного сигнала. С использованием полученных ранее результатов выполняется обобщение найденных процедур на случай пространственно неоднородных изображений. Представлены асимптотические результаты нахождения минимальной дисперсии ошибки оптимальной фильтрации случайных полей, позволяющие провести сравнительный анализ известных и синтезированных обнаружителей.

# **ГЛАВА 1. ДИСТАНЦИОННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗЕМЛИ**

## **Постановка задачи**

В последние десятилетия на орбите нашей планеты была создана представительная группировка разнообразных космических аппаратов, предназначенных для съемки поверхности Земли. Все эти аппараты отличаются друг от друга размером, высотой орбиты, скоростью перемещения, особенностями регистрирующих устройств и т.д. Значительная часть этих особенностей учитывается при предварительной обработке спутникового материала, проводимой, как правило, разработчиками или пользователями соответствующей спутниковой системы. Несмотря на это, опыт обработки спутниковых изображений показывает необходимость разработки специфических подходов, позволяющих привести получаемый спутниковый материал к однотипной последовательности изображений, необходимой для применения универсальных методов и алгоритмов обработки.

Целью данной главы является описание наиболее известных и часто применяемых спутниковых платформ, выявление особенностей их использования для решения различных практических задач и исследование распространенных методов обработки спутникового материала. При этом представленный материал не претендует на всесторонний технический анализ тех или иных спутниковых систем. Основное внимание при изложении будет уделено ключевым особенностям различных технологий получения многозональных спутниковых изображений и базовым принципам их обработки.

## 1.1. Средства дистанционного исследования Земли

Под дистанционным зондированием Земли (ДЗЗ) будем понимать наблюдение ее поверхности авиационными и космическими средствами, оснащенными различными видами съемочной аппаратуры. При этом рабочий диапазон длин волн составляет от долей микрометра (видимое оптическое излучение) до метров (радиоволны). Методы зондирования делятся на пассивные, использующие естественное отраженное или вторичное тепловое излучение объектов на поверхности Земли, и активные, использующие излучение объектов, инициированное искусственным источником направленного действия [84, 182].

Для реализации системы ДДЗ (рис.1.1) необходимы разветвленная сеть датчиков, системы передачи, приема, анализа информации и система управления [52, 111,177].

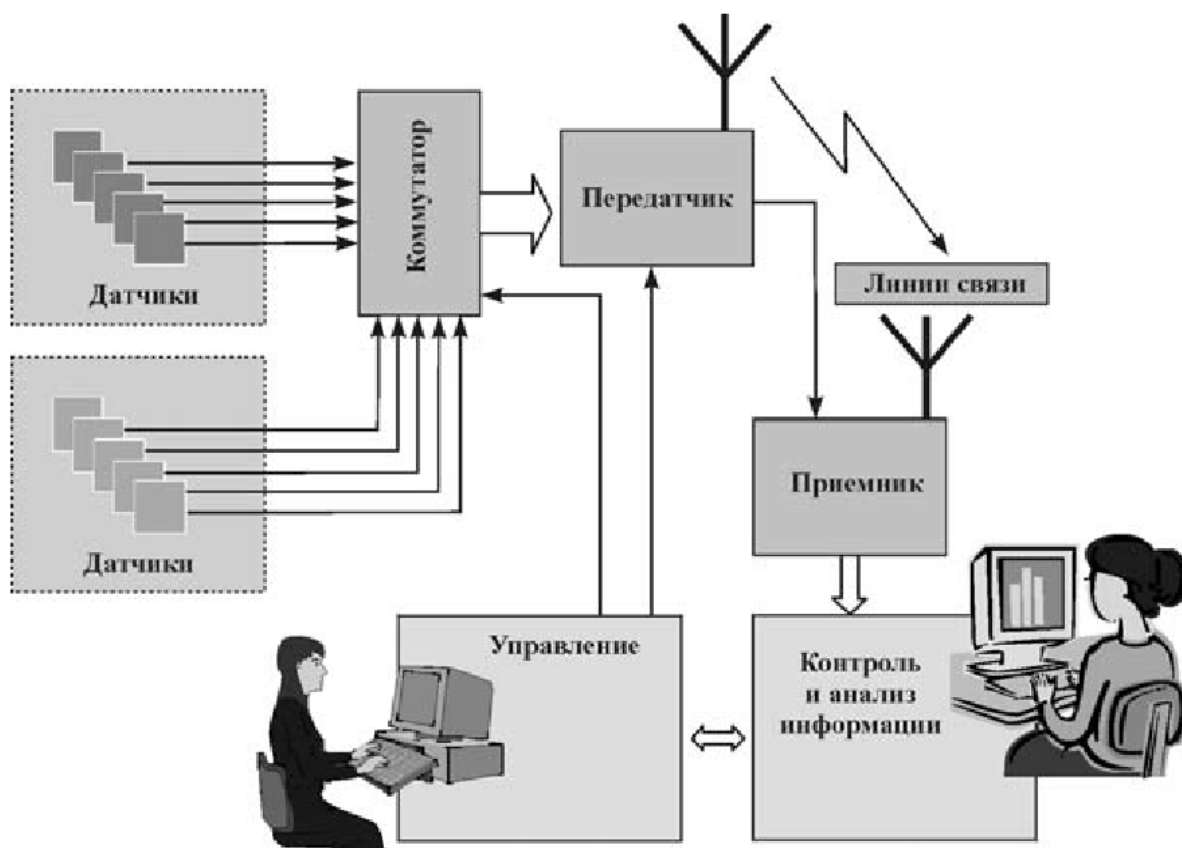


Рис. 1.1. Типичная структура системы дистанционного мониторинга

Данные ДЗЗ, полученные с космического аппарата, характеризуются большой степенью зависимости от прозрачности атмосферы. Поэтому на современных спутниковых системах используется многоканальное оборудование пассивного и активного типов, регистрирующие электромагнитное излучение в различных диапазонах. Примером результата такого зондирования является спутниковый снимок Ульяновской области, сделанный в инфракрасном диапазоне (рис. 1.2). На этом снимке можно наблюдать бассейн реки Волга (в центре снимка) и окружающие покрытые снегом площади.

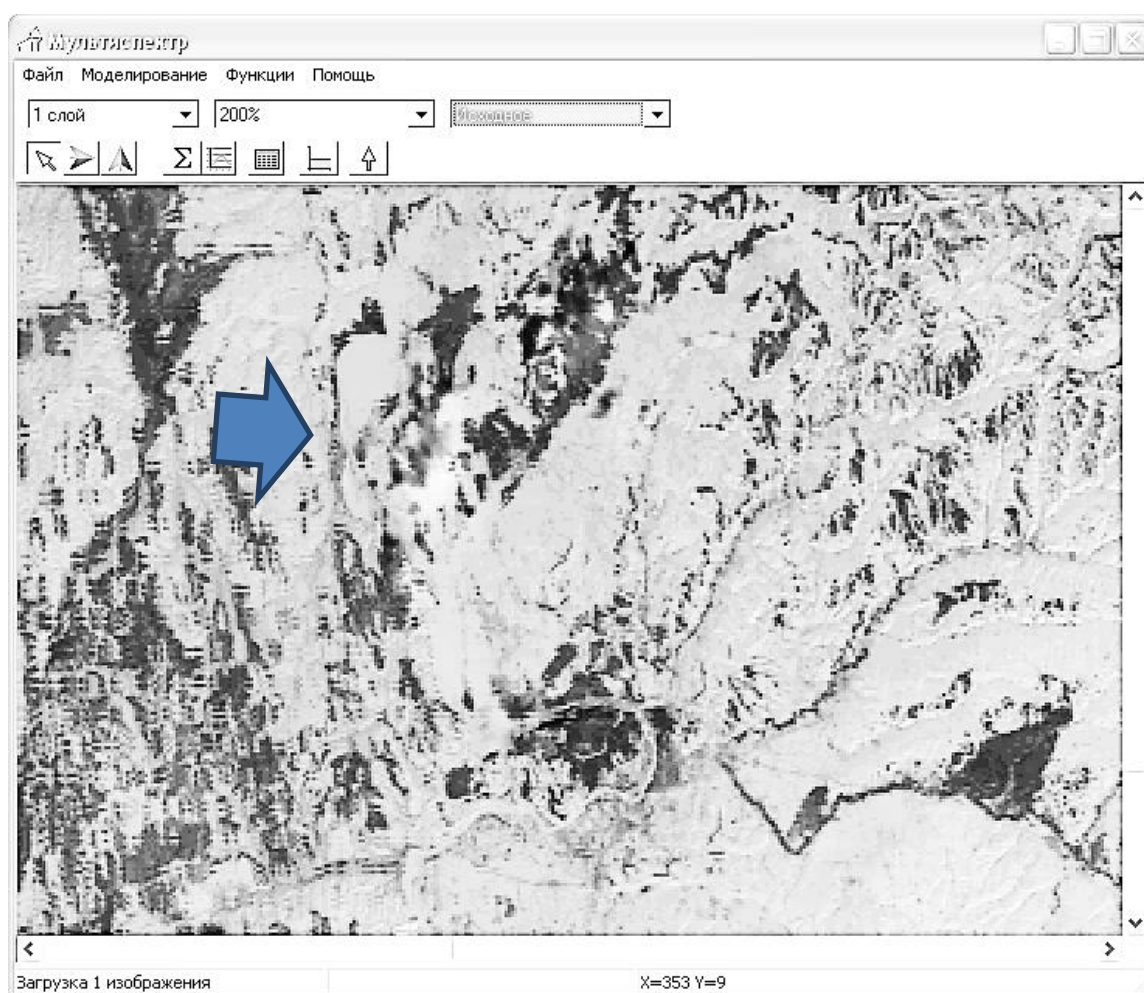


Рис. 1.2. Спутниковый снимок Ульяновской области

Ранее широко применялись многозональные системы, которые имели 3 – 7 спектральных каналов. В настоящее время большинство спутниковых систем позволяют осуществлять многозональную



(многоспектральную) съемку. При этом можно получать информацию об объекте исследования в разных диапазонах: рентгеновском, ультрафиолетовом, видимом, инфракрасном. Дальнейшим развитием многозональной системы является переход к гиперзональному зондированию, когда число спектральных каналов достигает 200 – 1000 при очень высоком спектральном разрешении (от 0.1 – 10 нм) и достаточно хорошем пространственном разрешении (до нескольких метров). Переход от традиционной многозональной съемки к гиперзональной не только увеличивает количество информации, но обеспечивает совершенно новый качественный характер данных [126,130].

На рис. 1.3 представлены несколько снимков одного и того же участка земной поверхности, сделанных в разных спектральных диапазонах с помощью спутниковой системы MODIS. Первое изображение получено в видимом диапазоне, второе в инфракрасном.



Рис. 1.3. Снимки земной поверхности в разных спектральных диапазонах

Несмотря на схожесть изображений, их элементы наблюдаются с разным качеством. Например, поверхность реки Волги намного четче выделяется в инфракрасном диапазоне. Все снимки, как изображения одного и того же участка местности, являются сильно коррелированными,

что может вызвать серьезные проблемы при попытках визуальной селекции наиболее информативных участков поверхности.

В Приложении 1 представлены характеристики наиболее широко используемых в настоящее время спутниковых систем и особенностей получаемых с их помощью многозональных изображений.

## **1.2. Задачи дистанционного исследования Земли**

Согласно концепции развития Российской космической системы ДДЗ на период до 2025 года [68] предполагается обеспечить многообразие решаемых прикладных и научных задач. В концепции [68] обозначено 105 таких задач, которые можно объединить в 8 основных направлений применения ДЗЗ, условно представленных на рис. 1.4:

- гидрометеорология, где необходимо с высокой периодичностью получать большой объем данных о состоянии облачных покровов и физико-химических параметрах поверхности Земли;

- экологический мониторинг на глобальном, региональном и локальном уровнях;

- мониторинг чрезвычайных ситуаций, включая обнаружение факта ЧС, оценку масштабов и характера разрушений; прогнозирование землетрясений и других разрушительных природных явлений; оповещение о цунами, наводнениях, селях, химическом и ином заражении местности, лесных пожарах, крупных разливах нефтепродуктов и т.д.;

- создание и обновление общегеографических и тематических картографических материалов;

- информационное обеспечение (ИО) деятельности по землеустройству, прокладке транспортных магистралей, строительству

промышленных объектов и градостроительству, составлению кадастров земельных и иных природных ресурсов;

- информационное обеспечение хозяйственной деятельности в ведущих отраслях социальной экономики, связанных с использованием и переработкой природных ресурсов;

- океанография и океанология (зондирование водных поверхностей с целью определения их свойств);

- фундаментальное изучение закономерностей и тенденций изменения глобальных и крупнейших региональных процессов в атмосфере и других оболочках нашей планеты.

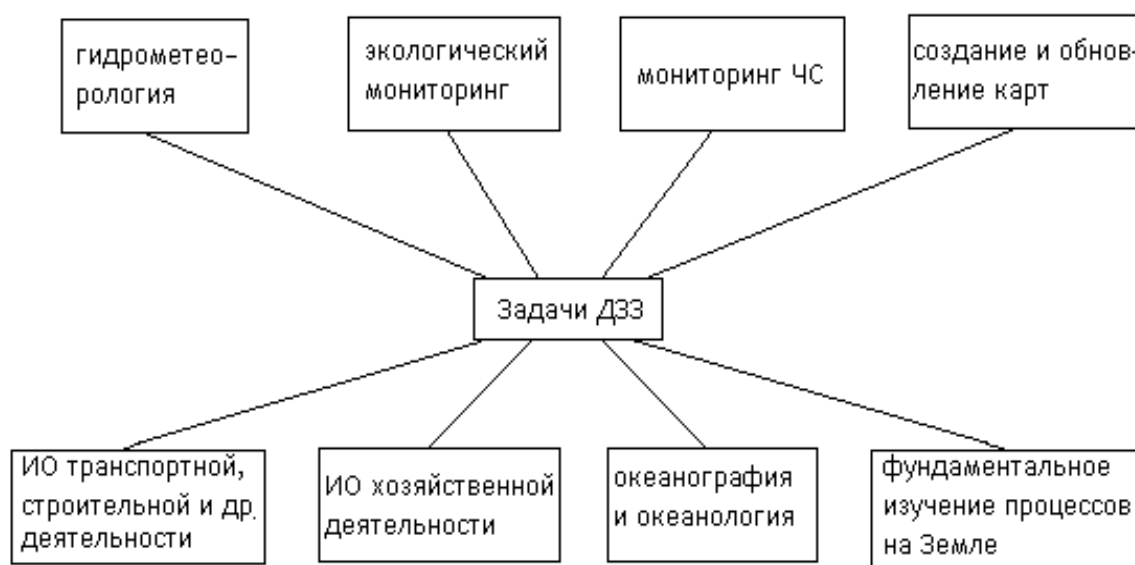


Рис. 1.4. Задачи ДЗЗ

Рассмотрим более подробно ключевые области применения данных ДЗЗ и применяемые в связи с этим подходы.

### 1.2.1. Мониторинг поверхности Земли

Мониторинг поверхности является одним из наиболее важных и типичных применений ДЗЗ [135,166]. Полученные данные используются при определении физического состояния поверхности Земли, например, леса, пастбища, дорожного покрытия и т.д., в том числе, результатов

деятельности человека, такие, как ландшафт, в промышленных и жилых зонах, состояния сельскохозяйственных территорий и т.п. Первоначально должна быть установлена система классификации земельного покрова, которая обычно включает в себя уровни и классы земель [199, 202]. Уровни и классы должны быть разработаны с учетом цели использования (на национальном, региональном или местном уровне), пространственного и спектрального разрешения данных ДЗЗ, запросам пользователя и т.д. [207]

Обнаружение изменения состояния поверхности Земли необходимо для обновления карт растительного покрова и рационализации использования природных ресурсов. Изменения, как правило, обнаруживаются при сравнении нескольких изображений, содержащих несколько уровней данных, а также, в некоторых случаях, при сравнении старых карт и обновленных изображений ДЗЗ:

- сезонные изменения: сельскохозяйственные угодья и лиственные леса изменяются посезонно [104];

- годовые изменения: изменения поверхности Земли или территории землепользования, например, районы вырубki леса или разрастания городов [65].

Информация о поверхности Земли и изменения характера растительного покрова необходимы для определения и реализации политики защиты окружающей среды и могут быть использованы совместно с другими данными для проведения сложных расчетов (например, определения рисков эрозии) [170, 192].

Одним из этапов мониторинга земной поверхности является создание или обновление цифровых моделей рельефа и местности. Эти модели являются производной материалов ДЗЗ и, в связи с различными средствами их получения, в значительной степени отличаются друг

от друга [96,161]. Большое разнообразие цифровых моделей местности позволяет решать задачи, связанные как с классическими направлениями, такими как создание и обновление топографических карт и планов, обеспечение инженерных и экологических изысканий, 3D-моделирование и анимация, так и относительно новыми задачами геодинамики, проектирования радиосетей и др.

В частности компания «СКАНЭКС» предлагает [172]:

- создание и обновление топографических карт и планов;
- создание специализированных кратерных цифровых моделей для целей проектирования и моделирования сотовых сетей и сетей радиорелейной связи;
- пространственный анализ и моделирование, экспертные решения;
- решение геодинамических задач (с применением методов дифференциальной интерферометрии);
- оценку открытых разработок природных ископаемых.

Примером цифрового моделирования местности являются результаты работы [45], в которой рассмотрены алгоритмы обработки стереоизображений высокого пространственного разрешения, полученных от космического аппарата «Ресурс-ДК». Описываются основные технологические этапы формирования цифровых моделей рельефа.

### **1.2.2. Мониторинг сельскохозяйственных угодий**

Пользователи могут получать ценную информацию о состоянии угодий, в том числе идентификацию культур, определение посевных площадей сельскохозяйственных культур и состояние урожая [209]. Спутниковые данные используются для точного управления и мониторинга результатов ведения сельского хозяйства на различных уровнях. Эти данные могут быть использованы для оптимизации фермерского хозяйства и пространственно-ориентированного управления

техническими операциями. Изображения могут помочь определить местоположение и степень истощения земель, а затем могут быть использованы для разработки и реализации плана лечения, для локальной оптимизации использования сельскохозяйственных химикатов.

Основными приложениями ДЗЗ являются:

1) растительность:

- классификация типа культур;
- оценка состояния посевов (мониторинг сельскохозяйственных культур, оценка ущерба);
- оценка урожайности [82];

2) почва:

- отображение характеристик почвы;
- отображение типа почвы;
- эрозия почвы [23];
- влажность почвы;
- отображение практики обработки почвы.

В работе [94] представлены процедуры использования спутниковых оценок характеристик растительного и снежного покровов, а также температуры подстилающей поверхности в моделях вертикального влаго- и теплопереноса в системе «почва-растительность/снежный покров-атмосфера» (SVAT и SSNAT), предназначенных для расчета составляющих водного и теплового балансов, температур почвы и снега. При этом спутниковые оценки получены с помощью разработанных методов тематической обработки данных измерений радиометров AVHRR/NOAA, MODIS/EOS Terra и SEVIRI/Meteosat-9. Представлены результаты моделирования вертикальных потоков тепла и влаги, влаго- и теплосодержания почвы и снежного покрова, температур почвы для

участка территории Центрально-Черноземной зоны Европейской части России площадью 227300 км<sup>2</sup> для сезонов вегетации 2003-2010 гг.

В работах [119, 120, 122] представлены результаты по обнаружению очагов массового распространения насекомых, таких как саранча и иксодовые клещи – распространители инфекций.

Многие работы посвящены использованию спутниковых данных в различных подотраслях сельского хозяйства, среди которых можно отметить следующие:

- оценка структуры посевов подсолнечника (по данным дистанционного зондирования спектрорадиометра MODIS) [98];
- оценка условий зимовки зерновых культур по спутниковым данным (на примере территории Ростовской области) [105];
- прогнозирование урожайности сельскохозяйственных культур на основе спутниковых данных [105];
- агроландшафтное районирования пахотных земель (по данным LANDSAT и MODIS) [117].

В работе [72] представлена оценка повреждения сельскохозяйственных культур ранними весенними заморозками 2000-2009 гг. на территории Республики Беларусь с использованием данных MODIS. В целом получено хорошее соответствие между наземными данными и результатами анализа данных MODIS, что позволяет рассматривать их в качестве возможного источника информации для оценки в масштабах страны объема ущерба и пространственного распределения повреждения заморозками сельскохозяйственных культур.

В работе [93] приведен анализ известного подхода к оцениванию санитарного состояния посевов сельскохозяйственных культур. Он основан на данных космического ДЗЗ и использовании вегетационных индексов. Такой подход существенно уменьшает информативность



спектральных каналов, так как вегетационные индексы представляют собой скалярную комбинацию сигналов отдельных каналов. В силу стохастичности задачи и высокой априорной неопределенности использование вегетационных индексов не позволяет решать задачу обнаружения сорняков, болезней и вредителей растений. Для решения этой проблемы в работе используется набор спектральных каналов, обладающих наибольшей информативностью. Для отбора таких каналов предложен подход, основанный на теории информации Шеннона. Задачу обнаружения сорняков, вредителей и болезней, в силу большого числа таких объектов, решают в два этапа.

На первом этапе используют все спектральные каналы средства космического зондирования и решают задачу классификации групп: сорняки, болезни и вредители. Для решения этой задачи применен вероятностно-статистический подход. При этом принято допущение о нормальном распределении параметров отражения каналов зондирования относительно обнаруживаемых групп классов. На втором этапе уточняют виды классов в группах «сорняки», «болезни», «вредители». Для этого используют байесовскую процедуру классификации с последовательным вводом информации каналов ДЗЗ. Для апробации методов был разработан программно-технический комплекс, ориентированный на формат информации Российского космического аппарата «Ресурс-П». Результаты апробации подтвердили работоспособность и высокую надежность предлагаемых методов. Проанализированы причины, сдерживающие реализацию предложенных методов. Они заключаются в отсутствии систематических исследований спектров отражения сорняков, вредителей и болезней для отдельных сельскохозяйственных культур.

### 1.2.3. Мониторинг лесных ресурсов

ДЗЗ применяется для мониторинга лесного покрова и идентификации видов [104]. Полученные карты могут покрывать большую площадь, одновременно отображая детальные измерения и характеристики территории (тип деревьев, высота, плотность) [200]. Используя данные ДЗЗ, возможно определить и разграничить различные типы леса [179], что было бы трудно достичь, используя традиционные методы на поверхности Земли. Данные доступны в различных масштабах и разрешениях, что вполне соответствует локальным или региональным требованиям. Требования к детальности отображения местности зависят от масштаба исследования. Для отображения изменений в лесном покрове (текстуры, плотности листьев) применяются [164]:

- мультиспектральные изображения, поскольку для точной идентификации видов необходимы данные с очень высоким разрешением;
- многоразовые снимки одной территории для получения информации о сезонных изменениях различных видов;
- стереофотографии для распознавания видов, оценки плотности и высоты деревьев;
- радары широко применяются в зоне влажных тропиков, благодаря их свойству получать изображения при любых погодных условиях;
- лидары позволяют получать трехмерную структуру леса, обнаруживать изменения высоты поверхности Земли и число деревьев на ней.

В ряде работ [8-9, 70] представлены оценки состояния поврежденных пожарами лесов по данным многоспектральных спутниковых измерений.

В работе [71] представлены результаты исследования предельных возможностей съемочной системы аппарата Landsat-TM по выявлению

ветровалов и определению их фактической площади (на примере Московской области), а также приведена оценка предельных возможностей методов выявления ветровалов по разновременным космическим изображениям Landsat-TM. Для оценки ошибки определения фактической площади ветровалов по снимкам Landsat-TM была построена зависимость относительной средней ошибки оценки площади ветровала от его реальной площади. Для оценки предельных возможностей методов обнаружения ветровалов представлены зависимости вегетационных индексов и главных компонент от площади ветровала.

В 2005-2008 годах в интересах Федерального агентства лесного хозяйства создана и введена в эксплуатацию система космического мониторинга лесов России с ежегодной съемкой высокого разрешения (6–10 м) всей территории интенсивного лесопользования (более 110 млн га). Оптимизация системы дистанционного мониторинга лесов проводилась по таким параметрам, как стоимость, эффективность, гарантия съемки, оперативность поставки данных [104].

Для обеспечения эксплуатации системы космического мониторинга лесов организован прямой прием информации с семи наиболее производительных спутников IRS-1C, IRS-1D, SPOT-4, IRS-P5, IRS-P6, SPOT-5, Formosat-2, для чего заключены лицензионные соглашения с компаниями-операторами спутников.

Стоящие перед Российским лесным хозяйством задачи мониторинга порядка лесопользования и выявления нелегальных вырубок в настоящее время эффективно решаются с помощью оптической спутниковой съемки высокого (2...10 м) разрешения. Тем не менее, даже несколько спутников оптического диапазона не всегда способны обеспечить полное покрытие объектов мониторинга безоблачной съемкой в течение одного сезона (с мая по конец сентября).

Дешифрирование оптических и радарных снимков осуществляется вручную (экспертным методом) с учетом имеющегося набора полевых образцов и материалов лесоустройства[172].

В работе [70] изложены методические вопросы определения лесных гарей в задачах оценки последствий лесных пожаров с использованием космических снимков и цифровых карт породного состава лесов. Приведены результаты дешифрирования космоснимков, иллюстрирующие контуры выгоревших участков леса (гарей). Показана возможность использования радарных снимков для всепогодного определения гарей независимо от наличия облачности в сочетании с оптическими снимками.

В работе [69] рассмотрены методические вопросы использования космических снимков для мониторинга лесов в условиях воздействия антропогенных и природных факторов.

В работе [114] изучается возможность использования данных оптических спутниковых систем Landsat для определения запасов стволовой древесины лиственницы и осины. Анализ проводился методом восстановления регрессионных зависимостей между значениями спектральной яркости в красном канале изображений Landsat и таксационными характеристиками по данным лесоустройства.

Современный облик лесов отдаленных северо-восточных районов Сибири и Дальнего Востока находится в зависимости от частых природных пожаров. Кроме того, характерной особенностью этой территории является мозаичная структура земель лесного фонда. В этих условиях материалы космической съемки оказываются одним из немногих источников объективной информации о пирологической характеристике участков лесной растительности. В результате исследований [57] установлена связь последствий природных пожаров 2000 г. с распределением категорий земель, преобладанием лесообразующих пород

в пострадавших насаждениях, распространением типов лесных земель, орографическими характеристиками местности по данным космического снимка ETM+ / Landsat 7.

В работе [61] предложен метод выявления очагов массового размножения насекомых –вредителей в лесах с использованием разновременных изображений MODIS, основанный на анализе состояния древесной растительности до и после повреждений. Спектрально-отражательные яркости, поврежденных насекомыми, лесов имеют слабое падение значений в пределах 10–20%, различимое при сравнении с аналогичными измерениями этой растительности на изображениях предыдущих лет. При этом изменение яркости поврежденного насаждения наблюдается только на следующий год, что требует привлечения спутниковых данных на одну и ту же территорию за разные годы. На рис. 1.5 показаны разновременные снимки, используемые для детектирования очагов размножения сибирского шелкопряда.

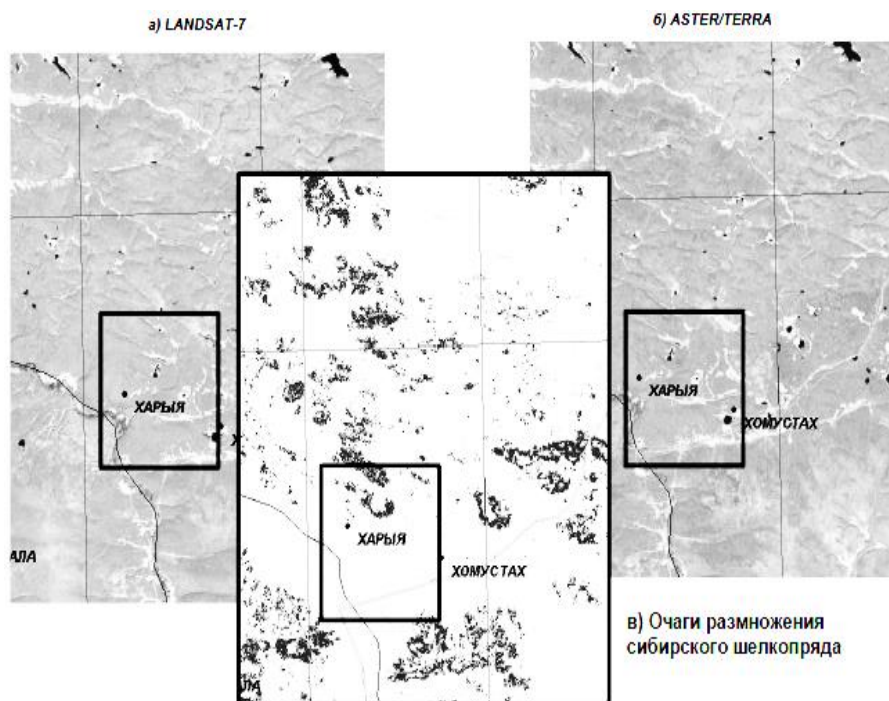


Рис.1.5. Изображения спутников LANDSAT-7 и ASTER TERRA (разрешение 20 м) для выявления и картирования очагов сибирского шелкопряда[61]

#### **1.2.4. Контроль морских и речных акваторий**

Внимание к информационным сервисам оперативного мониторинга нефтяных загрязнений на морской поверхности возрастает по мере увеличения масштабов шельфовой добычи и морской транспортировки углеводородного сырья, в связи с необходимостью оперативного реагирования на аварийные разливы нефти и значительным воздействием, которое оказывают нефтяные загрязнения на окружающую среду [138, 146, 184].

В начале 2000-х годов ИТЦ «СКАНЭКС» разработал технологию оперативного радиолокационного мониторинга судовой обстановки и нефтеразливов [172]. Она базируется на принципах прямого приема на сеть собственных универсальных малогабаритных станций «УниСкан™» и оперативной обработки данных со спутников Envisat-1 и Radarsat-1. Преимуществами отечественной технологии является высокая оперативность, реализуемая собственными приемными станциями с процессорами для синтеза геопродуктов, и невысокая стоимость, достигаемая контрактами на оптовую лицензированную закупку данных в виде сырого телеметрического потока в противовес закупкам более дорогих обработанных за рубежом геопродуктов.

В работе [69] описано применение дистанционных методов при решении региональных задач рационального природопользования в регионе Югра Ханты-Мансийского автономного округа, где добывается около 60% российской нефти. Представлена автоматизированная технология дистанционного мониторинга мест добычи и транспортировки нефти с целью обнаружения и картирования разливов нефти. Рассмотрен подход к изучению криогенных процессов на севере Сибири, основанный на анализе космических снимков. Эта задача актуальна в связи с влиянием

глобального потепления на многолетнюю мерзлоту в местах добычи и транспортировки нефти и газа.

В работе [92] обобщаются результаты многолетнего спутникового мониторинга акваторий Балтийского и Каспийского морей. В основу мониторинга был положен комплексный (многосенсорный) подход к решению задачи обнаружения и прогнозирования распространения нефтяных загрязнений, базирующийся на совместном использовании разнородных данных спутникового зондирования. Основным средством дистанционного контроля состояния морской поверхности и оценки степени загрязненности являлись радиолокаторы с синтезированной апертурой, установленные на спутниках ERS-2 и Envisat Европейского космического агентства. Для уверенной интерпретации радиолокационных изображений привлекались данные сенсоров MODIS аппаратов Aqua/Terra, MERIS спутника Envisat и AVHRR аппарата NOAA видимого и инфракрасного диапазонов, несущие информацию о полях температуры поверхности моря и мезомасштабной динамике вод. Большой объем данных позволил провести обобщения и получить статистически достоверные результаты о пространственной и временной изменчивости проявлений пленочных загрязнений.

#### **1.2.5. Геология и геодезия**

Спектральные методы ДЗЗ в геологии получили в последнее время широкое распространение [77]. Разработано большое количество авиационной и спутниковой аппаратуры для многоспектральной и гиперспектральной съемки. Физической основой для ее применения служат особенности спектров природных и антропогенных объектов на земной поверхности.

В работе [121] рассмотрены спектры минералов и горных пород, растительности, водных поверхностей, почв, антропогенных объектов в

видимом, ближнем и тепловом ИК диапазонах. Анализ существующих алгоритмов картирования минералов-индикаторов геологических обстановок, перспективных на выявление месторождений полезных ископаемых, выявил широкие возможности применения современных методов для решения задачи распознавания минералов.

В работе [47] выполнен анализ опубликованных за последнее десятилетие работ в области применения ДЗЗ при геологических и геофизических исследованиях. Проанализированы основные достижения в области изучения опасных геологических явлений, регионального геологического строения, поисков полезных ископаемых. Дана характеристика современному состоянию развития методов дистанционного зондирования, применяемых при решении геологических задач.

Современные спутниковые методы изучения землетрясений опираются на физические процессы, сопровождающие землетрясения: деформации земной поверхности, тепловые и электромагнитные явления [120]. Горизонтальные и вертикальные деформации земной поверхности после землетрясения достигают десятков сантиметров и метров, что легко фиксируется методом космической дифференциальной интерферометрии. Широкая сеть наземных станций GPS позволяет проводить мониторинг деформаций в режиме реального времени. Спутниками зафиксированы изменения гравитационного поля Земли в эпицентральной области Суматранского землетрясения в декабре 2004 г. Опубликованы многочисленные случаи повышения температуры поверхности Земли перед и после землетрясений на 3-5 °C на площадях в сотни и тысячи квадратных километров. Современные ИК системы уверенно регистрируют такого рода тепловые аномалии. Проводятся исследования изменения облачного покрова в связи с сейсмической активностью.



Широкое развитие получили работы по электромагнитным исследованиям в ионосфере. Получены устойчивые статистические оценки связи состояния ионосферы и сейсмической активности. В качестве перспективных направлений применения спутниковых методов для изучения землетрясений можно рассматривать изучение напряжений в земной коре, изменений плотности горных пород, уровня грунтовых вод и химического состав приземного слоя атмосферы.

#### **1.2.6. Контроль прохождения половодья и паводков на реках**

Климатические особенности России требуют контроля за ходом половодья на многочисленных крупных реках [60]. Так, в ходе спутникового мониторинга ледохода на Северной Двине, выполненного в интересах Архангельского ЦГМС-Р в 2009 году, принято и обработано более 70 спутниковых изображений (из них 39 радиолокационных) высокого и среднего пространственного разрешения (3–60 м): RADARSAT-1, ENVISAT-1, IRS-1D/-P6, SPOT 2/4 операторов CSA, MDA, Eurimage, ESA, ANTRIX и SPOT Image. В проекте принимала участие компания Infoterra (Германия), которая в оперативном режиме предоставляла снимки радиолокационного спутника TerraSAR-X.

В работе [69] описана информационная технология прогноза ежедневных и максимальных уровней воды в период весеннего половодья Средней Оби с использованием наземной и спутниковой информации.

В работе [80] рассмотрены основные задачи мониторинга экологического каркаса речного бассейна, показана актуальность использования материалов космической съемки для инвентаризации, оценки состояния и динамики элементов экологического каркаса бассейнов различного иерархического уровня, а также для выявления территорий, перспективных для мероприятий по усилению и реконструкции экологического каркаса.

### 1.2.7. Мониторинг с целью снижения рисков чрезвычайных ситуаций

Масштабные природные катастрофы (цунами, землетрясения, тропические тайфуны и др.) наряду с массовой гибелью людей вызывают разрушение транспортной и телекоммуникационной инфраструктуры, что в не всегда позволяет на местах адекватно оценивать обстановку и принимать своевременные и обоснованные решения [165, 180]. Технологии спутниковой съемки обеспечивают получение в сжатые сроки объективной информации о масштабах и последствиях ЧС, необходимой для дальнейшего планирования спасательных и гуманитарных операций. В то же время нарастает необходимость применения ДЗЗ для прогнозирования опасных природных и техногенных катастроф.

В работе [1] анализируются основные факторы, влияющие на эффективность обнаружения мелкомасштабных, высокотемпературных объектов (лесные пожары) на фоне земной поверхности при помощи дистанционного спутникового зондирования. Показано, что главную роль в эффективности обнаружения играет точный учет тепловой и отражательной составляющей в суммарном потоке излучения в средней инфракрасной области спектра (3–4 мкм). На рис. 1.6 отчетливо видны очаги возгорания, которые могут быть выявлены по спутниковым данным.



Рис. 1.6 Лесные пожары в Западной России. Снимок со спутника Aqua

### **1.2.8. Другие области применения**

В работе [122] представлены данные ДЗЗ для оценки влияния шлейфов очистных сооружений Санкт-Петербурга на экологическое состояние Невской губы. Результаты обработки показали высокую эффективность аэрокосмической тепловой и многоспектральной съемки для прослеживания шлейфов очистных сооружений.

В работе [78] использован алгоритм линейной MNF (MinimumNoiseFraction) трансформации и неуправляемой классификации для спутникового снимка высокого разрешения RapidEye с целью изучения пространственного распределения и различной степени загрязнения лесных экосистем отходами силикатного производства в Республике Марий Эл. В исследовании также использованы тестовые лесные участки, заложенные во время летних полевых работ 2012 г. в районе изучаемого предприятия. Результаты исследований свидетельствуют о высокой разделимости классов лесного покрова после проведения MNF трансформации и точности созданной тематической карты загрязнений лесных экосистем, прилегающих к силикатному производству.

В работе [79] рассмотрены проблемы заиливания водохранилищ, построенных на реках, протекающих в предгорных районах. Оценены возможности использования спутниковой информации для наблюдения за развитием негативных процессов в таких водохранилищах. Обсуждена необходимость организации постоянных наблюдений за русловыми водохранилищами, сооруженными несколько десятилетий назад. Отмечена актуальность разработки современных способов описания процессов преобразования акваторий водохранилищ и их берегов (альтернативных традиционным), предполагающих получение оценок морфометрических характеристик водоема в условиях сокращения наземной наблюдательной сети. К таким способам относятся ДЗЗ и картографирование водных

объектов и их водосборов с последующим формированием на основе полученных данных информационной базы проблемно-ориентированных ГИС.

Следует отметить также еще несколько сфер применения данных ДЗЗ:

- наблюдение за глобальными изменениями (истощение озонового слоя атмосферы, исчезновение лесов, глобальное потепление) [192];
- наблюдение за возобновляемыми природными ресурсами (заболоченные территории, почвы, леса, океаны) [65];
- картография (топография, землепользование, гражданское строительство) [90, 127];
- метеорология (динамика атмосферы, прогноз погоды) [60];
- добыча полезных ископаемых (минералы, нефть, природный газ) [81];
- контроль за опасными отходами производства.

### **1.3. Методы дистанционного исследования Земли**

В общем виде технологическая схема обработки многозональных изображений [106, 155], включающая регистрацию и визуальный анализ данных, фильтрацию изображений и классификацию объектов изображения, во многом совпадает с этапами обработки двумерных изображений. Однако есть и немаловажные отличия, обуславливающие сложность решения задач обработки многозональных изображений (МЗИ):

- наличие сложных корреляционных связей как между снимками, составляющими МЗИ, так и между отдельными изображениями, зарегистрированными в разные моменты времени;

- в соответствии с физическим характером МЗИ наиболее важные особенности анализируемой поверхности могут проявляться лишь на небольшой части совокупности исходных снимков;

- участки изображения, содержащие необходимую информацию, зачастую являются слабо различимыми при визуальном анализе исходных снимков.

Эти особенности требуют разработки нового представления последовательностей МЗИ, адекватного и достаточно простого.

В системах ДЗЗ, как правило, применяется обработка цифровых данных. При этом двумерное изображение в каждом спектральном диапазоне можно представить в виде двухмерного массива чисел, каждое из которых пропорционально интенсивности излучения, принятого датчиком от элемента поверхности Земли [118, 174]. Учесть несколько спектральных диапазонов можно с помощью трехмерного массива таких данных. При этом третьей координатой служит номер спектрального канала [144,147]. Использование многомерных массивов, как инструментов описания спутниковых данных, позволяет использовать известные методы обработки [174].

Регистрируемые массивы информации и результаты их обработки необходимо сохранять в промежуточных файлах. Основными форматами этих файлов являются:

- BandSequential (BSQ), предполагающий хранение каждого спектрального слоя в отдельном файле;

- BandInterleavedbyLine (BIL), в котором все данные хранятся в одном файле, чередуясь по строкам;

- BandInterleavedbyPixel (BIP) – совмещенный попиксельный способ хранения в едином файле;

- Совокупность двумерных изображений, сжатых одним из известных способов кодировки (tiff, jpg и т.д.) [143, 145, 148].

Файлы изображений обычно сопровождаются дополнительными сведениями, позволяющими получить информацию об основном файле данных (формат, число строк и столбцов, разрешение и т. д.), о статистических характеристиках хранимых массивов информации (минимальное, максимальное и среднее значение яркостей, их дисперсия и т.д.), об используемой картографической проекции. Эти сведения обычно содержатся либо в заголовке файла изображения, либо в отдельном текстовом файле.

Как правило, обработку данных ДЗЗ разделяют на предварительную и тематическую [158, 185, 195]. Под предварительной обработкой понимают набор действий, преобразующих информацию от наземной станции приема в некоторые, пригодные для архивации и дальнейшего использования. Предварительная обработка включает в себя радиометрическую калибровку, географическую привязку и геометрическую коррекцию изображений [13]. Подтематической понимают обработку с целью интерпретации данных ДЗЗ в рамках конкретной задачи с получением тематических информационных продуктов [191].

Иерархию уровней предварительной обработки для основных систем ДЗ можно представить следующим образом [62, 64, 89]:

- 1) переформатирование исходных данных;
- 2) внесение поправок на характеристики датчика;
- 3) внесение поправок на характеристики сцены;
- 4) расчет геофизических параметров.

В соответствии с указанной иерархией изображения разделяют по уровням произведенной обработки на следующие классы [64, 67, 194]:

1А - радиометрическая коррекция искажений, вызванных разницей в чувствительности отдельных датчиков [55,163];

1В - радиометрическая коррекция на уровне 1А и геометрическая коррекция систематических искажений сенсора, включая панорамные искажения, искажения, вызванные вращением и кривизной Земли, колебанием высоты орбиты спутника [150,151];

2А - коррекция изображения на уровне 1В и коррекция в соответствии с заданной геометрической проекцией без использования наземных контрольных точек. Используемая геометрическая коррекция устраняет систематические искажения сенсора и проектирует изображение в стандартную проекцию (UTM WGS-84);

2В - коррекция изображения на уровне 1В и коррекция с использованием контрольных наземных точек;

3 - коррекция изображения на уровне 2В и коррекция с использованием цифровой модели местности (ортотрансформирование);

S - коррекция с использованием контрольного изображения [160].

Рассмотрим для иллюстрации более подробно один из этапов предварительной обработки многозональных изображений – компенсацию пространственных искажений. Эти искажения в цифровых снимках возникают из-за особенностей съемочных систем и геометрических эффектов, связанных с формой Земли и параметрами движения регистрирующего снимок аппарата.

Процесс устранения искажений заключается в перемещении элементов снимка в некоторое новое положение в заданной системе координат. Как правило, этот процесс состоит из следующих этапов:

- выбор подходящей математической модели изображений;
- преобразование координат;
- повторная дискретизация (интерполяция).

Совокупность этих трех этапов называют деформированием [178].

С усложнением систем ДЗЗ, появлением задач, связанных с совмещением изображений, и возрастанием требований к точности, временному разрешению и воспроизводимости результатов измерений, растет и потребность в эффективных алгоритмах геометрической обработки.

Рассмотрим основные термины, которые используются для описания геометрической коррекции изображений разного уровня:

- совмещение – выравнивание двух снимков одной и той же области, в результате которого соответствующие элементы (пиксели) снимков относятся к одной и той же точке земной поверхности;

- геометрическое трансформирование – выравнивание изображения относительно карты [201], включающее геопривязку данных к системе координат проекции [54, 212];

- геокодирование – частный случай геометрического трансформирования, при котором все элементы изображения приводятся к стандартному значению наземного интервала дискретизации. Подобная стандартизация позволяет использовать карты и космические снимки, полученные с помощью разных съемочных систем, в качестве слоев географической информационной системы (ГИС) [53];

- ортотрансформирование – попиксельная коррекция изображений с целью устранения топографических искажений. Результирующее изображение является ортографической проекцией [113].

Дополнительную коррекцию изображений можно выполнить с помощью полиномиальной модели искажений и наземных контрольных точек. Этот второй этап, который называется полиномиальной коррекцией, обеспечивает приемлемые результаты во многих областях применения данных ДЗЗ, но в то же время имеет следующие недостатки:



1) данные дважды подвергаются повторной дискретизации, что приводит к снижению точности;

2) с помощью полиномов приемлемой степени невозможно учесть локальные особенности рельефа;

3) для обеспечения малого значения результирующей невязки требуется большое количество точек.

Полиномиальная коррекция широко распространена и реализована во всех основных программных средствах обработки данных ДЗЗ. Более сложный, но и более эффективный подход заключается в использовании физических моделей и учете всех поправок с помощью одной повторной дискретизации [134]. С помощью одноэтапной коррекции и повторной дискретизации можно получить скорректированный по всей сцене результат высокого уровня точности [134]. Однако для этого необходимо иметь исходный снимок и подробную информацию об эфемеридах и высоте спутника, а также специальные программные средства обработки данных. В то же время для ортотрансформирования требуется цифровая модель рельефа, без которой невозможно скорректировать положение каждого пикселя изображения [96].

После устранения пространственных искажений выполняют анализ полученного материала и выделение наиболее важных и информативных с точки зрения решаемой задачи спектральных слоев. Для этого наиболее широко используются метод главных компонент и метод «наложения» [153,167,203].

Основной идеей метода главных компонент является вращение осей спектрального пространства таким образом, чтобы добиться максимальной некоррелированности координат анализируемых точек. Очевидно, при этом происходит изменение координат каждого пикселя относительно новых осей, т.е. меняются их яркостные значения. Продольная секущая,

которая соответствует главной оси эллипса, называется первой главной компонентой данных.

Направление первой главной компоненты – первый собственный вектор, а ее длина – первое (максимальное) собственное число. Новая ось спектрального пространства определяется этой первой главной компонентой, а точкам в системе координат, соответствующей этой оси, теперь присваиваются новые координаты. Первая компонента показывает направление и длину главной оси эллипса. Вдоль нее яркости пикселей будут иметь в среднем наибольший диапазон изменчивости, что облегчает разделение объектов по различным яркостным градиациям.

После применения метода главных компонент количество каналов, данные которых анализируются, остается прежним, т.к. поворот осей в не понижает размерности пространства. Однако несколько первых новых каналов учитывают максимальный разброс данных, и поэтому данными остальных каналов часто можно пренебречь без потери полезной информации. Таким образом, метод главных компонент позволяет существенно уменьшить объем данных.

Отдельный анализ второй и последующих компонент может выявить минимальные различия данных основных составляющих каналов. По этим компонентам можно выделить тонкие детали изображения, которые были затенены более высоким контрастом в первоначальном изображении.

После предварительной обработки выполняется окончательный анализ спутникового материала, результатами которого являются либо искусственные тематические слои (например, полигональное описание посадок тех или иных сельскохозяйственных культур, лесных массивов), либо статистические сведения (объем замерзшей воды в реках и озерах,

площадь свалок мусора), либо признаки наличия тех или иных объектов (пожаров, мест обитания вредителей, подтопления территории и т.д.).

Примерами таких данных является продукция американской программы НАСА EOS – наборы тематических слоев ASTER AST07 и MODIS MOD09, используемые для исследования отражательной способности земных объектов, или слои MODIS MOD13, предназначенные для изучения вегетационных индексов [164,170]. В продукции EOS более высокого уровня используются не только данные космической съемки, но и результаты расчетов, полученные на других уровнях. Так, например, информация, содержащаяся в «инфракрасных» слоях, используется для подготовки другой продукции, например «вегетационных» наборов данных MOD13 (вегетационные индексы), MOD15 (глобальный листовой индекс), индекс излучения, поглощенного растительностью при фотосинтезе (FPAR) [198] или обнаружение тепловых аномалий и пожаров MOD14 [141, 168, 189, 190, 70].

Обычно на тематической карте приводится пространственное распределение распознаваемых признаков земной поверхности; она представляет собой скорее информационное описание заданного района, чем описание содержащихся там данных. Классификация является тем процессом, который используют для получения из снимка тематических карт [52, 186]. Темы могут изменяться от таких категорий, как почва, растительность и поверхностные воды (в общем описании сельского района), до различных типов почв, растительности и глубин водоемов или их прозрачности при более детальном описании. При составлении тематической карты из получаемых снимков подразумевается, что категории, выбранные для карты, различимы в данных, содержащихся на исходных снимках. Ряд факторов, таких как топография, затенение, изменчивость атмосферы, изменение калибровки датчика и

перемешивание классов внутри зоны обзора поверхности Земли (GIFOV), могут вызвать путаницу среди спектральных характеристик.

Традиционно тематическая классификация снимка включает в себя несколько этапов [44,131,133,156]:

1. Выделение признаков – преобразование многоспектрального снимка с помощью пространственного или спектрального преобразования в характерные признаки изображения. Примерами является выбор подмножеств полос, использование метода главных компонент для уменьшения размерности данных или фильтра пространственного сглаживания [137,139]. Этот этап является необязательным, так как многоспектральный снимок может быть при желании использован непосредственно.

2. Обучение – выбор пикселей для обучения классификатора распознаванию требуемых тем или классов, а также для определения границ решения, которые сегментируют пространство признаков в соответствии со свойствами обучающих пикселей. Этот этап либо контролируется аналитиком с помощью реализуемого компьютером алгоритма, либо не контролируется им [136,152].

3. Маркировка – применение границ решения пространства признаков к снимку в целом для маркировки всех пикселей. Если обучение было контролируемым, то метки уже привязаны к областям пространства признаков; если же оно было неконтролируемым, то аналитик должен будет на этом этапе присвоить метки этим областям [142,155,208]. Окончательная карта содержит по одной метке для каждого пикселя.

Одновременно с классификацией происходит существенное уменьшение количества данных. Многоспектральное изображение, состоящее из нескольких сотен полос, уменьшается до размеров карты, состоящей из 10-15 меток категорий. Карту поэтому можно сохранить с

использованием двоичного кодирования как файл с одной полосой и менее 8 бит/пиксель. Из-за этого классификацию иногда используют как инструмент сжатия для последующей эффективной передачи данных.

Классификатор выполняет аппроксимацию исходного снимка, которая приводит к оценке классификатора на основании точности этой аппроксимации. Данный подход представляет собой численный критерий оценки, позволяющий классифицировать подходящие испытательные полигоны для оценки точности меток на тематической карте. В работах [194, 195] рассматриваются оценки точности такой классификации.

В работе [10] представлен новый автоматизированный метод картографирования растительного покрова на основе данных спутниковых наблюдений спектрорадиометром MODIS. В основу метода положено использование предварительно очищенных от влияния облаков и других мешающих факторов многолетних временных серий данных спутниковых измерений спектрально-отражательных характеристик земного покрова с автоматическим распознаванием его типов на основе алгоритма локально-адаптивной классификации с обучением LAGMA. Созданная на основе разработанного метода новая карта, получившая название TerraNorte RLC, отражает пространственное распределение растительного покрова на территории России и имеет пространственное разрешение 250 м. Легенда карты содержит 22 тематических класса, из которых 18 соответствуют различным типам растительности.

В работе [88] на основе опыта создания, внедрения и эксплуатации различных систем дистанционного мониторинга введено и обосновано определение понятия базовых продуктов ДЗЗ, представляющих собой физические интегральные характеристики, получаемые на основе комплексирования и восстановления спутниковых данных. На основе анализа потребностей спутникового мониторинга определены общие

свойства базовых продуктов, показана их связь с уровнями представления спутниковых данных CEOS, классифицированы уровни, определены требования к процедурам генерации и исходным данным к ним. К базовым продуктам принято относить не только традиционно используемые геофизические параметры, сопоставимые с данными контактных измерений, но также интегральные характеристики, не сводимые к традиционным геофизическим параметрам.

К первой группе характеристик относятся, в частности:

- поля температур на различных поверхностях (температура верхней границы облачности, температура водной поверхности, суши и т.п.);
- поля содержания водяного пара или аэрозоля в различных слоях атмосферы;
- поля альбедо различных поверхностей и т.п.

Вторую группу характеристик составляют:

- нормализованные вегетационные индексы, отражающие объем биомассы в растительных системах;
- «почвенные» индексы, характеризующие степень покрытия наблюдаемых поверхностей растительностью;
- «снежные и ледовые» индексы, отражающие состояние снежного и ледового покрытия и т.д.

Существует ряд программных средств, применяемых для предварительной и тематической обработки данных ДЗЗ [173]. Наиболее распространены ERDASImagine, ERMapper, ENVI, IDRISI и др.

Программный пакет ERDASImagine предназначен для работы с растровыми данными. Он позволяет обрабатывать, выводить на экран монитора и подготавливать для дальнейшей обработки в программных приложениях ГИС и САПР различные картографические изображения.

Одним из достоинств системы является возможность пользователя самому написать модуль обработки изображений и затем внедрить его.

ERDAS ER Mapper – простое в использовании программное обеспечение, направленное на полноценную обработку геопространственных данных. ER Mapper Professional предоставляет полный набор функций, алгоритмов и операций для обработки геопространственных данных. Обработанные данные легко могут передаваться в ГИС приложения от различных производителей. Одно из основных достоинств – неограниченная компрессия данных в форматах ECW и JPEG2000.

Программный комплекс ENVI, выпускаемый американской корпорацией ITT VisualInformationSolutions, содержит наиболее полный набор функций для визуализации и обработки данных ДЗЗ и их интеграции в ГИС. ENVI используется для анализа мультиспектральных и гиперспектральных изображений. Программный комплекс содержит спектральные библиотеки и возможности для выполнения спектрального и топографического анализа, анализа растительности и классификации изображений по различным алгоритмам.

IDRISI представляет собой растровую ГИС, которая позволяет проводить хранение, анализ и визуализацию растровых карт, осуществлять обработку спутниковых изображений. В ней предусмотрена возможность работы с векторной информацией. IDRISI не является единой программой, но состоит из набора разнообразных модулей, образующих несколько блоков или систем. Главное достоинство пакета – небольшая стоимость по сравнению с другими зарубежными программами.

Программа для компьютерной обработки многозональных снимков MultiSpec проста в использовании, имеет широкий набор функций, хорошо известна среди специалистов по обработке снимков и

распространяется бесплатно. Система позволяет обрабатывать многозональные снимки (например, получаемые со спутников Ресурс-О, Landsat), а также гиперспектральные снимки, получаемые недавно разработанными системами, например сканерами AVIRIS и MODIS. Пакет широко используется в школьном и университетском эколого-географическом образовании и в других областях.

Таким образом, современные технические средства позволяют принимать изображения с искусственных спутников Земли на персональный компьютер, а новейшие программные средства дают возможность достаточно быстро обрабатывать эту информацию, вести электронные архивы. Все это делает материалы ДЗЗ доступными для самого широкого круга пользователей. В связи с этим задачи автоматической обработки получаемого материала приобретают в настоящее время особую актуальность.

## **Выводы**

Проведенный анализ показал две основные особенности известных подходов к обработке спутникового материала.

Во-первых, известные решения обычно не учитывают тот факт, что снимок из космоса может состоять из многих, естественным образом коррелированных между собой кадров, сделанных в разных спектральных зонах. Во-вторых, основанные на общих принципах обработки изображений, алгоритмы оказываются слишком медленными для решения задач обработки последовательностей МЗИ в реальном времени. Наконец, сами существующие решения не всегда пригодны с точки зрения эффективности для решения ряда задач анализа последовательностей МЗИ, таких как оперативный спутниковый контроль природных ресурсов,



исследование динамики протекания природных процессов и явлений, прогнозирование возможных последствий и выбора способов предупреждения чрезвычайных ситуаций.

Все это обуславливает необходимость разработки новых методов качественного и количественного анализа аэрокосмических наблюдений как единой многомерной совокупности.

## **ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

### **Постановка задачи**

В настоящей главе вначале (п. 2.1) выполняется обоснование применения математических моделей при решении задач исследования различных объектов, в том числе многозональных изображений и их последовательностей. Далее (п. 2.2) рассмотрено описание и исследованы некоторые свойства авторегрессионных (АР) случайных последовательностей, которые могут быть использованы в качестве основы описания многомерных изображений при синтезе различных процедур обработки. На основе этих моделей выполнен синтез и анализ АР моделей с кратными корнями характеристических уравнений. Показано, что порождаемые такими моделями СП обладают выраженными квазиизотропными свойствами (п.2.3). Также рассмотрены неавторегрессионные способы имитации изображений (п.2.4).

### **2.1. Моделирование многомерных изображений**

При решении задач обработки данных ДЗЗ важным этапом является выбор адекватной модели последовательностей наблюдаемых изображений. Естественно рассматривать такие последовательности как случайные поля (СП), заданные на многомерных пространственных сетках [26, 29, 46, 171, 182]. В настоящее время не существует универсального способа формирования таких СП с произвольно заданными характеристиками. Поэтому известные СП соответствуют реальным

изображениям лишь по ограниченному числу параметров (форма корреляционной функции (КФ), распределение амплитуд и т.п.) [49].

Рассмотрим вначале ряд известных моделей СП, которые могут быть использованы для приближенного описания изображений при синтезе различных процедур обработки изображений, таких как, например, фильтрация, сегментация или восстановление (прогнозирование).

Отметим, прежде всего, некоторые особенности, характерные для МЗИ, получаемых со спутника (рис. 2.1).

1. Съемка со спутника ведется одновременно в нескольких спектральных зонах [106].

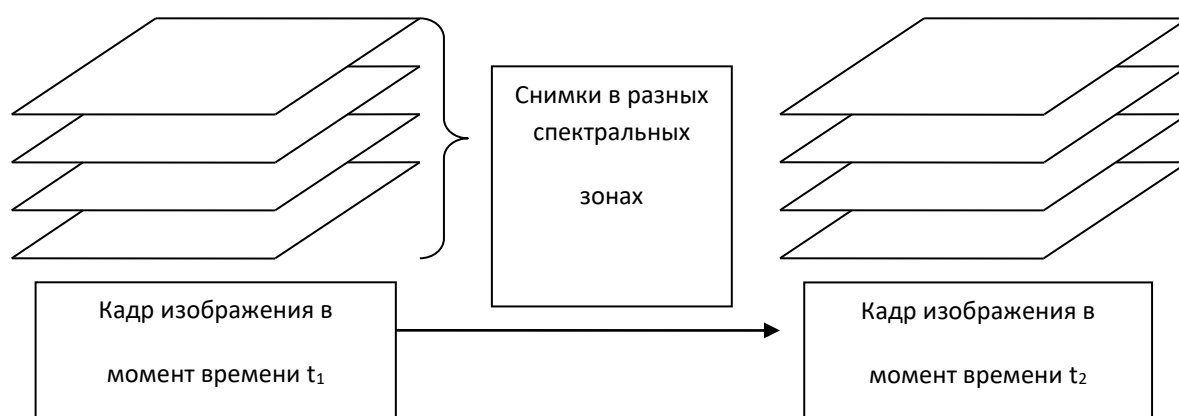


Рис. 2.1. Условная схема, описывающая изменяющееся во времени многозональное изображение

2. Кадры формируются в различные моменты времени, поэтому время в данной модели дискретно.

3. При съемке каждое изображение состоит собственно из изображения участка местности и различных помех (облаков, искажений, вызванных несовершенством оптики, и т.д.).

Все это позволяет применить для описания последовательностей МЗИ модели в виде СП [30,31,37], заданных на сетках соответствующих размерностей [17,28,37,50]. В достаточно общем случае для описания СП могут быть использованы тензорные разностные стохастические

уравнения [26,28,39]. В этом случае последовательность МЗИ определяется как изменяющееся в дискретном времени СП, заданное на многомерной сетке  $J_t = \{\bar{j} = (j_1, j_2, \dots, j_N); j_1 = 1, M_1; l = 1, 2, \dots, N\}$ , где  $j_1, j_2, \dots, j_N$  являются пространственными координатами (рис. 2.2).

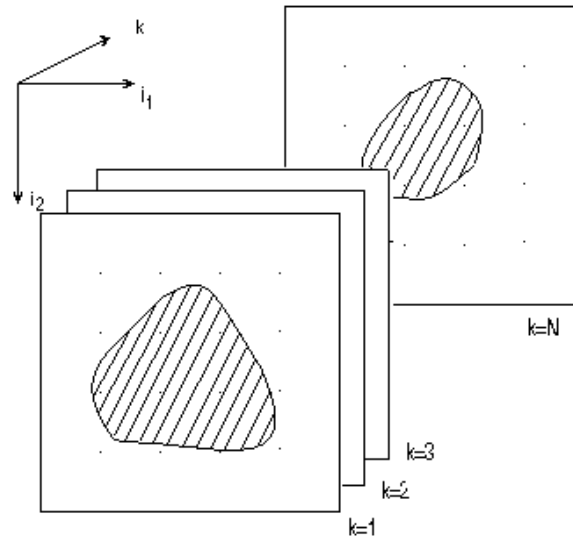


Рис. 2.2. Кадры многозонального изображения

Элементами СП являются скалярные величины (яркости изображения в данной точке). Таким образом, последовательность изменяющихся кадров исследуемого изображения можно рассматривать как СП на прямом произведении  $J_t \otimes T$  [38], элементы которого будем обозначать, как  $x_{\bar{j}}^t$  (значение СП в момент времени  $t$  в точке  $\bar{j}$ ).

В ряде случаев в качестве математической модели СП можно взять следующее линейное тензорное стохастическое разностное уравнение [30]:

$$x_{\bar{j}}^t = \rho_{\bar{j}\bar{l}}^t x_{\bar{l}}^{t-1} + g_{\bar{j}\bar{l}}^t \xi_{\bar{l}}^t, \quad \bar{j}, \bar{l} \in J_t,$$

где  $\{\xi_{\bar{l}}^t, \bar{l} \in J_t\}$  – СП независимых стандартных гауссовских СВ;  $\rho_{\bar{j}\bar{l}}^t, g_{\bar{j}\bar{l}}^t$  – тензоры с двумя групповыми индексами [30]. Это соотношение определяет гауссовско-марковское СП на прямом произведении  $J_t \otimes T$ . Задачи анализа и синтеза этой модели рассмотрены в работе [30].

Однако объем вычислений, необходимый для реализации тензорной модели, значителен. Поэтому возникает задача построения более простых моделей. Рассмотрим модель отдельного, получаемого в некоторый момент времени, кадра четырехмерного изображения. В дальнейшем этот отдельный кадр будем просто называть многозональным изображением (МЗИ).

Пусть МЗИ представляет собой снимок некоторого объекта или поверхности Земли, сделанный в один момент времени в разных спектральных зонах. Будем считать, что отдельные снимки, составляющие МЗИ, не имеют смещений относительно друг друга. При этом изображения, расположенные в соседних спектральных зонах, как правило, будут иметь сильную взаимную корреляцию.

В качестве модели МЗИ возьмем СП на трехмерной сетке со скалярными значениями в каждой точке. Эти значения при современной спутниковой съемке суть целые числа, изменяющиеся от 0 до  $N$  (например, в спутниках Landsat применяют 16-битные изображения, т.е.  $N=65535$ ). Третье измерение появляется как раз в силу многозональности рассматриваемого изображения. Так, если в многозональном изображении будет  $K$  спектральных зон (11 у спутника Landsat 8), то «глубина» рассматриваемого поля также будет равна  $K$ .

Пусть СП формируется послойно, т.е. элементы последующего слоя получают значения только тогда, когда завершено формирование элементов предыдущего слоя. Для отдельного слоя можно выбрать одну из описанных в литературе [28] схем формирования (например «змейкой» или построчно). Такое задание СП позволяет применить при формировании каждого отдельного слоя ту же методику моделирования, как и при описании обычных изображений.

Итак, пусть  $x_{ij}^k$  значение многозонального изображения в точке  $(i, j, k)$  пространственной сетки, где  $k$  – номер спектральной зоны (кадра изображения);  $i, j$  – координаты точки на  $k$ -м кадре. Способ формирования значения СП в этой точке можно представить в виде

$$x_{ij}^k = F(L(x_{ij}^k), D^1(x_{ij}^{k-1}), D^2(x_{ij}^{k-2}), \dots, D^k(x_{ij}^1), \xi_{ij}^k),$$

где  $L(x_{ij}^k)$  – область локальных состояний;  $D^l(x_{ij}^l)$  – опорная область (набор точек поля в  $l$ -м ( $l=1, 2, \dots, k-1$ ) слое), от значений поля в которых будет зависеть значение точки во вновь формируемом  $k$ -м слое);  $\xi_{ij}^k$  – СП случайных независимых гауссовских величин.

Упрощая построенную модель, можно записать выражение:

$$x_{ij}^k = F_0(L(x_{ij}^k)) + r_1 F_1(D(x_{ij}^{k-1})) + \dots + r_{k-1} F_k(D(x_{ij}^1)) + F(\xi_{ij}^k),$$

где  $r_1, r_2, \dots, r_{k-1}$  – коэффициенты, позволяющие ввести величину зависимости вновь формируемого слоя СП от более ранних значений.

Если вклад значений, отстоящих от формируемого кадра более чем на 1 слой, незначителен, то последнее выражение можно переписать так

$$x_{ij}^k = F_0(L(x_{ij}^k)) + r_1 F_1(D(x_{ij}^{k-1})) + \dots + r_l F_l(D(x_{ij}^{k-l})) + F(\xi_{ij}^k).$$

Модель описывает в общем случае негауссовскоемарковское СП.

Запишем линейный аналог последней формулы

$$x_{ij}^k = \sum_{i,j \in L} \rho_{ij} x_{ij}^k + \sum_{i,j \in D} r_{ij}^1 x_{ij}^{k-1} + \dots + \sum_{i,j \in D} r_{ij}^l x_{ij}^{k-l} + v \xi_{ij}^k.$$

Задача синтеза, т.е. подбора коэффициентов  $\rho_{ij}, i, j \in L, r_{ij}^l, i, j \in D$ , даже такой линейной модели при произвольно заданной КФ является чрезвычайно сложной. В связи с этим рассмотрим более простые АР модели случайных последовательностей и полей, которые могут служить для адекватного описания МЗИ.

## 2.2. Авторегрессионные модели случайных последовательностей

В основе АР моделей [30,46,49,204] формирования СП лежит представление об АР случайной последовательности, заданной следующим уравнением [166]:

$$x_i = \rho_1 x_{i-1} + \rho_2 x_{i-2} + \dots + \rho_m x_{i-m} + \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, k, \dots, \quad (2.1)$$

где  $\xi_i, i = 1, 2, \dots, N$  – гауссовские независимые СВ с нулевыми средними и дисперсиями  $M\{\xi_i^2\} = \sigma_\xi^2$ . С помощью подбора коэффициентов  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$  можно получить гауссовские последовательности  $\{x_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , с разнообразными корреляционными свойствами [76]. При этом для нахождения корреляционной функции (КФ) можно использовать разностное уравнение:

$$R_x(k) = \rho_1 R_x(k-1) + \rho_2 R_x(k-2) + \dots + \rho_m R_x(k-m), \quad k > 0.$$

КФ последовательности (2.1) при различных корнях  $z_\nu, \nu = 1, 2, \dots, m$ , характеристического уравнения:

$$z^m - \rho_1 z^{m-1} - \rho_2 z^{m-2} - \dots - \rho_m = 0, \quad (2.2)$$

и выполнении условия устойчивости  $|z_\nu| < 1, \nu = 1, 2, \dots, m$ , представляется суммой экспонент [34]:

$$R_x(k) = A_1 z_1^{|k|} + A_2 z_2^{|k|} + \dots + A_m z_m^{|k|}. \quad (2.3)$$

Использование простейшего уравнения первого порядка  $x_i = \rho x_{i-1} + \xi_i, \quad i = 2, 3, \dots, N$  приводит к экспоненциальной КФ  $R_x(k) = \rho^{|k|}$  (рис. 2.3, сплошная линия) и «колючему» виду реализаций такой СП (рис. 2.4, сплошная линия).

Рассмотрим теперь характеристическое уравнение (2.2) с корнем  $z = \rho$  кратности  $m$ , которое имеет вид  $(z - \rho)^m = 0$ , а уравнение авторегрессии (2.1) запишется следующим образом:

$$(1 - \rho z^{-1})^m x_i = \xi_i, \quad (2.4)$$

где  $z^{-k} x_i = x_{i-k}$ . Например, для процесса второго порядка выражение (2.4) переписывается в форме  $(1 - \rho z^{-1})^2 x_i = \xi_i$  или в явном виде:

$$x_i = 2\rho x_{i-1} - \rho^2 x_{i-2} + \xi_i. \quad (2.5)$$

КФ случайного процесса (2.5) примет вид:

$$R_x(k) = (1 + A|k|)\rho^{|k|},$$

где  $A = (1 - \rho^2)/(1 + \rho^2)$ . КФ приведена на рисунке 2.3 (пунктир) для случая  $\rho = 0,9$ . Реализация процесса (2.5) представлена на рисунке 2.4.

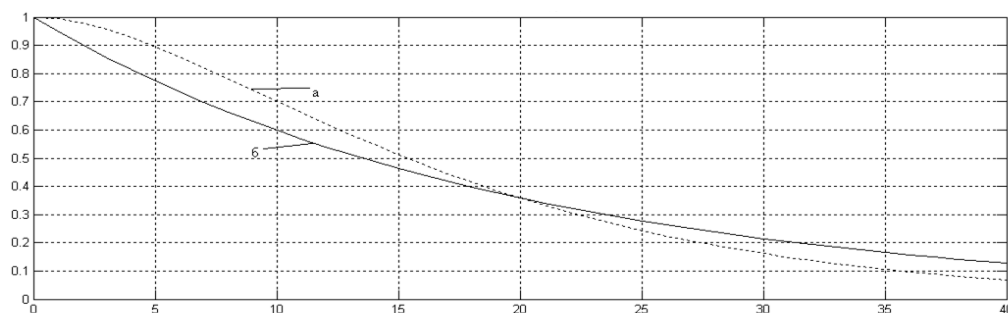


Рис. 2.3. КФ АР процессов первого порядка («а») при  $\rho = 0.95$  и второго порядка с кратными корнями характеристического уравнения («б») при  $\rho = 0.9$

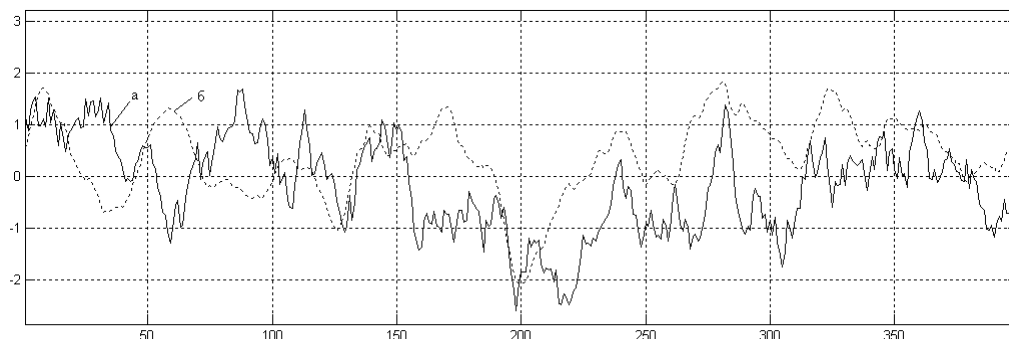


Рис. 2.4. Реализации АР процессов первого порядка («а») и второго порядка с кратными корнями характеристического уравнения («б») при  $\rho = 0.95$



Анализ представленных графиков показывает, что АР процессы с кратными корнями характеристических уравнений обладают двумя важными особенностями. Во-первых, КФ таких процессов отличаются заметным уплощением вершины, что свидетельствует о возможности формировать реализации СП с более плавным изменением во времени, чем у других последовательностей. Во-вторых, среди всех процессов 2-го порядка именно АР с кратными корнями характеристических уравнений имеют наиболее простое описание с помощью всего двух параметров. Кратный корень характеристического уравнения определяет корреляционные свойства, а дисперсия порождающей последовательности  $\xi_i$  – масштаб процесса.

На рис. 2.5 представлены АР процессы первого порядка и второго порядка с кратными корнями при одном и том же интервале корреляции (100 элементов).

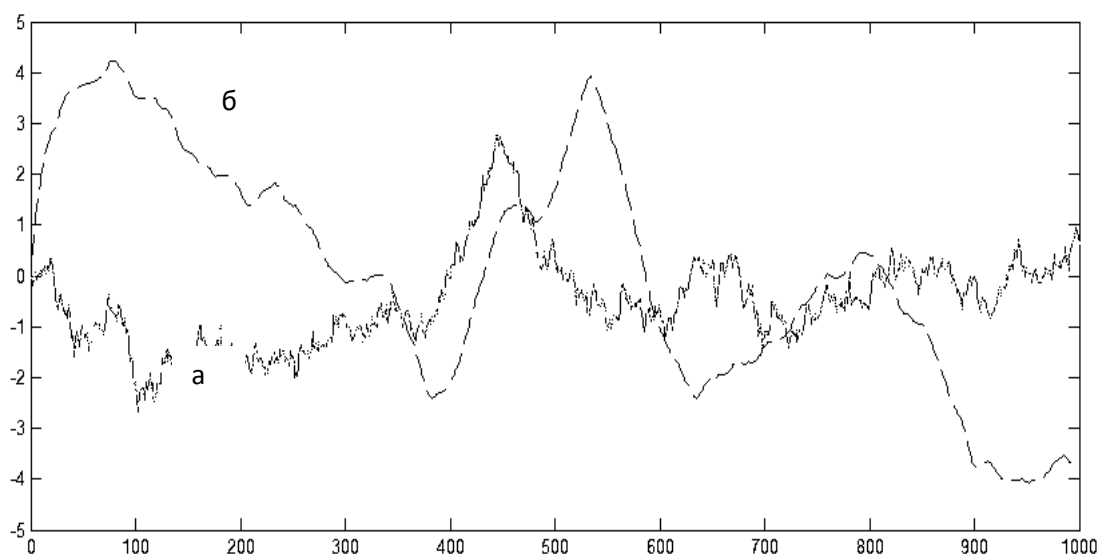


Рис. 2.5. Реализации процессов авторегрессии первого порядка (а) и второго порядка с кратными корнями характеристического уравнения (б)

При этом для АР процесса первого порядка  $\rho = 0.99$ , для АР процесса второго порядка  $\rho = 0.98$ . При близком к единице коэффициенте корреляции реализация модели с кратными корнями (рис. 2.5 – пунктир)

имеет очень маленькую дисперсию, поэтому на протяжении длительного времени значение СП практически остаются постоянными, а само изменение происходит плавно в сравнении, например, с АР первого порядка (рис. 2.5 – сплошная линия). Это объясняется плавным характером изменения КФ вблизи начала координат. Графики КФ показаны на рис. 2.6.

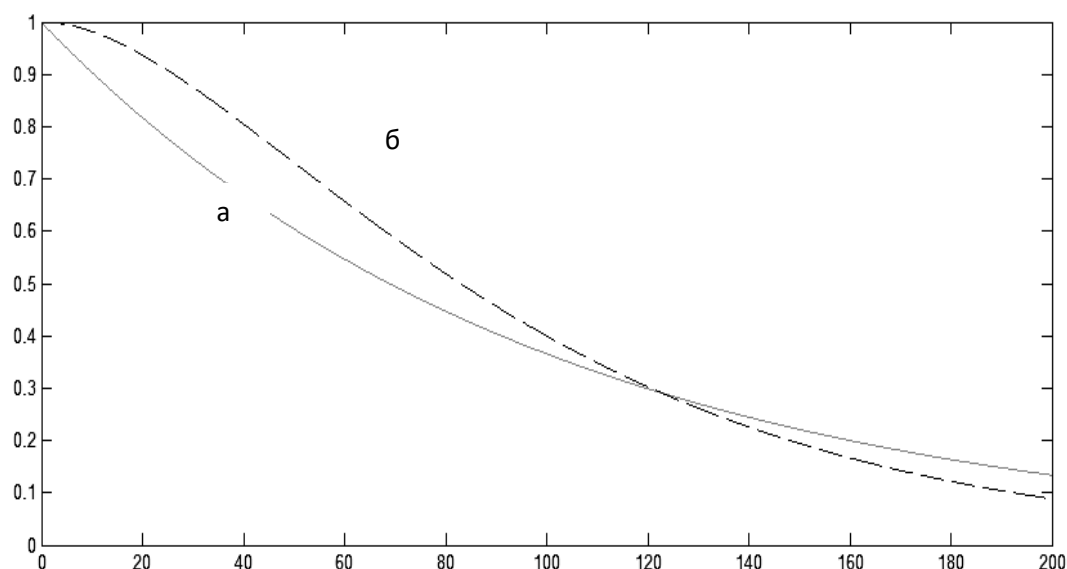


Рис. 2.6. Корреляционные функции процессов авторегрессии первого порядка (а) и второго порядка с кратными корнями характеристического уравнения (б) при  $\rho = 0.99$

Заметим, что при заданной дисперсии  $\sigma_x^2 = M\{x_i^2\}$  дисперсия  $\sigma_\xi^2$  последовательности  $\xi_i$  должна определяться по формуле  $\sigma_\xi^2 = \sigma_x^2(1 - \rho^2)^3 / (1 + \rho^2)$ .

Дальнейшего продвижения на пути улучшения корреляционных свойств СП с сохранением простоты описания можно достичь на основе уравнений авторегрессии (2.4) с корнями характеристических уравнений кратности  $m$ .

Для нахождения КФ последовательности (2.4) воспользуемся обратным  $Z$ –преобразованием:

$$R_x(k) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C S_x(z) z^{k-1} dz$$

от спектральной плотности:

$$S_x(z) = \frac{\sigma^2}{(z - \rho)^m (z^{-1} - \rho)^m},$$

где  $C$  – единичная окружность на плоскости комплексного переменного.

Находя вычет в полюсе  $z = \rho$  кратности  $m$ , получим:

$$R_x(k) = \sigma^2 \sum_{l=0}^{m-1} g(m, l, k) \frac{\rho^{2(m-l-1)}}{(1 - \rho^2)^{2k-l-1}},$$

$$\text{где } g(m, l, k) = \frac{(m+k-1)!(2m-l-2)!}{l!(m-1)!(m-l-1)!(m+k-l-1)!}, \quad \sigma_\xi^2 = \frac{\sigma_x^2 (1 - \rho^2)^{2m-1}}{\sum_{l=0}^{m-1} (C_{m-1}^l \rho^l)^2}.$$

Полученные соотношения полностью определяют параметры последовательности, порожденной АР уравнением (2.4) с корнем характеристического уравнения кратности  $m$ .

### 2.3. Авторегрессионные случайные поля

Рассмотренные в п.2.2 АР модели случайных последовательностей могут быть использованы для представления СП на многомерных сетках. Если для формирования АР последовательности первого порядка необходимо значение только одного предшествующего значения процесса, то для двумерного случая необходимы три предшествующих точки, как показано на рис. 2.7.

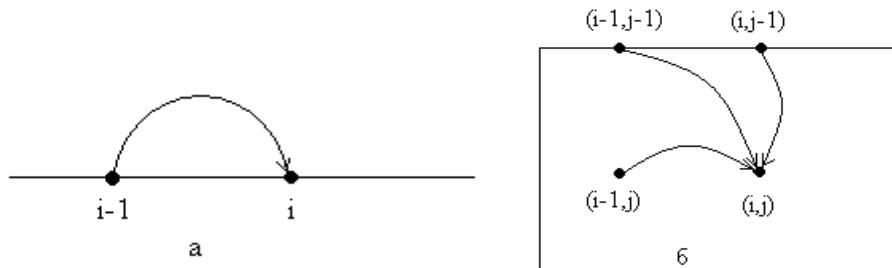


Рис. 2.7. Формирование элементов одномерной (а) и двумерной (б) авторегрессий

Вначале рассмотрим процесс формирования простейшего СП  $\{x_i, i \in \Omega\}$ , заданного на двумерной сетке  $\Omega$  с помощью известной АР модели Хабиби [123]:

$$x_{i_1, i_2} = \rho_1 x_{i_1-1, i_2} + \rho_2 x_{i_1, i_2-1} - \rho_1 \rho_2 x_{i_1-1, i_2-1} + \xi_{i_1, i_2}, \quad i_1, i_2 = 1, 2, \dots, \quad (2.6)$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – коэффициенты корреляции соседних элементов по столбцу и строке соответственно;  $\{\xi_{i_1, i_2}\}$  – двумерное СП независимых гауссовских СВ с нулевым средним  $M\{\xi_{i_1, i_2}\} = 0$  и дисперсией  $\sigma_\xi^2 = M\{\xi_{i_1, i_2}^2\} = (1 - \rho_1^2)(1 - \rho_2^2)\sigma_x^2$ ;  $\sigma_x^2 = M\{x_{i_1, i_2}^2\}$ ;  $M_1 \times M_2$  – размер моделируемого изображения.

Реализация СП (2.6) с параметрами:  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\rho_2 = 0.89$ , размер  $640 \times 480$ , показана на рис. 2.8.

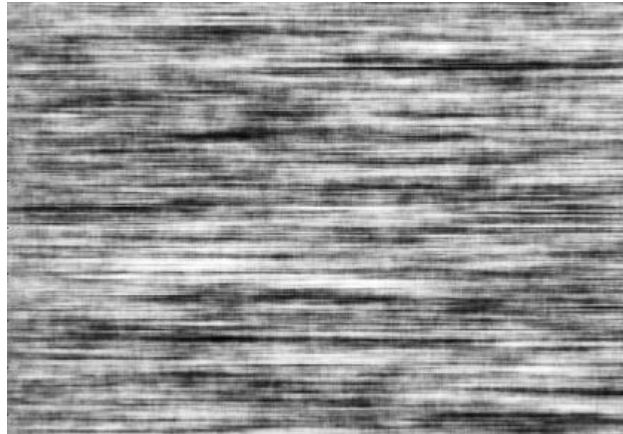


Рис. 2.8. Реализация СП с параметрами  $\rho_1 = 0.99$ ,  $\rho_2 = 0.89$

Можно показать [123], что КФ такого СП описывается следующим выражением:

$$R(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \rho_1^{|k_1|} \rho_2^{|k_2|}, \quad (2.7)$$

где  $\sigma_x^2$  – дисперсия поля  $X$ ;  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – параметры модели;  $k_1$  и  $k_2$  – расстояния между элементами СП  $X$  по осям  $x$  и  $y$  соответственно.

Обратим внимание, что на основе рассмотренных АР уравнений могут быть построены каузальные модели СП, заданные на многомерных

сетках [30,46]:  $\Omega: \{\bar{i} = (i_1, i_2, \dots, i_N)^T, i_1 = 1, 2, \dots, M_1; i_2 = 1, 2, \dots, M_2; \dots; i_N = 1, 2, \dots, M_N\}$ .

Соответствующее АР уравнение запишется в виде:

$$\prod_{k=1}^N (1 - \rho_k z_k^{-1})^{m_k} x_{\bar{i}} = \xi_{\bar{i}}, \bar{i} \in \Omega, \quad (2.8)$$

где  $\rho_k$  и  $m_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  – параметры и кратности корней порождающих одномерных авторегрессий. Корреляционная функция разделимого СП  $x_{\bar{i}}$ ,  $\bar{i} \in \Omega$  находится как произведение КФ его компонент:

$$R(\bar{k}) = \sigma_x^2 \prod_{i=1}^N R_i(k_i),$$

где  $R_i(k_i) = \rho_i^{|k_i|}$  – одномерная нормированная КФ вдоль оси  $i$ .

Оценка параметров простейшей АР модели достаточно проста [33, 34]. Однако при увеличении размеров областей локальных состояний возникают математические и вычислительные трудности. Действительно, расширение области локальных состояний приводит к описанию СП с помощью совокупности одномерных АР уравнений порядка  $m$ :

$$x_i = \rho_1 x_{i-1} + \rho_2 x_{i-2} + \dots + \rho_m x_{i-m} + \xi_i, i = 1, 2, \dots, M. \quad (2.9)$$

Чтобы повысить порядок модели для описания МЗИ, запишем АР модель, как и в одномерном случае, в более общем виде

$$x_{i,j} = \sum_{l=0}^{m_j} \sum_{k=0}^{m_i} \rho_{kl} x_{i-k, j-l} - \rho_{00} x_{i,j} + \xi_{i,j}, i = \overline{1, \dots, M_1}, j = \overline{1, \dots, M_2}, \quad (2.10)$$

где  $\{x_{i,j}\}$  – реализация СП (изображение);  $\rho_{kl}$  – весовые коэффициенты для элементов, отстающих друг от друга по осям  $i$  и  $j$  на  $k$  и  $l$  пикселей соответственно;  $\{\xi_{i,j}\}$  – независимые гауссовские СВ с нулевыми средними  $M\{\xi_{i,j}\} = 0$  и дисперсией

$$M\{\xi_{i,j}^2\} = \sigma_\xi^2 = [1 - \sum_{l=0}^{m_j} \sum_{k=0}^{m_i} \rho_{kl} R(k,l) + \rho_{00} R(0,0)] \sigma_x^2; \quad (2.11)$$

$m_i$  и  $m_j$  – протяженности области локальных состояний по каждой из двух координат;  $M_1 \times M_2$  – размер изображения.

Количество слагаемых модели с учетом случайной добавки будет равно  $(m_i + 1) \times (m_j + 1)$ . Используя формулу (2.10), можно записать соотношение для расчета значений КФ:

$$R(k_1, k_2) = \sum_{l=0}^{m_j} \sum_{k=0}^{m_i} \rho_{kl} R(k_1 - k, k_2 - l) - \rho_{00} R(k_1, k_2), \quad k_1 > 0, k_2 > 0 \quad (2.12)$$

Однако аппроксимация такой моделью изотропных СП не всегда приводит к сходству их статистических свойств. Например, для получения гауссовской КФ изотропного СП

$$R(k_1, k_2) = \rho^{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} \quad (2.13)$$

невозможно подобрать коэффициенты АР со сколь угодно большой, но конечной областью локальных состояний.

Проведенный анализ показал, что из всего многообразия многомерных АР моделей можно выделить наиболее простую группу, позволяющую имитировать СП близкие к изотропным. Такой группой являются АР модели с кратными корнями характеристических уравнений.

Рассмотрим вначале простой случай АР модели с кратными корнями характеристических уравнений кратности два. Для двумерной сетки в операторной форме такая модель будет иметь следующий вид:

$$(1 - \rho_1 z_1^{-1})^2 (1 - \rho_2 z_2^{-1})^2 x_{ij} = \xi_{ij}.$$

После преобразования из частотной области в пространственную с индексами  $i, j$  на двумерной сетке это же уравнение запишется следующим образом:

$$x_{ij} = 2\rho_1 x_{(i-1)j} + 2\rho_2 x_{i(j-1)} - \rho_1^2 x_{(i-2)j} - \rho_2^2 x_{i(j-2)} - 4\rho_1 \rho_2 x_{(i-1)(j-1)} + \\ + 2\rho_1^2 \rho_2 x_{(i-2)(j-1)} + 2\rho_1 \rho_2^2 x_{(i-1)(j-2)} - \rho_1^2 \rho_2^2 x_{(i-2)(j-2)} + \xi_{ij}. \quad (2.13)$$

Реализация СП размером  $200 \times 200$ , порожденного этим стохастическим разностным уравнением с параметрами  $\rho_1 = 0.9$  и  $\rho_2 = 0.9$ , представлена на рис.2.9,б. На этом же рисунке представлена реализация СП, полученная с помощью модели Хабиби (рис.2.9,а). Интервал корреляции для этих реализаций одинаков и составляет 25 пикселей.

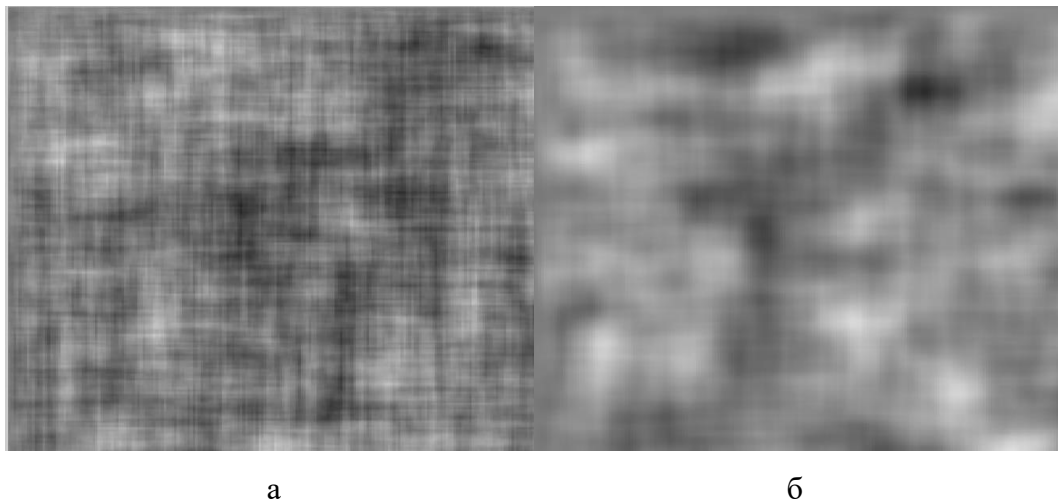


Рис. 2.9. Реализации АР модели с кратными корнями первого (а) и второго (б) порядков

Можно показать [204], что КФ для рассматриваемой модели значительно отличается от КФ случайного поля Хабиби (2.6) и принимает следующий вид:

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \left(1 + \frac{1 - \rho_1^2}{1 + \rho_1^2} |k_1|\right) \left(1 + \frac{1 - \rho_2^2}{1 + \rho_2^2} |k_2|\right) \rho_1^{|k_1|} \rho_2^{|k_2|}, \quad (2.14)$$

где  $\sigma_x^2$  – дисперсия СП;  $\rho_1, \rho_2$  – параметры модели;  $k_1$  и  $k_2$  – расстояния между элементами СП по осям  $x$  и  $y$ .

На рис.2.10 представлены сечения КФ для СП Хабиби (сплошная линия) и СП, порожденного моделью (2.14) (пунктир). Анализ графиков показывает, что КФ для модели с кратными корнями характеристических

уравнений (2.14) имеет «колоколообразную» форму, благодаря чему близко расположенные друг к другу элементы СП обладают большей связью. Это свойство в одномерном случае позволяет получить сглаженную случайную последовательность, а в двумерном – плавные переходы яркости между соседними пикселями.

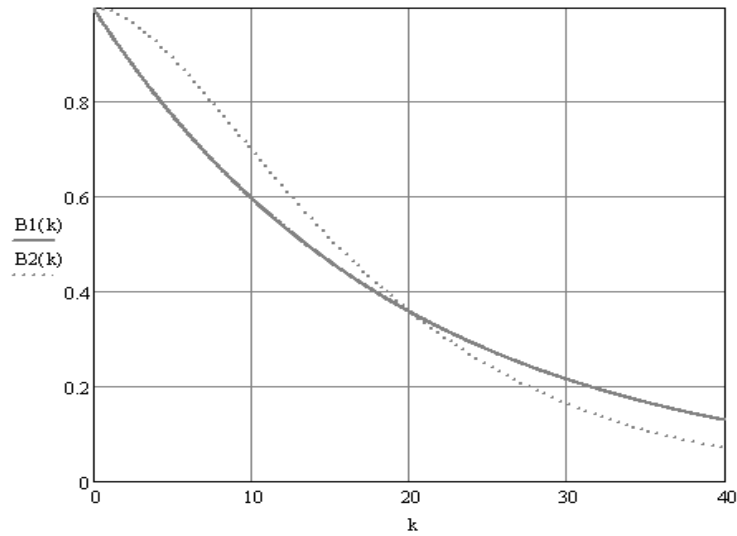


Рис. 2.10 Сечения корреляционных функций

Общая формула АР моделей с корнями различных кратностей [29] имеет следующий вид:

$$x_{i,j} = \beta \xi_{i,j} - \sum_{i_1=0}^{m_1} \sum_{j_1=0}^{m_2} \alpha_{i_1,j_1} x_{i-i_1,j-j_1}, \quad (2.15)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  определяют кратность модели; коэффициенты

$$\alpha_{i_1,j_1} = \alpha_{xi1} \alpha_{yj1}, \quad \alpha_{xi1}(\rho_1, m_1) = (-1)^{i_1+1} C_{m_1}^{i_1} \rho_1^{i_1},$$

$$\beta = \frac{\sigma_x}{\sigma_\xi} \beta_1 \beta_2, \quad \alpha_{yj1}(\rho_2, m_2) = (-1)^{j_1+1} C_{m_2}^{j_1} \rho_2^{j_1},$$

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{(1-\rho_1^2)^{2m_1-1}}{\sum_{l=0}^{m_1-1} (C_{m_1-l}^l \rho_1^l)^2}}, \quad \beta_2 = \sqrt{\frac{(1-\rho_2^2)^{2m_2-1}}{\sum_{l=0}^{m_2-1} (C_{m_2-l}^l \rho_2^l)^2}}.$$



С помощью представленных выражений легко показать, что трехточечная модель Хабиби (2.6) может быть представлена моделью с кратными корнями ( $m_1 = 1, m_2 = 1$ ), а восьмиточечная (2.8) – моделью с корнями кратности ( $m_1 = 2, m_2 = 2$ ). Рассмотрим возможности представления СП с помощью моделей с высокими кратностями корней характеристических уравнений.

На рис.2.11 приведены реализации СП, порожденные моделью с кратными корнями при различных параметрах.

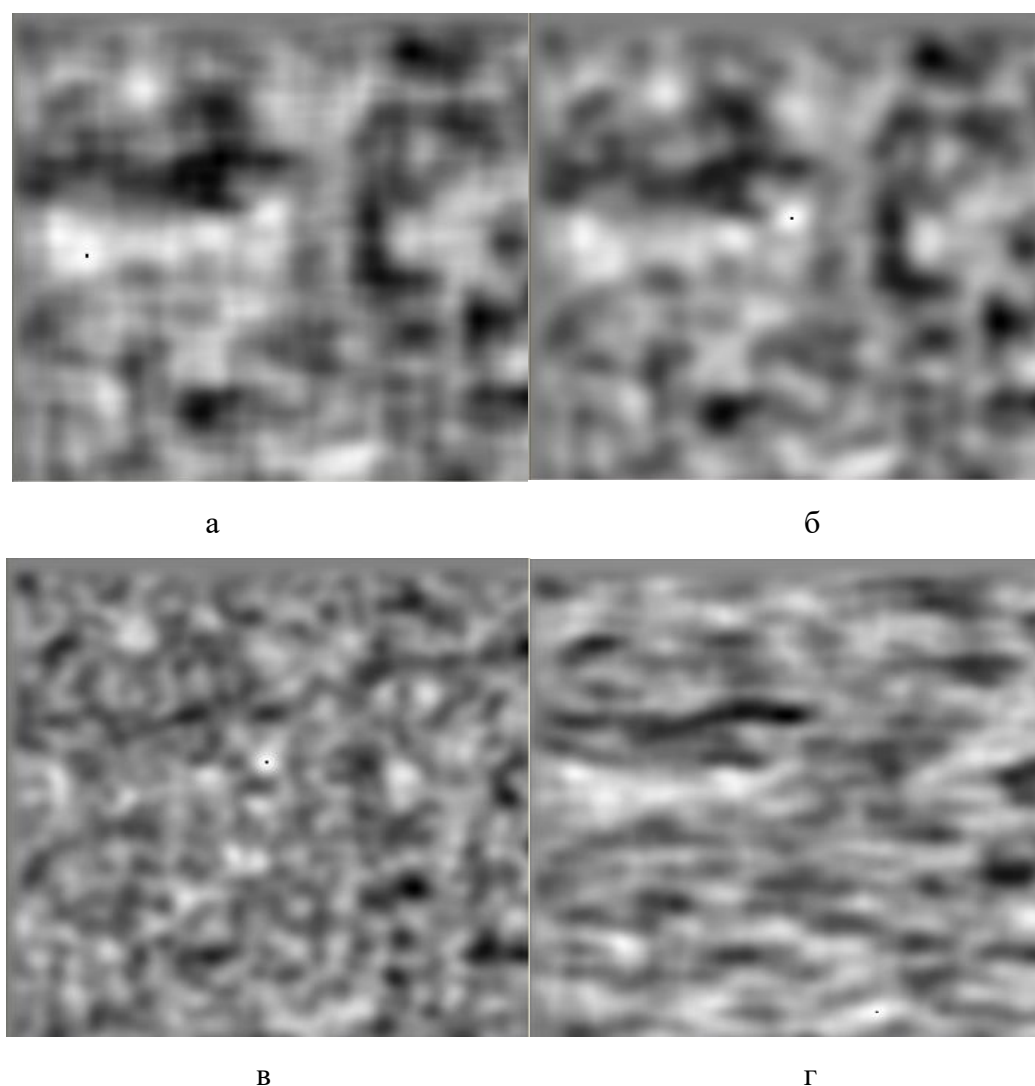


Рис. 2.11. Реализации случайных полей с помощью АР модели с кратными корнями с параметрами  $m_1 = m_2 = 2; \rho_1 = \rho_2 = 0.95$  (а),  $m_1 = m_2 = 6; \rho_1 = \rho_2 = 0.86$  (б),  $m_1 = m_2 = 12; \rho_1 = \rho_2 = 0.6$  (в),  $m_1 = 3; m_2 = 12; \rho_1 = 0.95; \rho_2 = 0.6$  (г)

Визуальный анализ представленных реализаций показывает, что с ростом кратности эффект анизотропии поля, выражаемый заметными вертикальными и горизонтальными линейными образованиями, становится практически незаметен. Видно, что с увеличением АР коэффициентов возрастает коррелированность формируемого поля, выражаемая степенью гладкости представленных изображений.

Анализ реализаций СП, порожденных моделями с кратными корнями характеристических уравнений, показывает, что с ростом кратности они приближаются по характеру к изотропным СП. Соответствующие изменения проявляются и в виде КФ. Действительно, рассмотрим вначале двумерный случай при кратности  $m=2$ . Корреляционная функция такого СП имеет вид (2.14), и при  $1 - \rho_i \ll 1$  получаем

$$R(k_1, k_2) = R(k_1)R(k_2) = 1 - \frac{k_1^2}{a^2} - \frac{k_2^2}{b^2} + k_1^2 k_2^2 (1 - \rho_1)^2 (1 - \rho_2)^2 A(\rho_1) B(\rho_2), \quad (2.16)$$

$$\text{где } a = \sqrt{\frac{1 + \rho_1^2}{(1 - \rho_1^2)(1 - \rho_1)}}; \quad b = \sqrt{\frac{1 + \rho_2^2}{(1 - \rho_2^2)(1 - \rho_2)}}; \quad A(\rho_1) = \frac{1 + \rho_1}{1 + \rho_1^2}, \quad B(\rho_2) = \frac{1 + \rho_2}{1 + \rho_2^2}.$$

Очевидно, сечения  $R(k_1, k_2)$  близкого к  $R(k_1, k_2) = 1$  уровня асимптотически, при  $1 - \rho_i \rightarrow 0$ , являются эллипсами.

Можно показать, что при больших интервалах корреляции КФ двумерного СП (2.16), порожденного авторегрессиями с корнями характеристических уравнений произвольной кратности  $m_1$  и  $m_2$ , может быть записана в виде

$$R(k_1, k_2) = R(k_1)R(k_2) = 1 - \frac{k_1^2}{a^2} - \frac{k_2^2}{b^2} + k_1^2 k_2^2 (1 - \rho_1)^{m_1} (1 - \rho_2)^{m_2} A(\rho_1) B(\rho_2).$$

Анализ полученной формулы показывает, что с ростом кратности слагаемое, отличающее сечения КФ от эллипсов, уменьшается и при

больших кратностях условие  $1 - \rho_i \ll 1$ ,  $i = 1, 2$ , становится не таким уж обременительным. Вывод о возрастании изотропии СП вслед за увеличением кратности корней подтверждается анализом соответствующих графиков – сечений КФ на различных уровнях (рис.2.12).

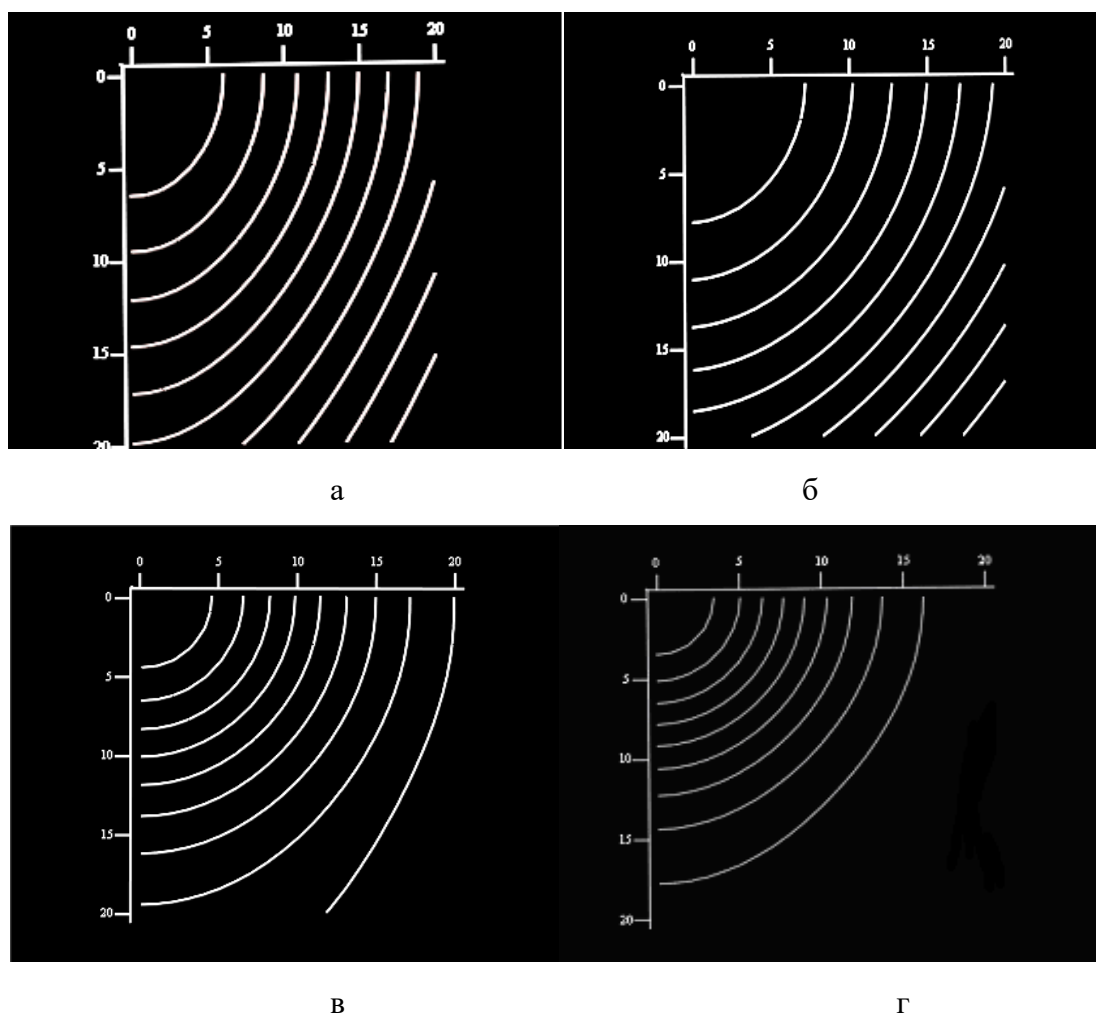


Рис. 2.12. Сечения КФ на уровнях от 1 до 0 с шагом 0,1 для АР модели с кратными корнями с параметрами  $m_1 = m_2 = 3$  (а),  $m_1 = m_2 = 6$  (б),  $m_1 = m_2 = 9$  (в),  $m_1 = m_2 = 12$  (г)

Представленные АР уравнения могут быть обобщены на случай представления кадров многозонального изображения. Для этого воспользуемся АР уравнением, заданном на трехмерной сетке. Коэффициент корреляции между слоями выбирается на основе данных о

межкадровых корреляциях внутри многозонального изображения. Кратность модели вдоль введенной третьей оси выбирается в соответствии с характером корреляционных связей между слоями многозонального изображения. Для моделирования формирующейся во времени последовательности многозональных изображений к такой модели можно добавить еще одно измерение, положив, например, кратность модели вдоль временной оси равной единице. На рис.2.13 показаны построенные таким образом реализации четырехмерного СП, содержащие по два кадра в каждом временном сечении.

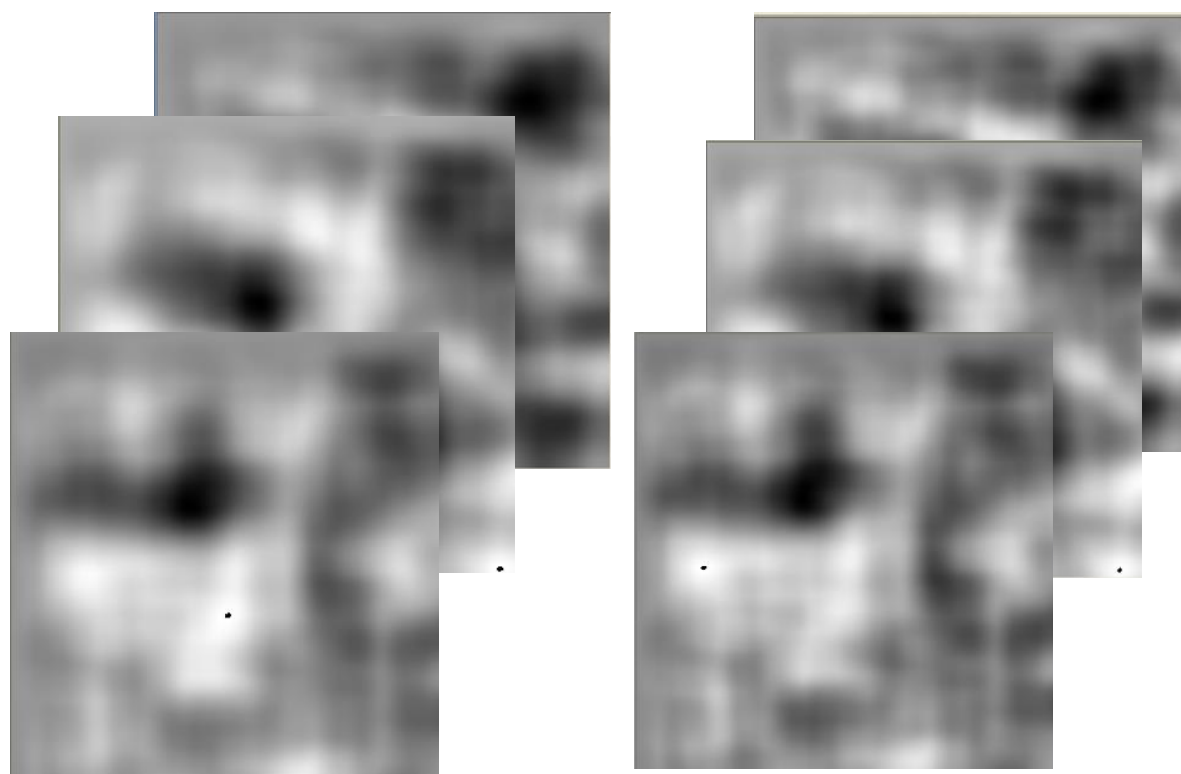


Рис. 2.13. Реализация последовательности двухзональных изображений

Следует отметить еще одно достоинство моделей с кратными корнями характеристических уравнений – простоту идентификации параметров СП любой размерности. Действительно, для идентификации можно использовать двухэтапную процедуру, проводимую независимо по каждой из осей. На первом этапе необходимо определить значения

кратности характеристических корней АР уравнений. Эта задача может быть решена на основе методики определения порядка АР одномерной последовательности. На втором этапе производится определение значения параметра  $\rho$ , например, на основе выборочных значений КФ [29].

## 2.4. Неавторегрессионные модели изображений

Несмотря на многообразие представленных АР моделей, с их помощью затруднительно описывать некоторые виды спутниковых снимков.

Возможным вариантом описания близких к изотропным изображений может быть использование волновых моделей [29]. Для волновых моделей СП формируется следующим образом:

$$S(x, t) = \sum_{\{i: \tau_i \leq t\}} f(x, t; u_i, \tau_i; \bar{\omega}_i),$$

где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $u = (u_{i_1}, u_{i_2}, \dots, u_{i_n})$  – точки  $n$ -мерного пространства;  $t$ ,  $\tau_i$  – время;  $\{(u_i, \tau_i)\}$  – дискретное поле случайных точек (ПСТ);  $\bar{\omega}_i$  – вектор случайных параметров функции.

Такие СП можно трактовать как результат суммарного воздействия случайных возмущений (волн)  $f(x, t; u_i, \tau_i; \bar{\omega}_i)$ , возникающих в случайных местах  $u_i$  в случайные моменты времени  $\tau_i$  и изменяющихся по некоторому закону во времени и в пространстве. Выбор способа формирования волн  $f$ , параметров ПСТ и  $\bar{\omega}_i$  позволяет получить широкий спектр типов СП. Примером могут служить пуассоновские поля, модель взвешенных сумм, модели случайных блужданий.

Для формирования такого СП требуются существенные вычислительные затраты. В настоящее время не решен и представляется весьма сложным вопрос об аналитическом представлении законов

распределения вероятностей волновых моделей. Пример реализации СП представлен на рис.2.14.

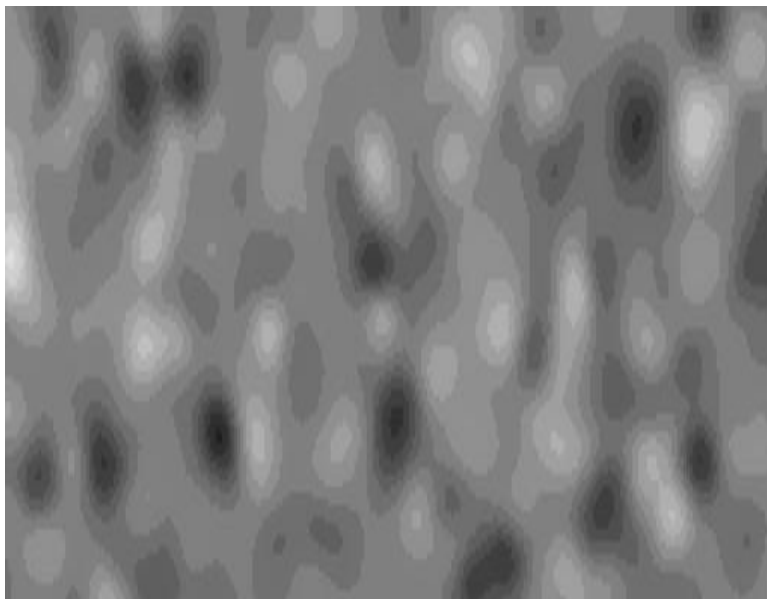


Рис.2.14. Реализация СП для волновой модели

Для формирования неоднородных изображений может служить аппликативно-сплайновая модель [17]. При этом синтез заключается в разбиении плоскости изображения на кластеры по случайному закону. В пределах каждого из кластеров предполагается однородность модели. После заполнения (аппликации) этих кластеров выборочными фрагментами СП, синтезируемых на основе различных однородных моделей, полученное изображение будет обладать существенно неоднородной структурой. Для заполнения однородных фрагментов используется процедура сплайновой интерполяции эквидистантной сетки отсчетов, распределенных по нормальному закону.

В работе [59] предлагается еще один вариант модели, позволяющей представить изображение как сумму двух независимых компонент — кусочно-гладкой (контурной) пространственной компоненты, определяющей глобальные яркостные изменения, и высокочастотной компоненты, задающей текстуру, шум, мелкие детали.

Также к некаузальным моделям относятся гиббсовские поля [43, 49, 193], когда значение СП в точке зависит от ближайших соседей, не предшествующих этой точке в порядке некоторой развертки. Стохастические уравнения таких СП имеют вид [193]

$$x(p) = f(\{x(u), u \in G_p\}, \xi_p), \quad (2.17)$$

где  $x(p)$  – значение СП в точке  $p$ ;  $G_p$  – множество ближайших соседей;  $\xi_p$  – случайное возмущение. Для линейных моделей (2.17) имеет вид:

$$x(p) = A \cdot (x(u), u \in G_p) + \xi_p, \quad (2.18)$$

где  $A$  – матрица;  $(x(u), u \in G_p)$  – вектор из отсчетов СП по множеству ближайших соседей  $G_p$ ;  $\xi_p$  – случайное возмущение. При имитации СП по этой модели сначала разыгрываются возмущения  $\xi_p$ , затем решается система линейных уравнений (2.18).

Если все собственные значения матрицы  $A$  по модулю меньше единицы, то возможна реализация модели (2.18) прогонкой, начиная, например, с тождественно нулевого приближения. Такой случай имеет место, когда (2.18) представляет собой усреднение по ближайшим отсчетам с суммой модулей коэффициентов меньше единицы.

Известно [193], что распределение Гиббса при решении проблемы взаимозависимости элементов в многомерном распределении опирается на представление клик и потенциалов взаимодействия значений сигнала на этих кликах. Элемент изображения  $x_{ij}$  в точке кадра с координатами  $i, j$  связан с другими элементами, что обуславливает их вероятностную взаимозависимость. Вокруг каждой точки изображения формируется несколько групп точек, в каждую из которых входит и данная точка. Каждая из этих групп и есть клика. Таким образом, на каждую точку приходится восемь клик. Однако в модели могут присутствовать

разнообразные клики, что служит источником разнообразия данных моделей. На каждой клике задается потенциал взаимодействия значений в точках, составляющих клику. В работе [40] простейшее распределение для однородного, т.е. такого, у которого порождающий его механизм одинаков на всем кадре, и изотропного СП определяется 8 параметрами и имеет вид

$$P(X) = c_x \exp\left\{-\sum_{i,j \in \Omega_x} [V_{x(i,j),x(i,j-1)}^{(1)} + V_{x(i,j),x(i-1,j-1)}^{(2)} + V_{x(i,j),x(i-1,j)}^{(3)} + V_{x(i,j),x(i-1,j+1)}^{(4)}]\right\},$$

где  $X$  – совокупность всех отсчетов изображения;  $V^{(i)}$  – потенциал взаимодействия;  $\Omega_x$  – множество узлов решетки, на котором задано изображение;  $c_x$  – константа, которую находят из условия нормировки распределения вероятностей:

$$\sum P(X) = 1,$$

в котором суммирование выполняется по множеству реализаций случайного поля.

Обычно распределение Гиббса записывают в более компактной форме:

$$P(X) = c_x \exp\{-U(X)\}.$$

Второе случайное поле  $Y$ , также подчиняющееся распределению Гиббса, имеет потенциалы взаимодействия, описываемые квадратичной функцией:

$$V_y^{(1)} = \frac{(y_{i,j} - \rho^{(k)} y_{i,j-1} - m)^2}{2D}$$

с параметрами  $m$ ,  $D$  и  $\rho^{(k)}$ .

Показано [49], что, используя эти примеры однородных полей, можно построить модель неоднородного изображения, для которой совместное распределение запишется в виде



$$P(X, Y) = c \exp \left\{ - \sum_{i,j \in \Omega} \sum_{k=1}^4 V_x^{(k)} + \frac{(y_{i,j} - \rho^{(k)}(x_{i,j}) y_{i,j}^{(k)} - m(x_{i,j}))^2}{2D(x_{i,j})} \right\},$$

где  $\Omega$  – множество узлов решетки, общее для обоих случайных полей;  $c$  – нормировочная константа, обеспечивающая равенство единице суммарной вероятности для дискретного поля  $x_{i,j}$  и непрерывного  $y_{i,j}$ .

В работе [193] рассматривается синтез изображений с помощью модели Гиббса как итеративный процесс, использующий сочетание теории марковских цепей и метода Монте-Карло. Учитывая симметричность окрестности, можно определить энергию Гиббса  $E(x)$  на сетке. Совместные вероятности, соответствующие энергии Гиббса, образуют гиббсовское СП:

$$P(x) = \frac{1}{Z} \exp \left\{ - \frac{1}{T} E(x) \right\},$$

где  $Z$  – константа;  $T$  – «температура» поля.

Считается [193], что параметр  $T$  изменяется с каждым шагом итерации по закону

$$T_i = \frac{c}{\lg \left( 1 + \frac{i}{i_{cq}} \right)},$$

где  $i = 0, 1, \dots$  – номер итерации;  $i_{cq}$  – число итераций;  $c$  – константа.

Варьируя эти параметры, можно получать различные СП. На рис.2.15 представлен ряд изображений Гиббса при различных значениях  $c$ .



Рис. 2.15. Изображения, полученные с помощью модели Гиббса

Связь марковских случайных полей и распределения Гиббса выражена в теореме Хаммерсли-Клифорда [169], которая утверждает, что  $X$  тогда и только тогда марковское СП, когда  $P(X = x)$  – распределение Гиббса:

$$P(X = x) = \frac{1}{Z} \exp \left( - \sum_k \varphi_k(x_{\{k\}}) \right),$$

где  $Z$  – коэффициент нормализации.

При этом совместное распределение набора СВ  $X = \{x_k\}$  в марковском СП находится по формуле

$$P(x) = \frac{1}{Z} \prod_k \varphi_k(x_{\{k\}}),$$

где  $\varphi_k(x_{\{k\}})$  – потенциальная функция, описывающая состояние СВ в  $k$ -й клике, а коэффициент нормализации вычисляется по формуле

$$Z = \sum_{x \in X} \prod_k \varphi_k(x_{\{k\}}).$$

В 1924 г. Изинг предложил классическую модель, как идеализированную систему взаимодействующих частиц на регулярной плоской сетке [159,176]. Каждая частица может иметь спин с одной из двух магнитных ориентаций, в целом обозначенных вверх (+1) и вниз (–1), как на рис.2.16. Каждая частица взаимодействует только с ближайшими

соседями, вклад каждой частицы в полную энергию системы зависит от ориентации ее спина по сравнению с соседями. Соседние частицы, которые имеют одинаковый спин  $(-1, -1)$  или  $(1, 1)$  находятся в более низком энергетическом состоянии, чем частицы с противоположными спинами  $(1, -1)$  или  $(-1, 1)$ .



Рис. 2.16. Схема модели Изинга с двумя типами состояний

Согласно модели Изинга

$$P(x) = \frac{1}{Z} \exp \left\{ J \sum_{i \sim j} x_i x_j \right\},$$

где  $x$  является точкой  $N \times N$  сетки с состоянием  $\pm 1$ ;  $x_i \sim x_j$  являются парами соседних пикселей, а  $Z$  – нормирующим коэффициентом. Постоянная  $J$  представляет силу взаимодействия.

Применение алгоритма Метрополиса к модели Изинга, включающего в себя 5 шагов [159], позволяет производить моделирование изображений. На рис.2.17 представлен ряд изображений в зависимости от числа шагов в алгоритме.

Главными недостатками такого подхода является необходимость выполнения большого количества итераций при моделировании. Кроме того, аналитическое описание вероятностных свойств СП для модели Изинга представляется сложной задачей.

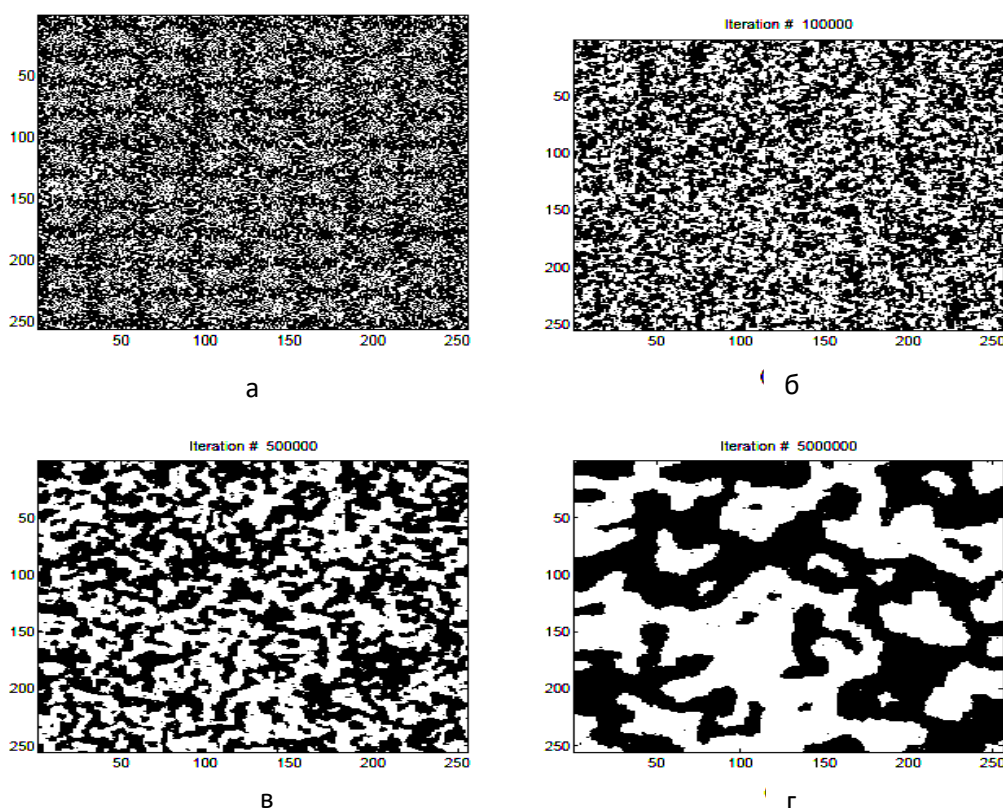


Рис. 2.17. Реализации изображений с помощью модели Изинга: (а) произвольный старт, (б) 100000, (в) 500 000 (г) 5 000000 шагов с  $J = 0,85$

В последние годы широкое применение для представления изображений находят текстуры [16, 66]. Их применение во многом объясняется широким диапазоном получаемых реализаций СП, которые могут быть подобраны достаточно близко к реальным изображениям. Кроме того, аэрокосмические наблюдения обладают достаточно сложными свойствами, что делает затруднительным анализ данных только по спектральным признакам. Набор примерных текстур генерируется синтетически с использованием только небольшого числа параметров, как показано на рис.2.18. На рис.2.18а текстуры порождаются дискретной марковской моделью случайных полей. Четыре текстуры на рис.2.18б (в каждом из четырех квадрантов) создаются с помощью моделей гауссовских марковских случайных полей. Текстура на рис.2.18в образована на основе фрактальной модели.

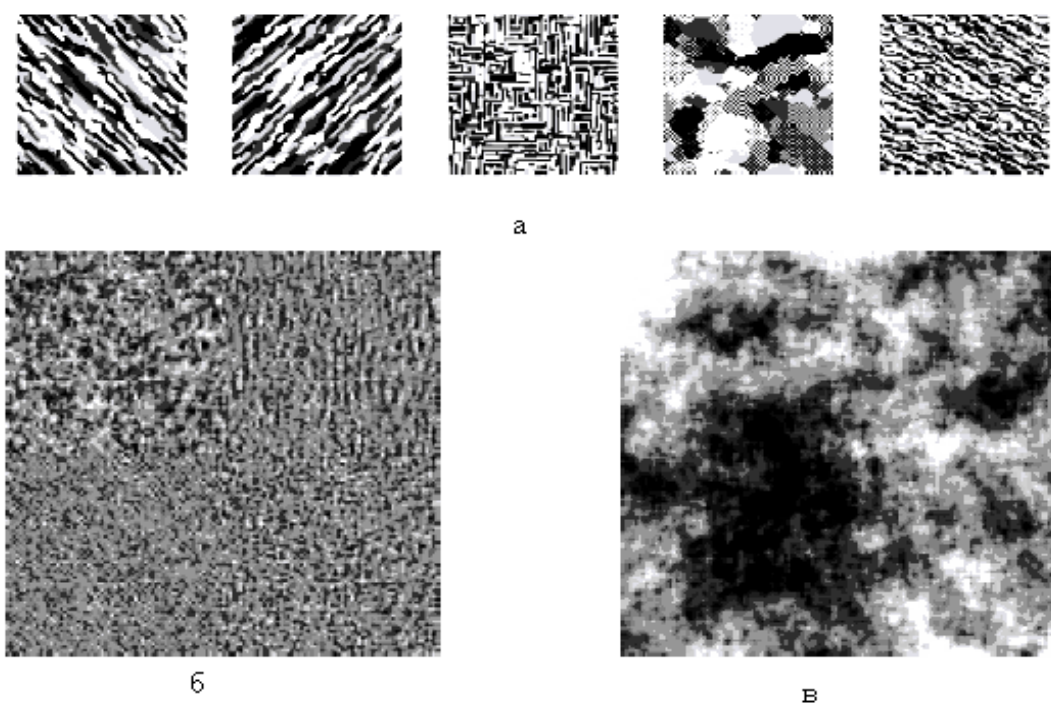


Рис. 2.18. Различные варианты дискретных марковских (а), гауссовской марковской (б) и фрактальной (в) текстур

В работе [110] предложено использовать текстуры для моделирования облачности. Пример такой имитации облачного покрова с применением текстуры Перлин-шума [188] представлен на рис.2.19.

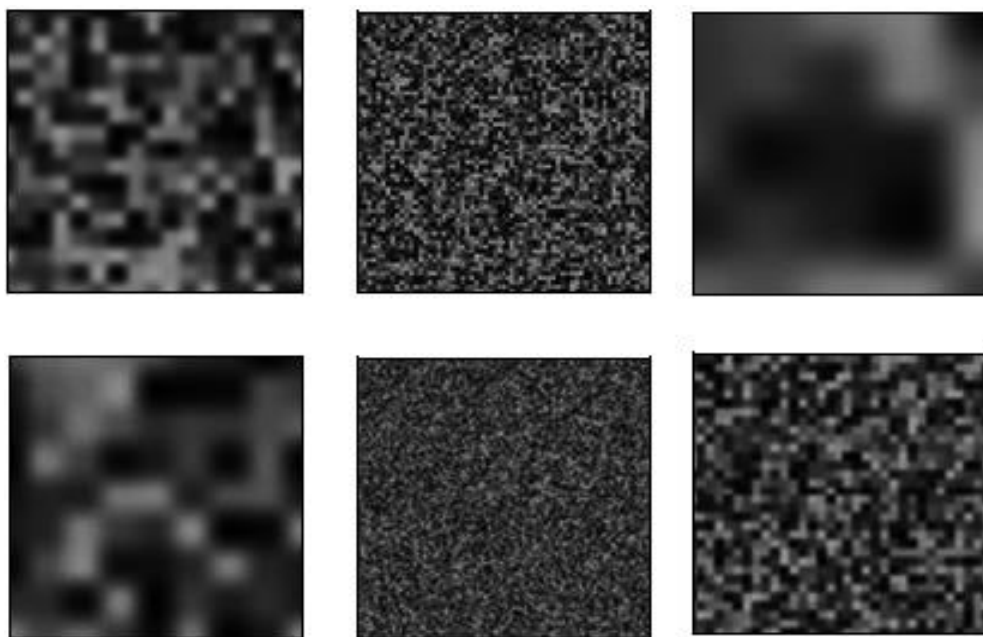


Рис. 2.19. Текстуры Перлин-шума

В работе [18] моделирование многоспектральных пространственно-неоднородных динамических полей яркости осуществляется на основании использования методов синтеза случайных текстур. В качестве базовой математической модели для генерации реализаций двумерных стохастических текстур используется метод фазового спектра. Спектральные модели СП представляют собой реализации двумерной пространственной спектральной модели, обобщающей результаты обработки изображений природных образований, полученных в аэрокосмических экспериментах для разных условий наблюдения [18].

Отход от гауссовского распределения при моделировании гиперспектральных данных в настоящее время набирает популярность. В работе [140] предлагается использовать смешанную модель гиперспектрального изображения, считая не случайным наличие крупных фрагментов в сцене. Изменчивость в данной модели связана с шумом или другими факторами, которые и проявляют случайное поведение.

## **Выводы**

Во второй главе рассмотрены применяемые в настоящее время математические модели и способы их подгонки для описания многозонального спутникового материала. Проведенный анализ показывает, что большая часть моделей СП предназначена для описания пространственно однородного материала. Вместе с тем многие виды изображений и их последовательностей содержат области с различными статистическими характеристиками. Для имитации такого материала необходимы более сложные математические модели с изменяющимися многомерными параметрами [214].

## **ГЛАВА 3. ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

### **Постановка задачи**

Проведенные исследования спутниковых МЗИ показали, что одной из ключевых особенностей является их пространственная неоднородность. Она связана с многообразием форм и текстур разных объектов, наблюдаемых из космоса. Действительно, любой спутниковый снимок поверхности Земли содержит изображения разных объектов, например, реки, леса, городских построек, сельскохозяйственных угодий и т.д. Визуальные характеристики этих объектов существенно отличаются. Описание всего снимка с помощью моделей, представленных во второй главе, может привести к ошибкам его последующей обработки и принятия решений. В связи с этим для описания многозональных спутниковых изображений необходимо применять более сложные математические модели, способные имитировать неоднородные СП. Примером таких моделей могут быть дважды стохастические модели (ДСМ).

В п.3.1 рассматриваются основные подходы к построению ДСМ как комбинации двух или большего количества простых способов описания изображений. Далее (п.3.2) выполняется анализ вероятностных характеристик важных частных случаев ДСМ и предложены методики идентификации параметров этих моделей по реальным изображениям (п.3.3). Также рассмотрены вопросы использования ДСМ для имитации временных последовательностей многозональных изображений (п. 3.4). Для отдельных важных типов изображений (например, объектов, связанных с деятельностью человека) предложены способы адаптации структуры ДСМ (п. 3.5).

### 3.1. Синтез дважды стохастических моделей

Использование комбинаций простых математических моделей для описания сигналов сложной структуры известно относительно давно [128,213]. В одной из первых работ этого направления [128] для моделирования изображений предлагается использовать комбинации разных алгоритмов формирования СП. Такой комбинацией, например, может быть следующее простое сочетание:

$$B(x) = \eta(x)B_1(x) + (1 - \eta(x))B_2(x),$$

где  $B_1(x)$  – реализация одной микроструктуры (например, объекта на изображении);  $B_2(x)$  – реализация другой микроструктуры (например, подстилающей поверхности);  $\eta(x)$  – реализация СП, определяющего их взаимодействие. Множители  $\eta(x)$  и  $(1 - \eta(x))$  при этом осуществляют переключение с одной реализации  $B_1(x)$  на другую  $B_2(x)$ . В ряде работ [75,95] предлагается использовать ДСМ для описания различных процессов, связанных с описанием финансовых индексов, турбулентного потока и сетевого трафика. Однако при использовании известных результатов для описания многомерных СП получаемые решения либо не позволяют в полной мере описать многообразия характеристик реальных изображений, либо сопряжены со значительными сложностями при последующем анализе и оценивании. Для преодоления этих сложностей будем считать СП заданным на прямоугольной многомерной сетке  $\Omega$  так, что его значения  $x_{\bar{i}} = F(x_{\bar{j}}, \alpha_{\bar{i}}, \xi_{\bar{i}})$ , где  $\bar{i} \in \Omega$ ,  $\bar{j} \in D$ ;  $F()$  – некоторое преобразование;  $\alpha_{\bar{i}}$  – параметры модели, представляющие собой независимое от  $\xi_{\bar{i}}$  СП.

Рассмотрим возможности применения такого подхода для описания сигналов на основе АР моделей. Для этого вначале исследуем одномерную

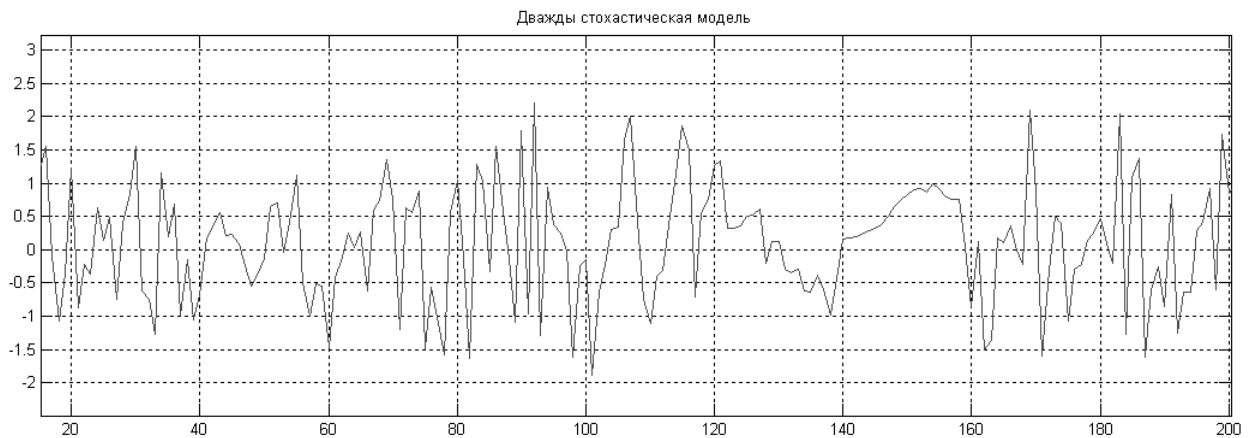


случайную последовательность. Представим ее комбинацией двух АР уравнений первого порядка [30]:

$$\begin{aligned} x_i &= \tilde{\rho}_i x_{i-1} + \xi_i, \\ \rho_i &= r \rho_{i-1} + \zeta_i, \quad \tilde{\rho}_i = \rho_i + m_\rho, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где  $\xi_i$  и  $\zeta_i$  – независимые гауссовские СВ;  $r$  – коэффициент корреляции внутренней последовательности  $\{\rho_i, i=1, 2, \dots, M\}$ ;  $m_\rho$  – среднее значение коэффициента корреляции основной модели.

Реализации случайной последовательностей, полученных на основе модели (3.1) при  $m_\rho = 0,97$ ,  $\sigma_\rho^2 = 0,0009$  и  $r = 0,95$  показаны на рис. 3.1.



а



б

Рис. 3.1. Реализации АР последовательности (а) и ее корреляционных параметров (б)

Прямой анализ выражения (3.1) показывает, что оно существенно отличается от обычного АР уравнения за счет того, что коэффициенты  $\tilde{\rho}_i$ , определяющие корреляционные свойства формируемой последовательности, сами представляет собой СВ, определяемую одномерным АР процессом. При этом значения  $\tilde{\rho}_i$  определяются коэффициентом  $r$  и дисперсией СВ  $\zeta_i$ . Чем ближе значения  $r$  к единице, тем медленнее происходят изменения последовательности  $\tilde{\rho}_i$ . В предельном случае, когда  $r=1$  и отсутствует шум  $\{\zeta_i\}$  модель (3.1) становится обычным АР уравнением первого порядка. И наоборот, при малых значениях  $r$  и большой дисперсии  $\{\zeta_i\}$  значения  $\rho_i$  существенно отличаются друг от друга, что приводит к быстрому изменению корреляционных свойств формируемой последовательности  $x_i$ . Это позволяет считать коэффициент  $r$  мерой, определяющей степень неоднородности случайной последовательности.

Модели, параметры которых, как и в формуле (3.1), сами являются СВ, будем называть ДСМ. Это название подчеркивает двухуровневую конструкцию модели, позволяющую варьировать «внешние» параметры модели в соответствии с «внутренними» закономерностями.

Определенным преимуществом рассмотренной ДСМ является простота ее обобщения на многомерный случай. Для этого рассмотрим процесс формирования изображения, основанный на следующих трех этапах. На первом этапе создается кадр однородного СП (базовое СП). Затем значения СП в полученном кадре  $\wp$  преобразуются в совокупность корреляционных параметров  $\{\rho_i, \quad \bar{i} = (i_1 i_2 \dots i_M)^T\}$ , где  $M$  –размерность пространственной сетки, на которой задано формируемое изображение. Эти параметры характеризуют величины связи текущего пикселя моделируемого изображения с соседними элементами изображения. Затем

формируется изображение как реализация СП с изменяющимися корреляционными параметрами  $\rho_i$ .

Для формирования кадров базового СП возможно использование различных моделей СП. Возьмем, например, реализацию двумерного СП  $X = \{x_i, \bar{i} \in \Omega\}; \bar{i} = \{i, j\}$ , полученного с помощью АР модели Хабиби (2.6). Ее использование обуславливает необходимость предварительного формирования двух базовых СП, значения яркости одного из которых будут преобразованы в совокупность корреляционных параметров  $\{\rho_{1ij}, i = 1, 2, \dots, M_1, j = 1, 2, \dots, M_2\}$ , а значения яркости другого – в совокупность корреляционных параметров  $\{\rho_{2ij}, i = 1, 2, \dots, M_1, j = 1, 2, \dots, M_2\}$ :

$$\begin{aligned}\rho_{1ij} &= r_{11}\rho_{1(i-1)j} + r_{12}\rho_{1i(j-1)} - r_{11}r_{12}\rho_{1(i-1)(j-1)} + \xi_{1ij}, \\ \rho_{2ij} &= r_{21}\rho_{2(i-1)j} + r_{22}\rho_{2i(j-1)} - r_{21}r_{22}\rho_{2(i-1)(j-1)} + \xi_{2ij},\end{aligned}\quad (3.2)$$

где  $\{\xi_{1ij}\}$  и  $\{\xi_{2ij}\}$  – двумерные СП независимых гауссовских СВ с нулевыми средними и дисперсиями  $M\{\xi_{1ij}^2\} = (1 - r_{11}^2)(1 - r_{12}^2)\sigma_{\rho_1}^2$ ,  $M\{\xi_{2ij}^2\} = (1 - r_{21}^2)(1 - r_{22}^2)\sigma_{\rho_2}^2$ ;  $\sigma_{\rho_1}^2 = M\{\rho_{1ij}^2\}$ ,  $\sigma_{\rho_2}^2 = M\{\rho_{2ij}^2\}$ .

При формировании базового СП коэффициенты корреляции  $\{\rho_{1ij}\}$  и  $\{\rho_{2ij}\}$  характеризуют размеры и формы объектов на моделируемом изображении; увеличение этих параметров приведет к увеличению средних размеров объектов на моделируемом изображении.

Выбор способа преобразования значений яркости в совокупность корреляционных параметров позволяет контролировать значения КФ изображения, что делает возможным моделировать СП близкие по своим корреляционным свойствам к реальным спутниковым снимкам.

Так как для СП  $\{\xi_{1ij}\}$  и  $\{\xi_{2ij}\}$  среднее значение равно нулю, то среднее значение СП  $\{\rho_{1ij}\}$  и  $\{\rho_{2ij}\}$  в (3.2) также равно нулю. Поэтому ограничимся таким выбором преобразования значений базовых СП, при котором к значению СП  $\{\rho_{1ij}\}$  и  $\{\rho_{2ij}\}$  в каждой точке будет прибавляться константа, т.е. математические ожидания  $m_{\rho_1}$  и  $m_{\rho_2}$ :

$$\rho_{xij} = \rho_{1ij} + m_{\rho_1}, \rho_{yij} = \rho_{2ij} + m_{\rho_2}.$$

Для формирования СП на двумерной сетке вначале будем использовать модификацию наиболее простого АР уравнения (2.6):

$$x_{ij} = \rho_{xij}x_{i-1,j} + \rho_{yij}x_{i,j-1} - \rho_{xij}\rho_{yij}x_{i-1,j-1} + b_{ij}\xi_{ij}.$$

Схема моделирования изображения с изменяющимися корреляционными свойствами, использующего рассмотренную ДСМ, показана на рис.3.2.

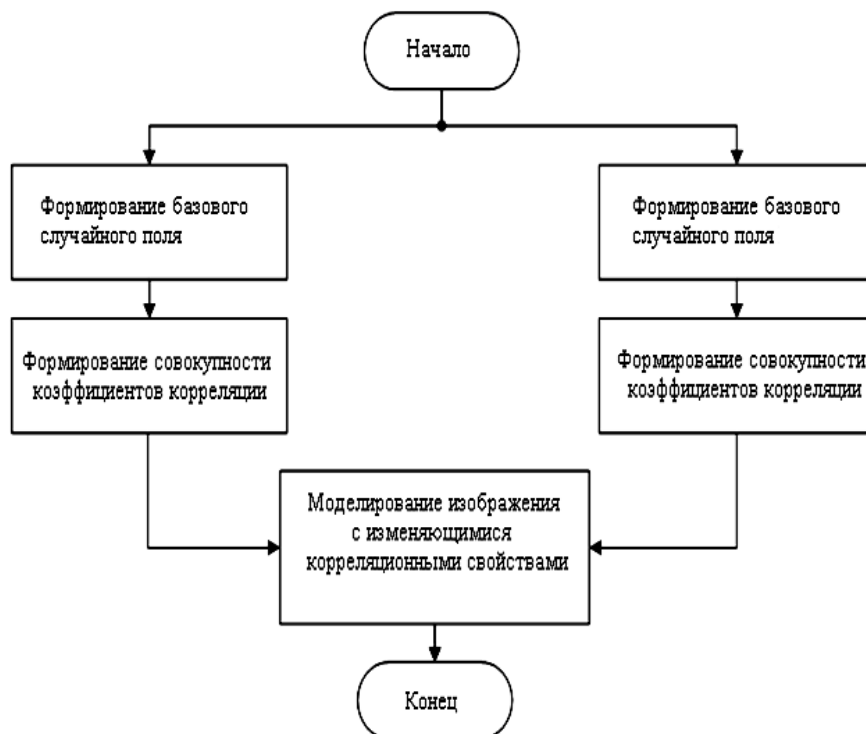


Рис. 3.2. Схема моделирования изображения с изменяющимися корреляционными свойствами

Примеры изображений, построенных с помощью описанного способа, показаны на рис.3.3. При этом на рис.3.3а, 3.3г, 3.3ж приведены реализации базового СП  $\{\rho_{1ij}\}$ ; на рис.3.3б, 3.3д, 3.3з –реализации базового СП  $\{\rho_{2ij}\}$ ; на рис.3.3в, 3.3е, 3.3и – изображения, соответствующие ДСМ.

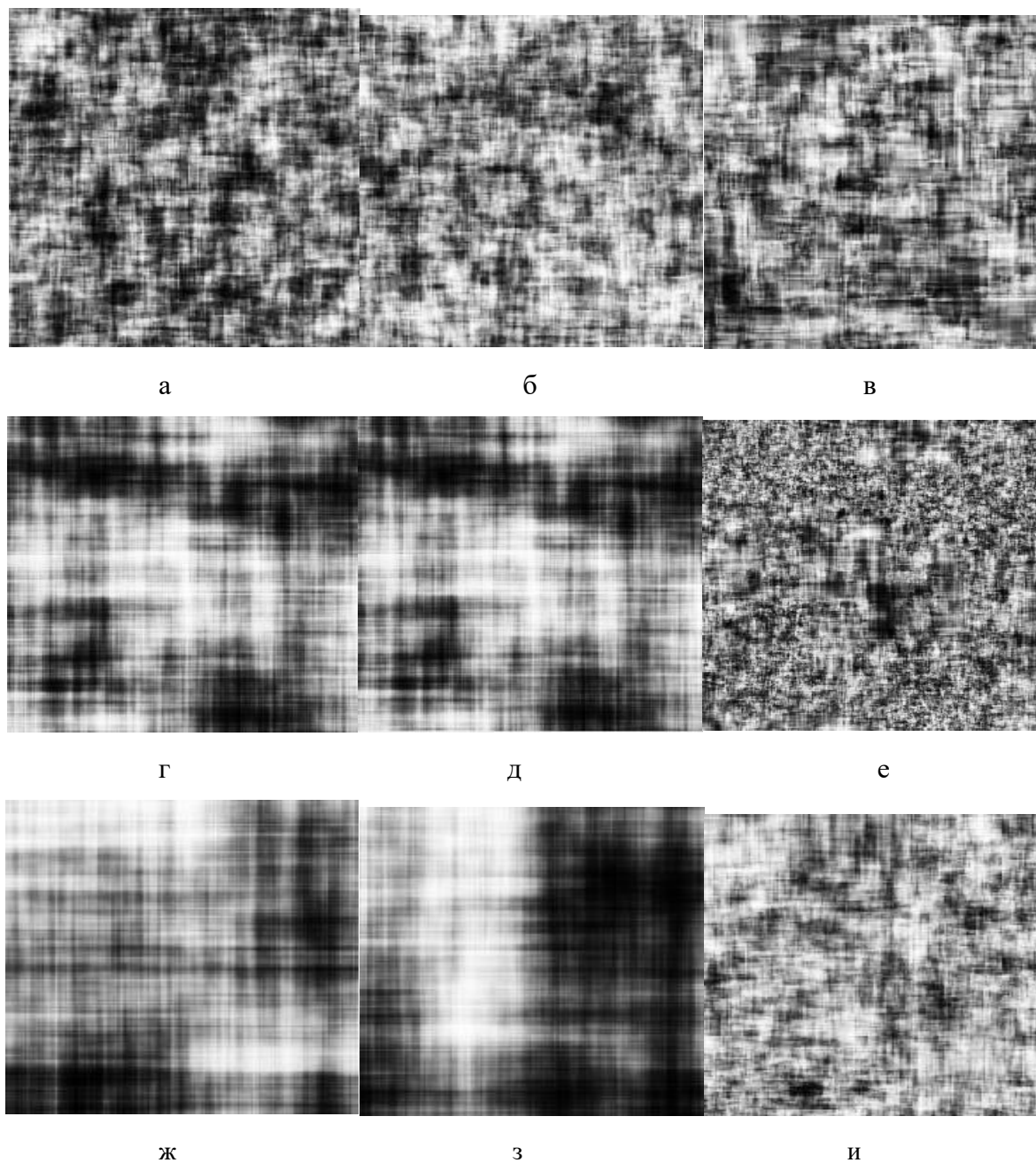


Рис. 3.3. Реализации СП с изменяющимися корреляционными свойствами при значениях параметра  $r_{1,2} = 0.9$  (а-в),  $r_{1,2} = 0.85$  (г-д),  $r_{1,2} = 0.99$  (ж-и)

Определенным недостатком имитации с помощью АР первого порядка является выраженная анизотропия формируемого СП, вызванная использованием только трех соседних значений для формирования нового элемента СП. Для улучшения модели можно расширить число связей между элементами и перейти к квазиизотропной КФ. Наиболее просто это сделать на основе комбинаций АР моделей с кратными корнями характеристических уравнений.

Процесс синтеза такой модели содержит рассмотренные три этапа. Во-первых, создаются базовые СП. Во-вторых, происходит преобразование значений полученных СП в совокупность корреляционных параметров  $\left\{ \rho_{\bar{j}}, \quad \bar{j} = (j_1 j_2 \dots j_M)^T \right\}$ , где  $M$  –размерность пространственной сетки для формируемого изображения. Эти параметры характеризуют величины связи текущего пикселя моделируемого изображения с соседними элементами изображения. Наконец, создается изображение на основе АР дважды стохастической (АРДС) модели СП с изменяющимися корреляционными параметрами  $\rho_{\bar{j}}$ .

Базовые СП будем формировать с помощью простейшей АР модели (2.6). После формирования двух базовых СП значения одного из них преобразуем в совокупность корреляционных параметров  $\left\{ \rho_{xij}, i = \overline{1, M_1}, j = \overline{1, M_2} \right\}$ , а другого – в совокупность корреляционных параметров  $\left\{ \rho_{yij}, i = \overline{1, M_1}, j = \overline{1, M_2} \right\}$  с использованием выражения (3.2). При этом коэффициенты корреляции  $\left\{ \rho_{xij} \right\}$  и  $\left\{ \rho_{yij} \right\}$  определяют средние размеры и формы объектов на моделируемом изображении. Увеличение этих параметров приведет к увеличению размеров объектов на моделируемом изображении. Для окончательного формирования СП будем

использовать выражение, соответствующее АР модели с корнями характеристических уравнений кратности (2,2):

$$x_{ij} = 2\rho_{xij}x_{i-1,j} + 2\rho_{yij}x_{i,j-1} - 4\rho_{xij}\rho_{yij}x_{i-1,j-1} - \rho_{xij}^2x_{i-2,j} - \rho_{yij}^2x_{i,j-2} + \\ + 2\rho_{xij}^2\rho_{yij}x_{i-2,j-1} + 2\rho_{yij}^2\rho_{xij}x_{i-1,j-2} - \rho_{xij}^2\rho_{yij}^2x_{i-2,j-2} + b_{ij}\xi_{ij} \quad (3.3)$$

Кратность (2,2) выбрана из соображений простоты получаемых далее выражений. В случае необходимости (например, для имитации СП с меньшей анизотропией) возможно использование АР модели с корнями более высокой кратности.

Помимо прямого использования значений базовых СП, возможно их предварительное преобразование с целью описания резких граничных переходов между областями изображения. Для этого, например, множества значений яркости базовых моделей можно представить четырьмя коэффициентами  $m_{\rho_{x1}}, m_{\rho_{x2}}, m_{\rho_{y1}}, m_{\rho_{y2}}$ :

$$\rho_{xij} = \begin{cases} m_{\rho_{x1}}, & \text{при } \rho_{yij} < 0, \\ m_{\rho_{x2}}, & \text{при } \rho_{yij} \geq 0, \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\rho_{yij} = \begin{cases} m_{\rho_{y1}}, & \text{при } \rho_{xij} < 0, \\ m_{\rho_{y2}}, & \text{при } \rho_{xij} \geq 0. \end{cases}$$

Примеры изображений с изменяющимися корреляционными свойствами показаны на рис.3.4, где 3.4а, 3.4г, 3.4ж – изображения базового СП  $\{\rho_{xij}\}$  3.4б, 3.4д, 3.4з – изображения базового СП  $\{\rho_{yij}\}$ ; 3.4в, 3.4е, 3.4и – реализации ДСМ, полученные с помощью модели кратности (2,2). При этом последнее изображение (и) построено с использованием выражения (3.4).

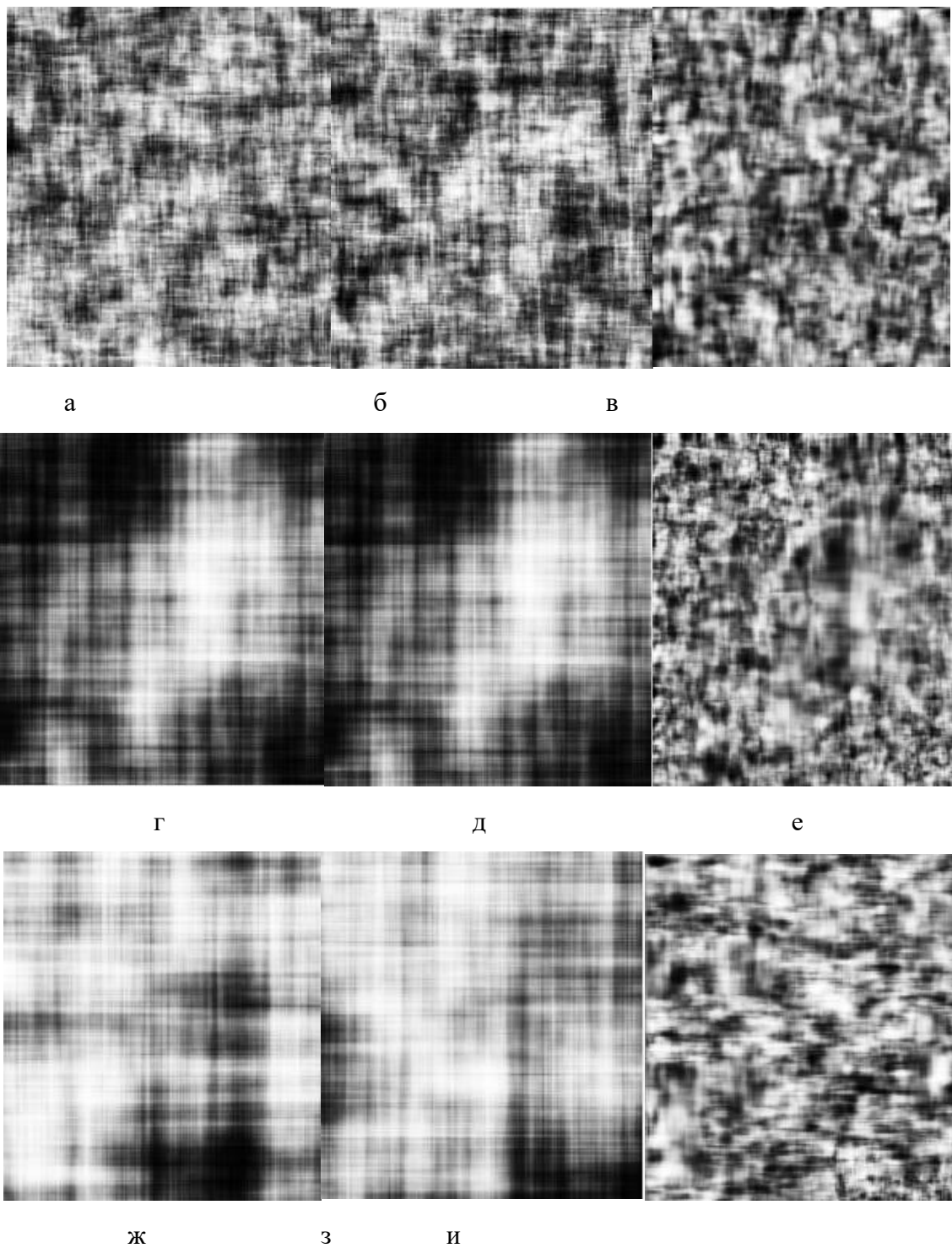


Рис. 3.4. Реализации СП с изменяющимися корреляционными свойствами при значениях параметра  $r_{1,2} = 0.9$ ,  $m_{\rho_{1,2}} = 0.7$  (а-в),  $r_{1,2} = 0.85$ ,  $m_{\rho_{1,2}} = 0.65$  (г-д),  $r_{1,2} = 0.99$ ,  $m_{\rho_{1,2}} = 0.6 - 0.8$  (ж-и)

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что формирование изображений с помощью ДСМ позволяет получить единый



кадр с заданными корреляционными свойствами. При этом имитированное изображение является стационарным, что является важным фактором при обеспечении исходными данными задачи проектирования аэрокосмических систем.

На рис. 3.5 представлены примеры изображений на основе АРДС моделей с различными средними значениями коэффициентов корреляции.

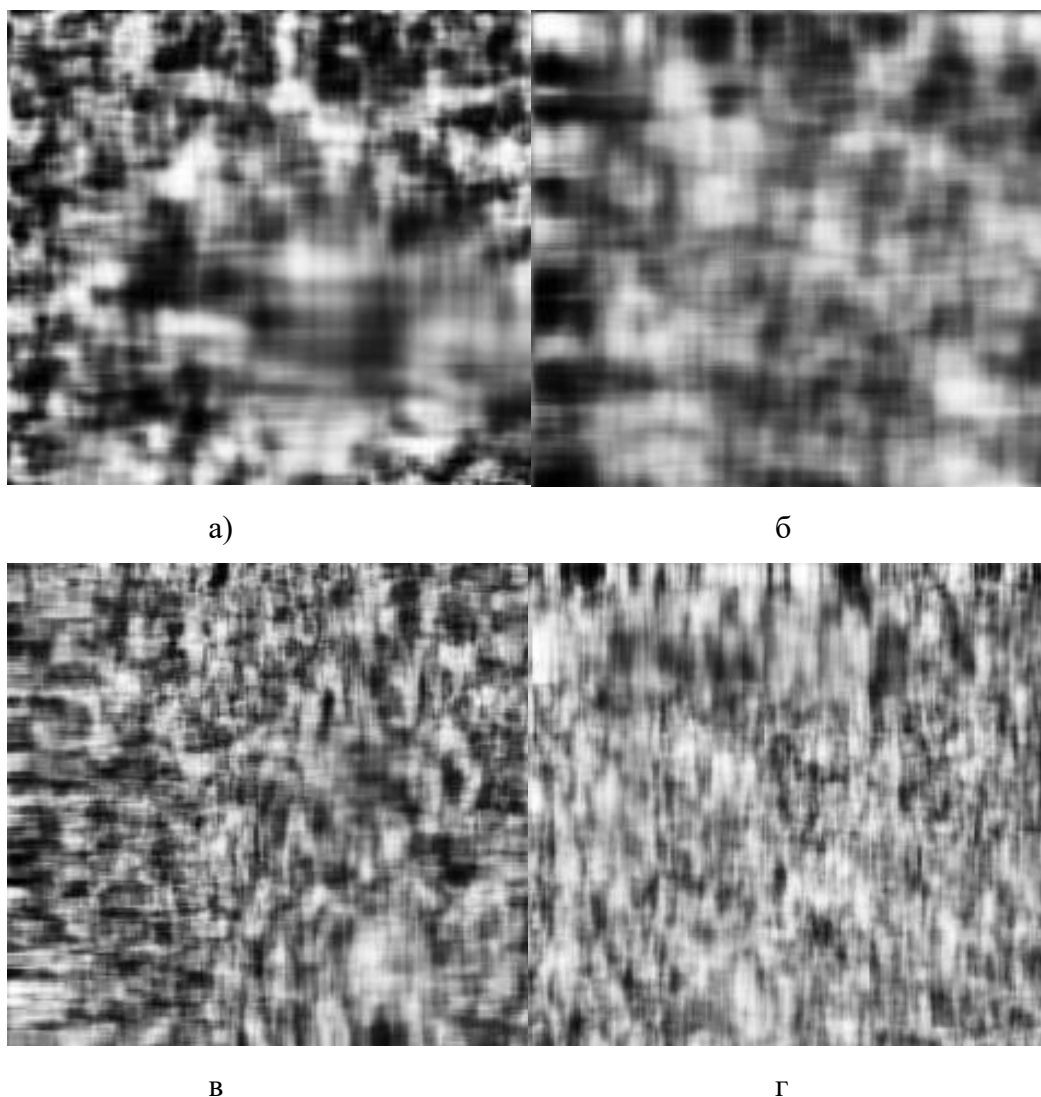


Рис. 3.5.Примеры изображений, полученных с помощью ДСМс параметрами,

$$m_{\rho_{1,2}} = 0.95 \text{ (a)}, m_{\rho_{1,2}} = 0.85 \text{ (б)}, m_{\rho_{1,2}} = 0.7 \text{ (B)}, m_{\rho_{1,2}} = 0.6-0.8 \text{ (Г)}$$

Таким образом, на основе АРДС моделей можно при относительно небольших вычислительных затратах формировать изображения и их последовательности, адекватные реальным многозональным

изображениям. Это позволяет использовать такие модели и для анализа эффективности алгоритмов обработки спутниковых изображений.

### 3.2. Анализ дважды стохастических моделей

Для построения АРДС моделей важно знать их основные вероятностные характеристики.

К сожалению, КФ последовательностей, порожденных ДСМ, в общем случае описывается весьма сложными выражениями, обусловленными наличием двойных корреляционных связей самого процесса и его базовых параметров. Тем не менее КФ может быть найдена достаточно просто в важном частном случае медленного (по сравнению с интервалом корреляции формируемого СП  $x_{ij}$ ) изменения базового СП (близости к единице коэффициента корреляции  $r$  в формуле (3.1) или коэффициентов  $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$  в формуле (3.2)). Тогда КФ АР случайной последовательности первого порядка при медленно изменяющемся случайном параметре  $\rho_i$  может быть найдена следующим образом:

$$B(k) = M \left\{ \sigma_x^2 \rho_i^{|k|} \right\} = \sigma_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_i^{|k|} w(\rho_i) d\rho_i, \quad (3.5)$$

где  $\rho_i^{(k)}$ ,  $k=1,2,\dots$  — коэффициент корреляции между соседними отсчетами.

С учетом гауссовской ПРВ  $w(\rho_i) = \left(1 / \sigma_\rho \sqrt{2\pi}\right) \exp\left(-(\rho_i - m_\rho)^2 / 2\sigma_\rho^2\right)$ , после несложных преобразований выражение для КФ можно записать в следующем виде:

- если  $k$  принимает четные значения, то

$$B(k) = \sigma_x^2 \sum_{j=0}^{\frac{k}{2}} C_k^{2j} \sigma_\rho^{2j} m_\rho^{k-2j} (2j-1)!!,$$

- если  $k$  принимает нечетные значения, то

$$B(k) = \sigma_x^2 \sum_{j=0}^{\frac{k-1}{2}} C_k^{2j} \sigma_\rho^{2j} m_\rho^{k-2j} (2j-1)!!, \quad (3.6)$$

где  $C_k^j = \frac{k!}{j!(k-j)!}$ ;  $(2j-1)!!$  определяется как произведение всех натуральных нечетных чисел на отрезке  $[1, (2j-1)]$ .

Запишем аналитические выражения для некоторых значений КФ (3.3):

$$B(1) = \sigma_x^2 m_\rho, B(2) = \sigma_x^2 (m_\rho^2 + \sigma_\rho^2), B(3) = \sigma_x^2 (m_\rho^3 + 3\sigma_\rho^2 m_\rho),$$

$$B(4) = \sigma_x^2 (m_\rho^4 + 6\sigma_\rho^2 m_\rho^2 + 3\sigma_\rho^4), B(5) = \sigma_x^2 (m_\rho^5 + 10\sigma_\rho^2 m_\rho^3 + 15\sigma_\rho^4 m_\rho).$$

Анализ полученных выражений позволяет сделать вывод, что при  $\sigma_\rho \rightarrow 0$  КФ принимает вид  $B(k) \rightarrow \sigma_x^2 m_\rho^{|k|}$ , т.е. последовательность  $\{x_i\}$  стремится к АР процессу первого порядка с параметром  $m_\rho$ . На рис.3.6 представлены графики КФ, найденной с помощью формулы (3.5) при  $\sigma_\rho^2 = 0.006$ , и КФ для одномерной АР модели с постоянным коэффициентом корреляции  $m_\rho = 0,85$ .

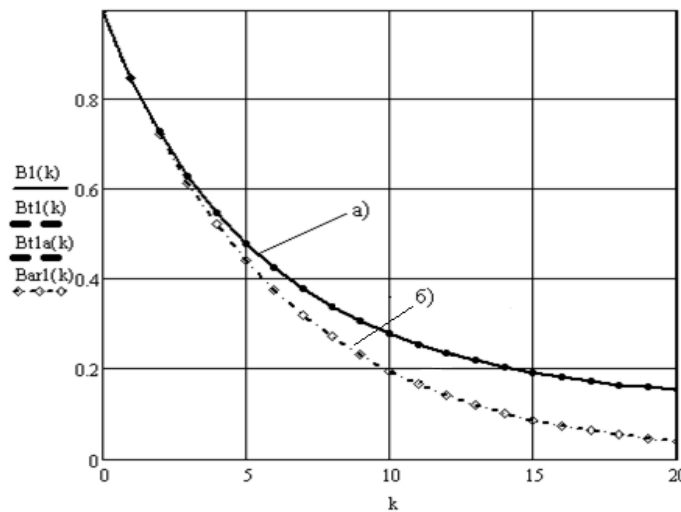


Рис. 3.6. Графики КФ ДСМ (а) и АР модели первого порядка (б)

Для двумерного СП приближенная (при медленном изменении базовых СП) КФ может быть найдена следующим образом:

$$B(k1, k2) = M \left\{ \sigma_x^2 \rho_{xij}^{[k1]} \rho_{yij}^{[k2]} \right\}.$$

С учетом независимости  $\rho_{xij}$  и  $\rho_{yij}$  получаем:

$$B(k1, k2) = \sigma_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{xij}^{[k1]} w(\rho_{xij}) d\rho_{xij} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{yij}^{[k2]} w(\rho_{yij}) d\rho_{yij} = B(k1)B(k2) / \sigma_x^2, \quad (3.7)$$

где  $\rho_{xij}^{(k1)}$  и  $\rho_{yij}^{(k2)}$ ,  $k1, k2 = 1, 2, \dots$  — коэффициенты корреляции между соседними отсчетами по осям  $x$  и  $y$ . Таким образом, для расчета КФ двумерного СП можно воспользоваться перемножением двух одномерных КФ  $B(k1), B(k2)$  вида (3.6).

На рис.3.7 представлена реализация СП на основе АРДС модели и соответствующие графики оценок КФ в зависимости от различных параметров ( $m_{\rho_x} = m_{\rho_y} = 0.8$ ,  $\sigma_{\rho_x} = \sigma_{\rho_y} = 0.001$ ,  $r_{1x} = r_{2x} = r_{1y} = r_{2y} = 0.99$ ) базового СП. На рис.3.8 показаны КФ дважды стохастического СП и СП для модели Хабиби.

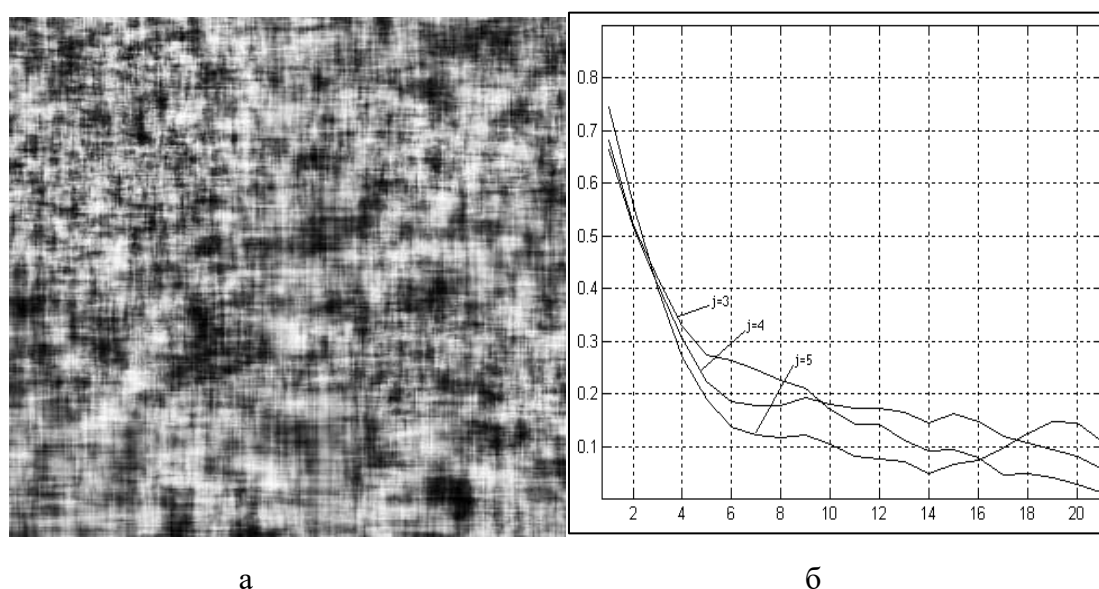


Рис.3.7. Реализация дважды стохастического поля (а) и графики оценки его КФ (б) для 3-го, 4-го и 5-го столбцов

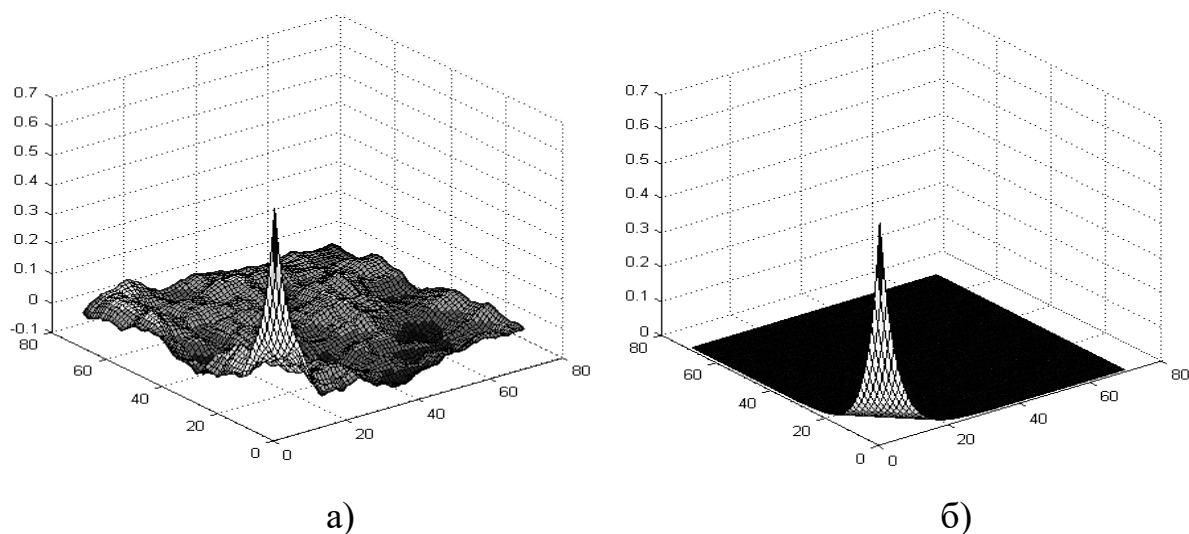


Рис. 3.8. КФ дважды стохастического СП (а) и СП Хабиби (б)

В Приложении 2 приведены формулы для приближенного нахождения КФ, порожденных АРДС моделями с кратными корнями характеристических уравнений.

Анализ приведенных результатов показывает, что, варьируя внутренние параметры случайных коэффициентов корреляции  $\tilde{\rho}_{xij}$  и  $\tilde{\rho}_{yij}$ , можно получить широкий спектр разнотипных текстур, на основе которых возможно построение моделей МЗИ.

### 3.3. Идентификация параметров дважды стохастических моделей

Перед синтезом алгоритмов идентификации параметров дважды стохастических моделей напомним методологию подобной оценки для известных математических моделей. Для АР моделей первого порядка, оценка параметров связана с построением и использованием достаточно простых статистик. Например, для одномерной АР модели первого порядка  $x_i = \rho x_{i-1} + \xi_i$  коэффициент  $\rho$ , определяющий КФ  $R(i) = \rho^{|i|}$ , может быть представлен оценкой

$$\rho = R(1) = \frac{n}{(n-1)} \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (z_i - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n z_k) (z_{i+1} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n z_k)}{\sum_{i=0}^n (z_i - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n z_k)^2},$$

где  $z_i$  –  $i$ -й отсчет наблюдаемого процесса  $Z$ . Для случаев АР более высоких порядков оценку их параметров можно выполнить с помощью уравнений Юла-Уокера [166]. Тогда при порядке авторегрессии, равном  $k$ , для идентификации необходимо решить систему из  $k$  линейных уравнений. Однако при идентификации параметров моделей с кратными корнями характеристических уравнений необходимо также решать эту систему, что вызывает сложности при больших  $k$  [166].

Предложенные идеи могут быть положены в основу идентификации параметров АРДС моделей. Поскольку КФ АРДС модели является множительной, можно синтезировать алгоритм для одномерного случая с последующим обобщением на многомерный. Для этого представим одномерную АР модель в следующем виде:

$$x_i = \rho_i x_{i-1} + \sigma_x \sqrt{1 - \rho_i^2} \xi_i, i = 1, 2, \dots, M, \quad (3.8)$$

где  $\{\rho_i\}$  – изменяющиеся коэффициенты;  $\{\xi_i\}$  – независимые гауссовские СВ  $M\{\xi_i\} = 0$  и  $\sigma_\xi = M\{\xi_i^2\} = 1$ ;  $M$  – длина моделируемого процесса.

Коэффициенты  $\{\rho_i\}$  изменяются в соответствии с АР моделью:

$$\rho_i = \tilde{\rho}_i + m_\rho, \tilde{\rho}_i = r \tilde{\rho}_{i-1} + \sigma_\rho \sqrt{1 - r^2} \zeta_i, \quad (3.9)$$

где  $r$  – коэффициент корреляции соседних элементов;  $\{\zeta_i\}$  – независимые гауссовские СВ с  $M\{\zeta_i\} = 0$  и  $\sigma_\zeta = M\{\zeta_i^2\} = 1$ .

Из выражений (3.8) и (3.9) следует, что для формирования модели необходимо определить три параметра: математическое ожидание  $m_\rho$  и

дисперсию  $\sigma_\rho^2$  коэффициентов  $\{\rho_i\}$ , а также коэффициент корреляции  $\Gamma$ .

Предположим, что имеется последовательность наблюдений  $\{z_i\}$  с нулевыми средними. Тогда оценку КФ можно найти по формуле:

$$\hat{B}(k) = \frac{1}{M-k} \sum_{i=1}^{M-k} z_i z_{i+k}. \quad (3.10)$$

Для определения двух неизвестных величин нам понадобятся два уравнения, содержащие эти величины. Получим их из одномерного представления аналитического выражения КФ дважды стохастической модели:

$$B(1) = m_\rho \sigma_z^2, B(2) = (m_\rho^2 + \sigma_\rho^2) \sigma_z^2. \quad (3.11)$$

Находим левые части уравнений (3.11) на основе оценки КФ (3.10) и после этого получаем выражения для неизвестных величин:

$$\hat{m}_\rho = \frac{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} z_i z_{i+1}}{\sigma_z^2}, \quad (3.12)$$

$$\hat{\sigma}_\rho^2 = \sqrt{\frac{\frac{1}{M-2} \sum_{i=1}^{M-2} z_i z_{i+2}}{\sigma_z^2} - \hat{m}_\rho^2}. \quad (3.13)$$

Для определения параметров (3.12) и (3.13) необходима еще одна оценка:

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M \left( z_i - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M z_i \right)^2.$$

Таким образом, может быть решена задача идентификации двух из трех параметров дважды стохастической АР модели. Определение параметра  $\Gamma$  внутренней авторегрессии представляет собой более сложную задачу. Действительно, для него нет в явном виде статистической связи с наблюдаемой последовательностью. Интуитивно понятно, что для

оценки этого параметра необходимо выполнить анализ динамики развития случайного процесса. При этом чем медленнее меняются параметры этого процесса, тем ближе к единице параметр внутренней авторегрессии  $\Gamma$ .

Наиболее естественным вариантом оценки изменяющихся параметров является применение инструмента «скользящее окно». При этом выбирается размер «окна», в рамках которого коэффициенты модели считаются мало изменяющимися. Тогда расчет этих коэффициентов осуществляется сначала для начального положения окна, а затем для других положений, полученных последовательным смещением «окна» на одну единицу вправо. После прохода по всей последовательности, найденные оценки коэффициентов корреляции используются для определения  $r$ :

$$\hat{r}_{ск} = \frac{1}{\hat{\sigma}_\rho^2 (M - N + 1)} \sum_{i=1}^{M-N+1} (\hat{\rho}_i - \hat{m}_\rho)(\hat{\rho}_{i+1} - \hat{m}_\rho). \quad (3.14)$$

Таким образом, формула (3.14) позволяет оценить постоянный коэффициент корреляции внутренней АР модели.

Результаты моделирования для «скользящих окон» размером  $N = 7$  и  $N = 15$  с общей длиной последовательности  $M = 2000$  представлены в табл.3.1 и табл.3.2.

Таблица 3.1 Идентификация параметров модели при  $N = 7$

| Параметр             | Значение |        |       |       |      |
|----------------------|----------|--------|-------|-------|------|
| $m_\rho$             | 0.8      | 0.65   | 0.65  | 0.8   | 0.1  |
| $m_\rho^\#$          | 0.79     | 0.66   | 0.63  | 0.81  | 0.17 |
| $\sigma_\rho^2$      | 0.002    | 0.0036 | 0.001 | 0.002 | 0.07 |
| $(\sigma_\rho^2)^\#$ | 0.003    | 0.002  | 0.002 | 0.001 | 0.06 |
| $r$                  | 0.85     | 0.9    | 0.5   | 0.15  | 0.99 |
| $r_{ск}^\#$          | 0.86     | 0.91   | 0.49  | 0.14  | 0.98 |
| $C_1$                | 1        | 1      | 15    | 27    | 1    |



Таблица 3.2 Идентификация параметров модели при  $N = 15$ 

| Параметр             | Значение |        |       |       |       |
|----------------------|----------|--------|-------|-------|-------|
| $m_\rho$             | 0.8      | 0.65   | 0.65  | 0.8   | 0.1   |
| $m_\rho^\#$          | 0.82     | 0.65   | 0.62  | 0.83  | 0.2   |
| $\sigma_\rho^2$      | 0.002    | 0.0036 | 0.001 | 0.002 | 0.07  |
| $(\sigma_\rho^2)^\#$ | 0.003    | 0.004  | 0.001 | 0.001 | 0.065 |
| $r$                  | 0.85     | 0.9    | 0.5   | 0.15  | 0.99  |
| $r_{ск}^\#$          | 0.93     | 0.95   | 0.54  | 0.12  | 0.99  |
| $C_1$                | 2        | 1      | 26    | 42    | 1     |

Параметр  $C_1$  характеризует номер итерации, на которой погрешность оценки  $\hat{r}_{ск}$  не превышает 10%. Анализ показывает, что предложенные оценки являются приемлемыми. Кроме того, при  $r \approx 1$  возможно дать достоверную оценку с использованием «скользящего окна». Однако увеличение длины «окна» и отдаление  $r$  от 1 приводит к появлению дополнительной погрешности, которая возникает за счет сглаживания процесса. При  $r < 0.5$  необходимо уменьшать размер «окна» до минимально возможного. Однако дополнительно проведенное статистическое моделирование показало, что даже при  $N = 3$  требуется довольно много итераций. Кроме того, уменьшается точность при больших значениях  $r$ . Это объясняется тем, что при малых  $r$  коэффициенты корреляции меняются быстрее, и поэтому нельзя считать случайный процесс однородным на длинных участках. Действительно, при  $r \approx 0.5$  мала связь  $R(7) \approx 0.008$  между элементами, отстоящими друг от друга на 7 отсчетов.

Для идентификации параметров двумерной АРДС модели (3.2) необходимо выполнить оценку статистических параметров  $m_{\rho x}$ ,  $m_{\rho y}$ ,  $\sigma_{\rho x}^2$

и  $\sigma_{\rho y}^2$ , а также постоянных коэффициентов корреляции  $r_{1x}$ ,  $r_{2x}$ ,  $r_{1y}$ ,  $r_{2y}$ .

Для этого предлагается также использовать метод «скользящего окна». С помощью несложных математических преобразований можно получить следующие оценки математического ожидания, дисперсии

$$m_{z(i+\frac{N-1}{2})(j+\frac{N-1}{2})} = \frac{1}{N \times N} \sum_{l=i}^{i+N-1} \sum_{k=j}^{j+N-1} X_{lk}, \sigma_{z(i+\frac{N-1}{2})(j+\frac{N-1}{2})}^2 = \frac{1}{N \times N - 1} \sum_{l=i}^{i+N-1} \sum_{k=j}^{j+N-1} (X_{lk} - m_{zlk})^2,$$

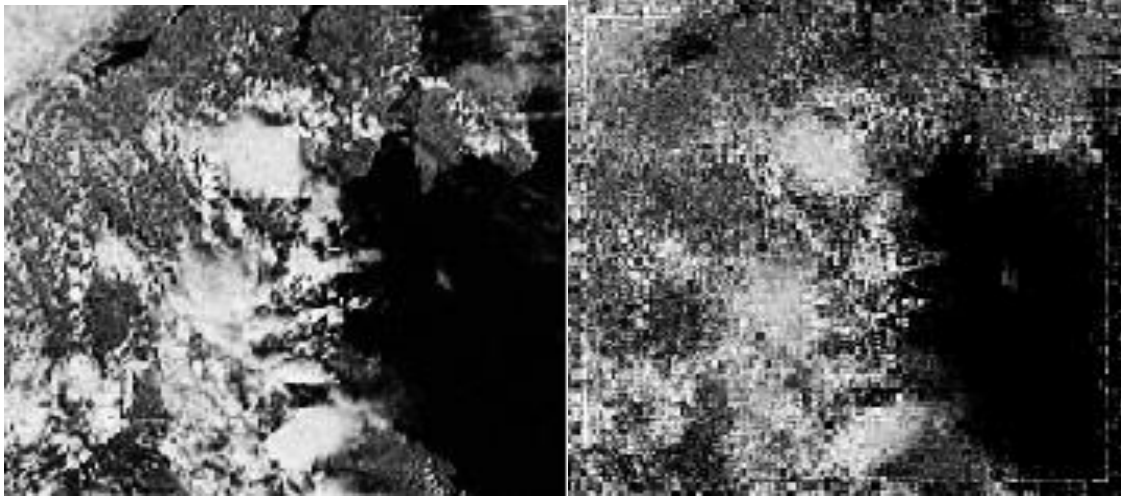
и коэффициентов связи по строке и столбцу:

$$\rho_{x(i+\frac{N-1}{2})(j+\frac{N-1}{2})} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\left( \sum_{l=i}^{i+N-2} \sum_{k=j}^{j+N-1} (X_{lk} - m_{zlk})(X_{(l+1)k} - m_{z(l+1)k}) \right)^2}{(N-1) \times N \times \sigma_{z(i+\frac{N-1}{2})(j+\frac{N-1}{2})}^2}}}{\frac{\sum_{l=i}^{i+N-2} \sum_{k=j}^{j+N-1} (X_{lk} - m_{zlk})(X_{(l+1)k} - m_{z(l+1)k})}{(N-1) \times N \times \sigma_{z(i+\frac{N-1}{2})(j+\frac{N-1}{2})}^2}}. \quad (3.15)$$

Коэффициенты  $\rho_{y(i+\frac{N-1}{2})(j+\frac{N-1}{2})}$  находятся аналогично.

Отметим, что найденные соотношения остаются действительными и для других вариантов построения ДСМ. Например, на практике вместо модели (3.2) целесообразно использовать АР с кратными корнями характеристических уравнений (3.4). При этом выражения (3.2), определяющие изменяющиеся по строке и столбцу корреляционные параметры, можно оставить неизменными.

На рис.3.9 показано, как на основе оценок с использованием скользящего окна можно представить исходное изображение (рис.3.9а) в виде реализации (рис.3.9б) рассмотренной смешанной модели изображений.



а

б

Рис. 3.9. Реальное и имитированное изображения

Другим вариантов оценивания параметра  $r$  модели (3.8) является применение псевдоградиентных (ПГ) алгоритмов поиска оценок [17]. ПГ процедуры могут быть описаны следующим выражением:

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \beta_{t+1}(J(Z_{t+1}, \hat{\alpha}_t)),$$

где  $\alpha$ – оцениваемый вектор параметров;  $t$ –номер итерации;  $\Lambda$ – матрица приближения;  $\beta$ – псевдоградиент целевой функции  $J$ , которая характеризует качество оценивания;  $Z_t$ – локальная выборка наблюдений, используемая на  $t$ -й итерации. ПГ алгоритмы обеспечивают достаточную для большинства практических приложений точность оценивания, не требуя при этом априорного знания градиента целевой функции и особенностей ее поведения.

Для определения необходимой при использовании ПГ алгоритмов целевой функции введем и определим параметр  $B_i$  как квадрат изменений корреляционных параметров:

$$\begin{aligned} B_i &= M\{(\tilde{\rho}_{i-1} - \tilde{\rho}_i)^2\} = M\{(\tilde{\rho}_{i-1} - r\tilde{\rho}_{i-1} - \sigma_\rho \sqrt{1-r^2} \zeta_i)^2\} = M\{(\tilde{\rho}_{i-1}(1-r) - \sigma_\rho \sqrt{1-r^2} \zeta_i)^2\} = \\ &= M(\tilde{\rho}_{i-1}^2)(1-r)^2 + \sigma_\rho^2(1-r^2) = \sigma_\rho^2((1-r^2) + (1-r)^2) = \sigma_\rho^2(1-r)(1+r+1-r) = 2\sigma_\rho^2(1-r). \end{aligned}$$

Тогда

$$B = \sum_{i=2}^{n-1} B_i = 2\sigma_\rho^2(1-r)(n-2).$$

Таким образом,  $B(r)$  – монотонно убывающая функция. Для ее оценки можно использовать следующее выражение:

$$\hat{B} = \sum_{i=2}^{n-2} \left( \frac{(x_{i-1} - \hat{m}_x)(x_i - \hat{m}_x)}{\hat{\delta}_x^2} - \frac{(x_i - \hat{m}_x)(x_{i+1} - \hat{m}_x)}{\hat{\delta}_x^2} \right)^2.$$

Справедливость такой оценки  $B$  становится понятной, если учесть

$$M \left\{ \frac{(x_{i-1} - \hat{m}_x)(x_i - \hat{m}_x)}{\hat{\delta}_x^2} \right\} = \frac{M \{ x_{i-1} (\rho_i x_{i-1} + \delta_x \sqrt{1 - \rho_i^2} \xi_i) \}}{\hat{\delta}_x^2} = \rho_i, \quad \text{то есть}$$

выражение  $\frac{(x_{i-1} - \hat{m}_x)(x_i - \hat{m}_x)}{\hat{\delta}_x^2}$  может быть использовано для

приближенной оценки  $\rho_i$ . Тогда для оценки параметра  $r$  может быть использовано следующее выражение:  $r = (2\sigma_\rho^2(n-2) - \hat{B}) / 2\sigma_\rho^2(n-2)$ .

К сожалению, поиск подобного компактного выражения для случаев больших размерностей и, тем более, для случаев пространственно неразделимых полей существенно затруднен. Тем не менее в этих условиях возможно использовать тот факт, что статистика  $\hat{B}$  является связанной со значениями  $r$ . Чем больше  $r$ , тем медленнее изменяются корреляционные параметры и тем меньшие значения примет в среднем статистика  $\hat{B}$ . При этом анализ показывает, что для разных реализаций ДСМ с одинаковым параметром  $r$  соответствующие статистики  $\hat{B}$  оказываются близки друг к другу при достаточно большой длине реализации. Это позволяет ввести функцию близости  $\Phi(r) = (\hat{B}_o(r) - \hat{B}_m(r))^2$  корреляционных параметров для двух ДСМ (оцениваемой и текущей), которую можно использовать в качестве целевой функции для ПГ идентификации. При этом процесс оценивания параметра  $r$  выглядит следующим образом. Имеется оцениваемая

последовательность  $x_i$ , для которой необходимо получить оценку  $r$ . Для нее рассчитывается статистика  $\hat{B}_o(r)$ . Выполняется имитация АРДС последовательности  $y_i^1$  с некоторым произвольным параметром  $r_y^1$ . Для последовательности  $y_i^1$  рассчитывается статистика  $\hat{B}_m^1(r)$ , что позволяет рассчитать функцию  $\Phi^1(r)$  на первом шаге. Далее выполняется стандартная ПГ релаксация, минимизирующая  $\Phi(r)$ . То есть на втором шаге вводится  $r_y^2 = r_y^1 \pm \beta \Delta$  (движение вперед/назад от предыдущей точки со скоростью  $\beta$ ), вновь имитируется последовательность  $y_i^2$ , рассчитываются  $\hat{B}_m^2(r)$  и  $\Phi^2(r)$ . Если  $\Phi^2(r) < \Phi^1(r)$ , то движение осуществляется в правильном направлении, т.е. знак  $\beta$  на следующем шаге не меняется. Если же  $\Phi^1(r) < \Phi^2(r)$ , то необходимо двигаться в противоположном направлении. Итеративный процесс продолжается до тех пор, пока  $\Phi^k(r)$  не приблизится к нулю. В качестве критерия остановки псевдоградиентной релаксации можно использовать либо число итераций, либо условие стабилизации оцениваемого параметра [33]. В результате оценкой параметра  $r$  будет его последнее значение. В табл.3.3 представлены результаты оценивания параметра  $r$  в зависимости от дисперсии  $\sigma_\rho^2$  и реального значения  $r$ . Длина последовательности составляла 2000 элементов.

Таблица 3.3. Идентификация параметров дважды стохастической модели

| Параметр                              | Значения |       |       |       |       |       |       |       |      |
|---------------------------------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| $\sigma_\rho^2$                       | 0.002    | 0,07  | 0,3   | 0.002 | 0,07  | 0,3   | 0.002 | 0,07  | 0,3  |
| $r$                                   | 0.14     | 0,14  | 0,14  | 0.5   | 0,5   | 0,5   | 0.99  | 0,99  | 0,99 |
| $r_{ск}^\#$                           | 0,138    | 0,151 | 0,132 | 0,501 | 0,498 | 0,494 | 0,99  | 0,988 | 0,98 |
| $C_1$                                 | 17       | 21    | 22    | 13    | 14    | 16    | 11    | 13    | 13   |
| Количество<br>необходимых<br>итераций | 234      | 297   | 376   | 212   | 247   | 312   | 132   | 178   | 217  |

Анализ результатов таблицы 3.3 показывает, что точность и скорость оценивания параметра  $r$  зависит главным образом от его величины и дисперсии процесса. Чем быстрее изменяется оцениваемый процесс, тем больше времени необходимо ПГ процедуре для поиска нужной оценки и тем менее точной является эта оценка. Важно, что ПГ процедура вначале релаксации довольно быстро (от 11 до 22 итераций) сходится к значению параметра  $r$  с точностью до 10%, однако для стабилизации ПГ алгоритма [115] требуется существенно больше времени (от 178 до 376 итераций соответственно). Это наталкивает на необходимость поиска дополнительных критериев остановки ПГ процедур в приложениях реального времени.

Аналогичный критерий может быть получен и для многомерного случая. Запишем условие выбора направления ПГ поиска в следующем виде:

$$\{\tilde{\rho}_{xij}\} = \min_{(\hat{B}_1 - B_{01})^2 + (\hat{B}_2 - B_{02})^2} (a_x \ b_x \ c_x \ d_x \ e_x \ f_x \ g_x \ h_x \ k_x),$$

$$\{\tilde{\rho}_{yij}\} = \min_{(\hat{B}_1 - B_{01})^2 + (\hat{B}_2 - B_{02})^2} (a_y \ b_y \ c_y \ d_y \ e_y \ f_y \ g_y \ h_y \ k_y),$$

где направление в сторону уменьшения каждого параметра описывается выражением:

$$(a_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi,j-1} - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs}) \times \\ \times (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \sigma_x \sqrt{(1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2) \sqrt{(1 - (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})^2)} \zeta_{ij}}$$

Направление в сторону уменьшения параметра связи по строке и неизменности по столбцу определяется как

$$(b_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi,j-1} - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs}) \times \\ \times r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \sigma_x \sqrt{(1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2) \sqrt{(1 - r_{2xs}^2)} \zeta_{ij}}$$

а направление в сторону уменьшения параметра по строке и увеличения по столбцу:

$$(c_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi,j-1} - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs}) \times \\ \times r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \sigma_x \sqrt{(1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2} \sqrt{(1 - r_{2xs}^2} \zeta_{ij}$$

Точно так же можно задать и остальные направления движения. При этом для каждой пары параметров  $\tilde{\rho}_{xij}$  и  $\tilde{\rho}_{yij}$  реализуется СП  $\tilde{x}_{ij}$ , на

основе которого вычисляются статистики

$$\hat{B}_1 = \frac{1}{M(N-2)} \sum_{j=1}^M \sum_{i=2}^{N-1} \left( \frac{\tilde{x}_{i,j}\tilde{x}_{i+1,j}}{\hat{\sigma}_x^2} - \frac{\tilde{x}_{i-1,j}\tilde{x}_{ij}}{\hat{\sigma}_x^2} \right)^2 \quad u \quad \hat{B}_2 = \frac{1}{N(M-2)} \sum_{j=2}^{M-1} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\tilde{x}_{i,j}\tilde{x}_{i,j+1}}{\hat{\sigma}_x^2} - \frac{\tilde{x}_{i,j-1}\tilde{x}_{ij}}{\hat{\sigma}_x^2} \right)^2.$$

В случае достижения близости к аналогичным статистикам, полученным по наблюдаемому изображению, значения  $r_{1xs}$ ,  $r_{2xs}$ ,  $r_{1ys}$ ,  $r_{2ys}$  считаются результатами идентификации соответствующих параметров.

В таблице 3.4 представлены результаты оценки внутренних параметров с помощью ПГ метода. Сравнивались оценки для случаев, когда  $r_{ix(y)}$  близки к 0, и когда  $r_{ix(y)} \sim 0.5$ , а также для  $r_{ix(y)} \sim 1$  при  $\sigma_x^2 = 1$ ,  $m_{\rho x} = m_{\rho y} = 0.8$ ,  $\sigma_{\rho x}^2 = \sigma_{\rho y}^2 = 0.001$ ,  $M = N = 50$ . При этом формировались реализации АРДС модели.

Таблица 3.4 Оценки корреляционных параметров

|      | $r_{1x}$ | $r_{2x}$ | $r_{1y}$ | $r_{2y}$ | $\bar{\sigma}_\varepsilon^2$ | $r_{1x}$ | $r_{2x}$ | $r_{1y}$ | $r_{2y}$ | $\bar{\sigma}_\varepsilon^2$ |
|------|----------|----------|----------|----------|------------------------------|----------|----------|----------|----------|------------------------------|
| X    | 0.1      | 0.1      | 0.1      | 0.1      | 0                            | 0.6      | 0.3      | 0.6      | 0.3      | 0                            |
| W=5  | 0.397    | 0.403    | 0.394    | 0.395    | 0.088                        | 0.416    | 0.414    | 0.395    | 0.395    | 0.024                        |
| W=15 | 0.247    | 0.247    | 0.256    | 0.257    | 0.023                        | 0.287    | 0.286    | 0.287    | 0.286    | 0.049                        |
| W=25 | 0.138    | 0.138    | 0.148    | 0.149    | 0.002                        | 0.151    | 0.15     | 0.154    | 0.154    | 0.111                        |
| ПГ   | 0.093    | 0.21     | 0.123    | 0.186    | 0.005                        | 0.537    | 0.39     | 0.533    | 0.347    | 0.005                        |
| X    | 0.6      | 0.9      | 0.6      | 0.9      | 0                            | 0.95     | 0.95     | 0.95     | 0.95     | 0                            |
| W=5  | 0.359    | 0.358    | 0.370    | 0.372    | 0.171                        | 0.333    | 0.33     | 0.329    | 0.33     | 0.384                        |
| W=15 | 0.354    | 0.356    | 0.355    | 0.358    | 0.178                        | 0.234    | 0.234    | 0.232    | 0.232    | 0.514                        |
| W=25 | 0.165    | 0.166    | 0.165    | 0.165    | 0.364                        | 0.131    | 0.129    | 0.157    | 0.156    | 0.651                        |
| ПГ   | 0.393    | 0.84     | 0.6      | 0.61     | 0.032                        | 0.84     | 0.773    | 0.827    | 0.817    | 0.019                        |

Анализ представленных в табл.3.4 результатов показывает, что оценки, полученные с помощью ПГ алгоритма, значительно точнее оценок в «скользящем окне» (иногда в 10-15 раз). При этом с увеличением корреляции точность ПГ оценки становится в 4-5 раз меньше, чем при малых значениях  $r$ . Стоит отметить, что представленные оценки получены путем усреднения по трем результатам, поэтому дальнейшее увеличение точности может быть достигнуто путем оценки на основе  $N > 3$  оценок. Однако выполнение ПГ поиска в таком случае будет требовать значительных вычислительных затрат. Поэтому не всегда целесообразно для получения оценок одних и тех же корреляционных параметров проводить  $N$  процедур ПГ поиска. Кроме того, в «скользящем окне» происходит сглаживание всех оценок и поэтому ошибки растут с ростом значений корреляционных параметров. На рис.3.10 представлены оценки параметров  $r_{1x}$  и  $r_{2x}$ .

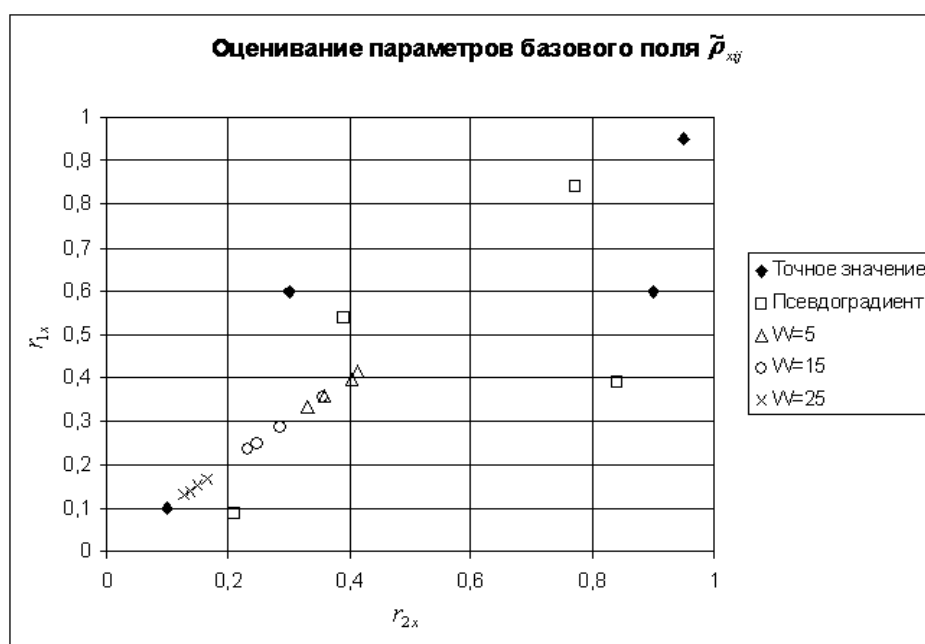


Рис. 3.10. Оценки параметров дважды стохастической модели: ромбом обозначено точное значение, квадратом – псевдоградиентная оценка, треугольником – оценка в окне размером  $5 \times 5$ , кругом – в окне  $15 \times 15$  и крестом – в окне  $25 \times 25$ .



Отметим, что оценки, полученные в скользящем окне, линейно увеличиваются с уменьшением длины окна  $W$ . Кроме того, они не зависят от точных значений коэффициентов  $r_{1x}$ ,  $r_{2x}$  и значительно удалены от истинных значений при высоких коэффициентах корреляции. Такие результаты объясняются тем, что при малых размерах «скользящего окна» оценка будет менее точной из-за недостатка информации, а увеличение «окна» приводит к усреднению результатов оценки для обоих параметров, что видно из линейного расположения оценок на рис.3.10.

Примерно такие же характеристики наблюдаются для базового поля  $\tilde{\rho}_{yij}$ . Разброс оценок, полученных ПГ поиском и в «скользящих окнах» разной длины, представлен на рис.3.11.

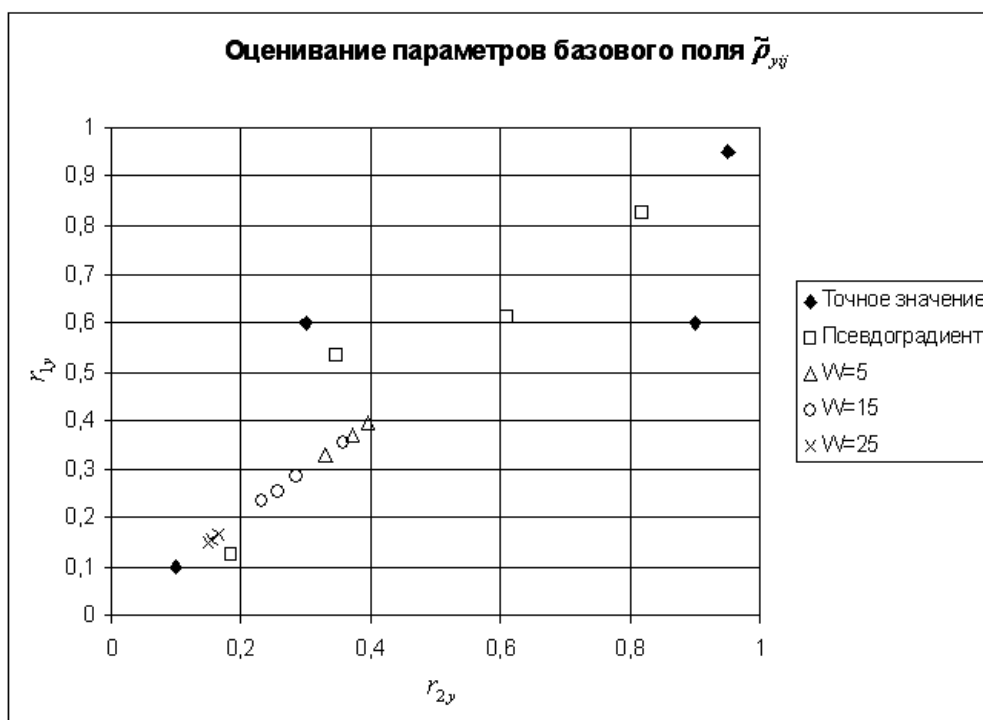


Рис. 3.11. Оценки параметров дважды стохастической модели: ромбом обозначено точное значение, квадратом – псевдоградиентная оценка, треугольником – оценка в «окне» размером  $5 \times 5$ , кругом – в «окне»  $15 \times 15$  и крестом – в «окне»  $25 \times 25$ .

Таким образом, ПГ процедуры оценивания позволяют производить достаточно точный поиск параметров базовых СП.

### 3.4. Моделирование квазирегулярных структур

Одной из особенностей многих изображений поверхности Земли, полученных с аэрокосмических аппаратов, является их существенная неоднородность. Эта неоднородность особенно выражена на участках, используемых человеком. Такими участками могут быть не только городская застройка, но и различные сельскохозяйственные или лесные угодья. Пример снимка, содержащего изображение полей с разными культурами, представлен на рис.3.12.

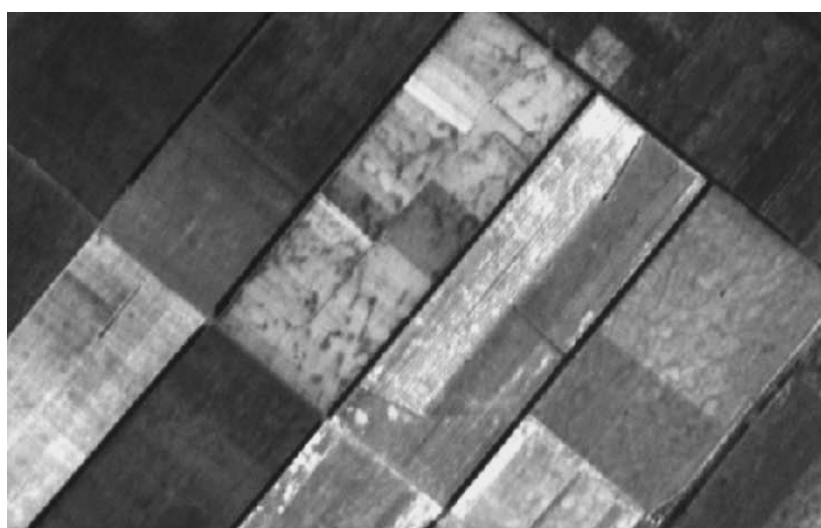


Рис. 3.12. Фрагмент реального спутникового изображения

Хорошо заметны четкие прямоугольные области внутри снимка, каждая из которых соответствует своей сельскохозяйственной культуре. Эти области можно интерпретировать, как попытку человека организовать окружающее пространство и разбить его на одинаковые зоны. Можно считать естественным, что человек, рассматривая вопрос о том, «чем засеять конкретный квадратный метр», будет опираться, прежде всего, на посеянные рядом культуры и, в силу объективных обстоятельств (требований к объему и ассортименту сельхозпродукции, агротехнических требований и пр.), будет чередовать посадки. Наиболее просто это чередование осуществляется с помощью прямоугольного зонирования.

Попытаемся сформулировать отмеченные выше особенности в терминах математических моделей изображений.

1. Значение каждого последующего элемента изображения должно опираться на предыдущие. Чаще всего, это последующее значение просто равно предыдущим, что позволяет образовывать одноцветные области.

2. С определенной вероятностью при формировании последующего элемента может произойти скачок яркости.

3. Результирующее изображение должно обладать выраженной анизотропией.

Первое и последнее из указанных требований приводит к возможности использования пространственных АР моделей. Простейшей является рассмотренная в п. 2.2 АР модель:

$$x_{ij} = \rho_1 x_{(i-1)j} + \rho_2 x_{i(j-1)} - \rho_1 \rho_2 x_{(i-1)(j-1)} + \sqrt{(1-\rho_1^2)(1-\rho_2^2)} \xi_{ij}, \quad (3.16)$$

где  $\rho_1, \rho_2$  – коэффициенты, совпадающие со значениями коэффициентов корреляции соседних по столбцу и по строке элементов моделируемого СП;  $\xi_{ij}$  – независимые нормальные СВ с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями  $\sigma_\xi^2$ .

Для того чтобы выполнить имитацию существенно неоднородного СП, преобразуем выражение (3.16) следующим образом:

$$x_{ij} = \text{ROUND}[(\rho_1 x_{(i-1)j} + \rho_2 x_{i(j-1)} - \rho_1 \rho_2 x_{(i-1)(j-1)} + \sqrt{(1-\rho_1^2)(1-\rho_2^2)} \xi_{ij})n]/n, \quad (3.17)$$

где  $\text{ROUND}$  – операция округления до целого значения;  $n$  – некоторое число.

Рассмотрим влияние этой модификации на результат моделирования. Прежде всего, отметим, что операция вида  $\text{ROUND}[Xn]/n$  фактически представляет собой квантование исходной величины  $X$  в соответствии с параметром  $n$ . Чем больше  $n$ , тем ближе в среднем оказывается величина  $\text{ROUND}[Xn]/n$  к исходной  $X$  (рис. 3.13).

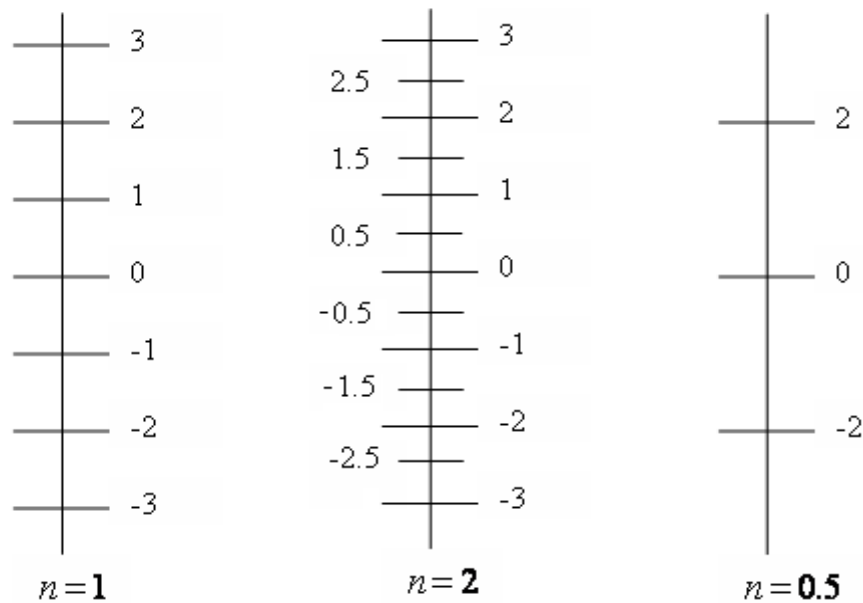


Рис. 3.13 Интервалы амплитудного квантования

При стремлении  $n$  к бесконечности область значений  $ROUND[Xn]/n$  будет совпадать с областью значений самой величины  $X$ . При малых значениях  $n$  число возможных уровней невелико и вероятность перехода значений с одного уровня на другой незначительна. Таким образом, изменяя только один параметр  $n$ , можно получить псевдооднородные области разного среднего размера и числа. На рис. 3.14 представлены варианты изображений, сформированных с помощью (3.17) при различных значениях  $n$ .

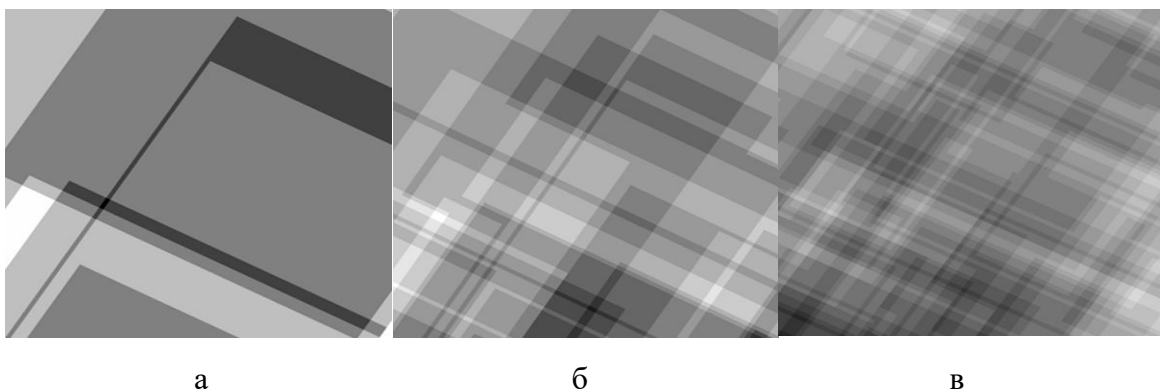


Рис. 3.14 Имитация областей неоднородного изображения при  $n=0.5$  (а),  $n=1$  (б),  $n=2$  (в)

Отметим, что модель формирования изображений (3.17) не является

аналогом процедуры разделения уже сформированного изображения на непересекающиеся области, поскольку квантование происходит не после, а во время формирования всего изображения. Это приближает модель (3.17) к реальным условиям, в которых определенная территория заполняется последовательно от квартала к кварталу, от поля к полю, а не формируется изначально раз и навсегда.

Использование модели (3.17) позволяет имитировать изображения близкие по своим вероятностным и визуальным характеристикам к реальным снимкам результатов урбанизации. Для этого достаточно «заполнить» полученные однородные области моделями с заданными характеристиками. На рис. 3.15 в качестве примера представлено такое заполнение реализациями АР моделей с кратными корнями характеристических уравнений.

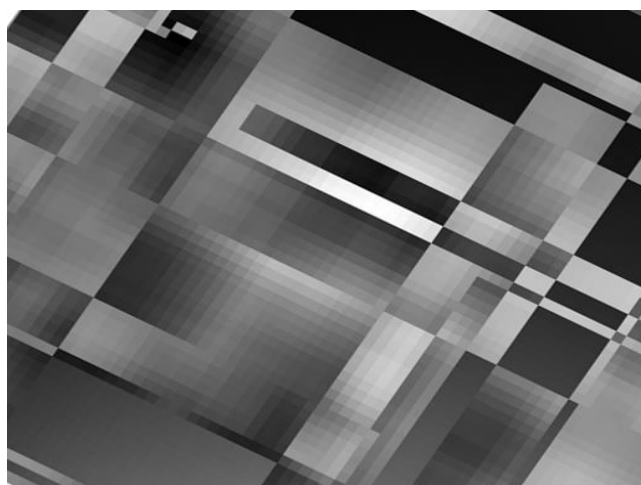


Рис. 3.15 Имитация спутникового изображения

Для нахождения вероятностных характеристик СП, порожденных моделью (3.17), рассмотрим одномерный случай:

$$x_i = \text{ROUND}[(\rho x_{i-1} + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_i)n]/n.$$

Проанализируем процесс формирования элементов последовательности. Первый элемент определяется как  $x_1 = \text{ROUND}[\xi_1 n]/n$ , т.е. как нормальная СВ с нулевым средним и

заданной дисперсией. Результат квантуется в соответствии со значением  $n$ . Формирование второго элемента отличается тем, что к результату добавляется слагаемое, линейно зависящее от предыдущего элемента.

В процессе последующего квантования определяется, произошел переход на уровень отличный от предыдущего или нет. Вероятность того, что последующее значение  $x_2$  не изменится относительно  $x_1$ , равна вероятности попадания величины  $\hat{x}_2 = \rho x_1 + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_2$  в интервал от  $x_1 - \frac{1}{2n}$  до  $x_1 + \frac{1}{2n}$  (рис. 3.16).

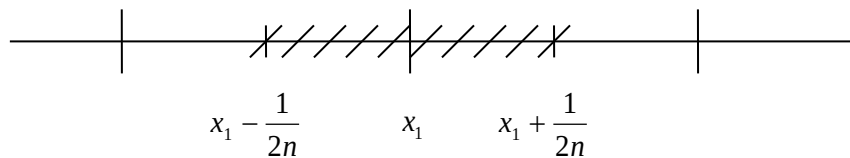


Рис 3.16. Условие отсутствия скачка последующего элемента

Таким образом,

$$P(x_1 - \frac{1}{2n} < \hat{x}_2 < x_1 + \frac{1}{2n}) = \Phi(\frac{1}{2n\sigma_\xi\sqrt{2(1-\rho^2)}}), \quad (3.18)$$

где  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  - функция Лапласа. Соответственно, вероятность

$$\text{скачка } P(x_2 \triangleleft x_1) = 1 - \Phi(1/2n\sigma_\xi\sqrt{2(1-\rho^2)}).$$

Анализ выражения (3.18) показывает, что чем больше значение  $n$  и чем больше значение дисперсии  $\sigma_\xi^2$ , тем больше вероятность того, что изменение значения последовательности состоится. При больших значениях  $n$  или  $\sigma_\xi^2$  она приближается к единице. При малых  $n$  или  $\sigma_\xi$ , а также при близких к единице значениях коэффициента корреляции  $\rho$ , скачок маловероятен.

Найдем числовые характеристики последовательности (3.17).

Математическое ожидание любого элемента, очевидно, равно нулю при нулевом математическом ожидании первого элемента. Дисперсия  $i$ -го элемента:

$$\sigma_{x_i}^2 = M(\text{ROUND}[(\rho x_{i-1} + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_i)n]/n * \text{ROUND}[(\rho x_{i-1} + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_i)n]/n).$$

Выражение  $\text{ROUND}[(\rho x_{i-1} + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_i)n]/n$  можно заменить на  $\rho x_{i-1} + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_i + e_{\text{кв}i}$ , где  $e_{\text{кв}i}$  – ошибка квантования. Отметим, что при большом  $n$  эта ошибка распределена по близкому к равномерному закону в интервале  $(-\frac{1}{2n}; \frac{1}{2n})$ . Ее математическое ожидание  $m_e = 0$ , а дисперсия

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{12n^2}. \text{ Учитывая независимость СВ } e_{\text{кв}i}, \xi_i, x_{i-1}, \text{ находим}$$

$$\sigma_{x_i}^2 = M((\rho x_{i-1} + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_i + e_{\text{кв}i})(\rho x_{i-1} + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_i + e_{\text{кв}i}))$$

$$\sigma_{x_i}^2 = \rho^2 M(x_{i-1}x_{i-1}) + (1-\rho^2)\sigma_\xi^2 + \sigma_{\text{кв}}^2 = \rho^2 \sigma_{x_{i-1}}^2 + (1-\rho^2)\sigma_\xi^2 + \frac{1}{12n^2}$$

Для стационарной случайной последовательности  $\sigma_{x_i}^2 = \sigma_{x_{i-1}}^2 = \sigma_x^2$  и тогда

$$\sigma_x^2 = \sigma_\xi^2 + 1/12n^2(1-\rho^2). \quad (3.19)$$

Аналогично находится ковариация между соседними элементами последовательности:

$$R(1) = M(x_{i-1} * \text{ROUND}[(\rho x_{i-1} + \sqrt{(1-\rho^2)}\xi_i)n]/n) = \rho(\sigma_\xi^2 + \frac{1}{12n^2}). \quad (3.20)$$

Анализ выражений (3.20) и (3.21) показывает, что найденные характеристики зависят не только от коэффициента  $\rho$  и дисперсии нормального шума  $\sigma_\xi^2$ , но и от параметра  $n$ . При этом, чем больше  $n$ , тем ближе свойства сформированной последовательности к одномерной АР модели.

Проведенный анализ позволяет предложить следующий алгоритм

идентификации параметров модели (3.17).

1. Процедура определения неизвестного параметра квантования  $n$  выполняется путем ранжирования значений последовательности или СП и определения минимального различия  $\Delta_{\min}$  между элементами. После этого параметр  $n$  можно оценить как  $\hat{n} = 1 / \Delta_{\min}$ .

2. Величина  $\hat{n}$ , а также оценки дисперсии и ковариационной функции подставляются в выражения (3.19) и (3.20), формируя систему уравнений относительно  $\rho$  и  $\sigma_{\xi}^2$ . При этом  $\rho$  определяется из кубического уравнения:

$$\rho^3(1-12n^2\sigma_{\xi}^2) - \rho^2 12n^2 R + \rho 12n^2 \sigma_{\xi}^2 - 12Rn^2 = 0.$$

Другой вариант оценки неизвестных параметров  $\rho$  и  $\sigma_{\xi}^2$  состоит в проведении оценки вероятностей скачков в соответствии с выражениями (3.19) и (3.20) по количеству переходов в реальной последовательности. При этом необходимо решить следующую систему относительно  $n$ ,  $\rho$  и  $\sigma_{\xi}^2$ :

$$C_n = \Phi\left(\frac{1}{2n\sigma_{\xi}\sqrt{2(1-\rho^2)}}\right), D_x = \sigma_{\xi}^2 + \frac{1}{12n^2(1-\rho^2)}, R(1) = \rho\left(\sigma_{\xi}^2 + \frac{1}{12n^2}\right),$$

где  $C_n$  число пар  $x_i x_{i-1}$ , в которых  $x_i = x_{i-1}$ . Нужно отметить, что полученная система позволяет выполнять идентификацию параметров модели в важном случае неоднородной последовательности, когда известны средняя ковариация, средняя дисперсия последовательности, а также оценка вероятности перехода от одного сегмента к другому. Последняя оценка получается простым пересчетом скачков в имеющейся последовательности.

Таким образом, приведенные выражения позволяют выполнять анализ квазиоднородных моделей вида (3.17), а также идентификацию



параметров.

Аналогичным образом квантование может быть использовано и для ДСМ. Действительно, чтобы базовые СП состояли из областей, в которых их значение не изменяется, необходимо перейти от непрерывного к скачкообразному характеру полей  $\{\rho_{1ij}\}$  и  $\{\rho_{2ij}\}$ .

Рассмотрим такой подход на примере АРДС модели:

$$x_{ij} = \rho_1 x_{(i-1)j} + \rho_2 x_{i(j-1)} - \rho_1 \rho_2 x_{(i-1)(j-1)} + \sqrt{\sigma_x^2 (1 - \rho_1^2)(1 - \rho_2^2)} \xi_{ij}, \quad (3.21)$$

$$i = \{1, 2, \dots, M_1\}, \quad j = \{1, 2, \dots, M_2\}.$$

Как и ранее, используемые в модели параметры  $\rho_1$  и  $\rho_2$  являются реализациями двух базовых СП, значения одного из которых будут преобразованы в совокупность корреляционных параметров  $\{\rho_{1ij}, i = 1, \dots, M_1, j = 1, \dots, M_2\}$ , а значения другого – в совокупность корреляционных параметров  $\{\rho_{2ij}, i = 1, \dots, M_1, j = 1, \dots, M_2\}$ .

Изменяющиеся коэффициенты  $\rho_{1ij}, \rho_{2ij}$  являются непрерывными СВ, и принимают различные значения в каждой точке. Чтобы они принимали счетное число значений, необходимо осуществить амплитудную дискретизацию:

$$\rho_{1ij}^* = \text{ROUND}\left(\frac{\rho_{1ij} L}{\max\{\rho_{1ij}\} - \min\{\rho_{1ij}\}}\right), \quad (3.22)$$

где  $L$  – число уровней дискретизации;  $\max\{\dots\}$  и  $\min\{\dots\}$  – соответственно максимальное и минимальное значение СП.

Затем можно преобразовать полученное дискретное СП (3.22) так, чтобы его минимальное значение соответствовало минимальному значению непрерывного СП, и выполнялось аналогичное равенство для максимальных значений:

$$\rho_{1ij}^{**} = \min\{\rho_{1ij}\} + \frac{(\rho_{1ij}^* - \min\{\rho_{1ij}^*\})(\max\{\rho_{1ij}\} - \min\{\rho_{1ij}\})}{\max\{\rho_{1ij}^*\} - \min\{\rho_{1ij}^*\}}. \quad (3.23)$$

На рис.3.17 представлены реализации, полученные с помощью дискретной модели (3.21) с учетом коэффициентов (3.22) при следующих параметрах:  $\sigma_x^2 = 1$ ,  $m_{\rho_1} = 0.85$ ,  $\sigma_{\rho_1}^2 = 0.0016$ ,  $m_{\rho_2} = 0.9$ ,  $\sigma_{\rho_2}^2 = 0.0016$ ,  $m = n = 320$ ,  $r_{11} = r_{12} = 0.95$ ,  $r_{21} = r_{22} = 0.8$ .

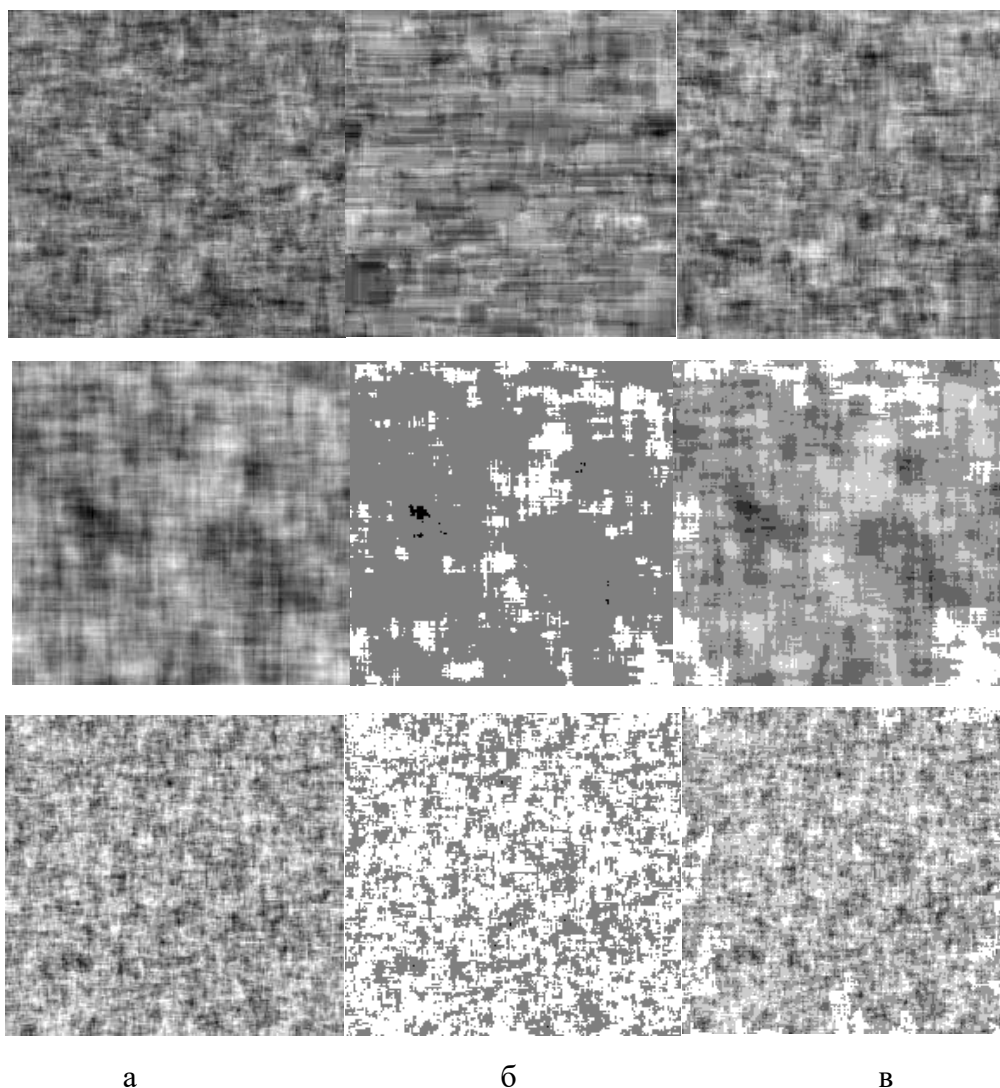


Рис. 3.17. Реализации дважды стохастических СП сверху вниз: основное СП, СП коэффициентов корреляции по строке, СП коэффициентов корреляции по столбцу(а – непрерывное СП, б – СП при  $L = 3$ , в – СП при  $L=6$ )

Очевидно, при различном числе уровней дискретизации, несмотря на одинаковое первоначальное базовое СП, полученные АРДС

изображения, могут значительно отличаться как в визуальном восприятии, так и по статистическим свойствам. Действительно, верхнее изображение рис.3.17б отличается заполнением от изображения на рис.3.17а. В то же время средний и нижний рис.3.17б-в представляют собой дискретное СП, которое может отображать различные объекты на изображении.

### 3.5. Дважды стохастические модели последовательностей изображений

Реальные МЗИ состоят из нескольких наборов слоев (радиодиапазон, инфракрасный, видимый диапазоны), каждый из которых представляет собой обычное двумерное изображение земной поверхности при определенной длине волны. Внутри каждого такого набора корреляция между элементами отдельных слоев примерно одинакова. Корреляция меняется скачкообразно только при переходе в другой набор.

Чтобы минимизировать вычислительные затраты и обеспечить адекватность модели реальным МЗИ, будем использовать следующий подход. С помощью алгоритма, разработанного для синтеза ДСМ, вначале построим первый кадр будущего МЗИ. Сформируем его с помощью АРДС модели:

$$x_{ij}^1 = \rho_{1ij}^2 x_{(i-1)j}^1 + \rho_{2ij}^1 x_{i(j-1)}^1 - \rho_{1ij}^1 \rho_{2ij}^1 x_{(i-1)(j-1)}^1 + \xi_{ij}^1, \quad (3.24)$$

где  $\xi_{ij}^1$  – гауссовские СВ с  $M\{\xi_{ij}^1\} = 0$  и

$$M\{(\xi_{ij}^1)^2\} = \sigma_{\xi j}^2 = \sigma_x^1 \sqrt{(1 - (\rho_{1ij}^1)^2)(1 - (\rho_{2ij}^1)^2)}; (\sigma_x^1)^2 - \text{дисперсия СП } \{x_{ij}^1\}.$$

Коэффициенты в (3.24) также представляют собой реализации АР СП:

$$\begin{aligned} \rho_{1ij}^1 &= r_{11}^1 \rho_{1(i-1)j}^1 + r_{12}^1 \rho_{1i(j-1)}^1 - r_{11}^1 r_{12}^1 \rho_{1(i-1)(j-1)}^1 + \varsigma_{1ij}^1, \\ \rho_{2ij}^1 &= r_{21}^1 \rho_{2(i-1)j}^1 + r_{22}^1 \rho_{2i(j-1)}^1 - r_{21}^1 r_{22}^1 \rho_{2(i-1)(j-1)}^1 + \varsigma_{2ij}^1, \end{aligned} \quad (3.25)$$

где  $\{\zeta_{1ij}^1\}$  и  $\{\zeta_{2ij}^1\}$  – независимые гауссовские СВ с нулевыми средними и дисперсиями

$$M\left\{\left(\zeta_{1ij}^1\right)^2\right\} = \left(1 - \left(r_{11}^1\right)^2\right)\left(1 - \left(r_{12}^1\right)^2\right)\sigma_{\rho_1}^2 \quad \text{и}$$

$$M\left\{\left(\zeta_{2ij}^1\right)^2\right\} = \left(1 - \left(r_{21}^1\right)^2\right)\left(1 - \left(r_{22}^1\right)^2\right)\sigma_{\rho_2}^2; \quad \sigma_{\rho_1}^2 = M\left\{\left(\rho_{1ij}^1\right)^2\right\}, \quad \sigma_{\rho_2}^2 = M\left\{\left(\rho_{2ij}^1\right)^2\right\}.$$

В силу переменного характера параметров (3.25) корреляционные свойства полученного СП могут быть близки к корреляционным свойствам отдельного кадра реального МЗИ.

Процесс формирования второго кадра можно представить в следующем виде:

$$x_{ij}^2 = r_{12} x_{ij}^1 + \sum_{i,j} a_{ij} \xi_{ij}^2, \quad (3.26)$$

где  $a_{ij}$  – некоторые коэффициенты;  $\xi_{ij}^2$  – независимые нормальные СВ;  $r_{12}$  – коэффициент корреляции между первым и вторым кадрами.

Для поиска этих коэффициентов необходимо решить системы уравнений для каждого элемента второго кадра:

$$\left(r_{12} x_{ij}^1 + \sum_{i,j} a_{ij} \xi_{ij}^2\right) x_{i-l,j-m}^2 = R_{lm}; \quad l = 1, 2, \dots, i; \quad m = 1, 2, \dots, j, \quad (3.27)$$

где  $R_{lm}$  – заданная ковариация между элементами  $x_{ij}^2$  и  $x_{i-m,j-l}^2$ .

Решение представленных систем (3.27) сопряжено со значительными вычислительными трудностями, которые обусловлены большим количеством уравнений. С ростом размера изображения эти трудности также существенно возрастают. Другой способ определения коэффициентов  $a_{ij}$  заключается в следующем. Выражение (3.27) можно представить как

$$x_{ij}^2 = r x_{ij}^1 + \sqrt{1-r^2} \sum_{i,j} b_{ij} \xi_{ij},$$

где  $b_{ij}$  – элементы треугольной матрицы  $V$ , такой что  $VV^T = R$ , где  $R$  – корреляционная матрица.

С целью упрощения на изображениях небольшого размера можно представить связь между кадрами в виде

$$x_{ij}^2 = r x_{ij}^1 + \sqrt{1-r^2} \sigma_x \xi_{ij}. \quad (3.28)$$

На рис.3.18 показаны первый и второй кадры дважды стохастического изображения с параметрами  $m_{\rho 1} = 0,95$ ;  $\sigma_{\rho 1} = 0,001$ ;  $m_{\rho 2} = 0,95$ ;  $\sigma_{\rho 2} = 0,0009$ ;  $r = r_{11} = r_{12} = r_{21} = r_{22} = 0,9$ , полученные по описанной методике.

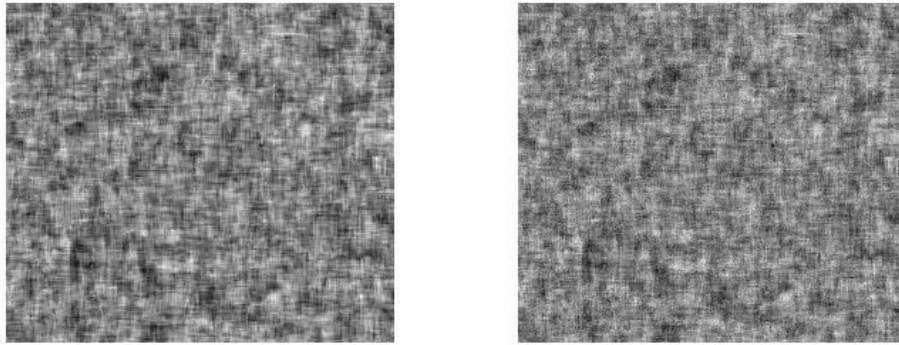


Рис. 3.20. Первый и второй кадры изображения

Третий кадр (рис.3.21) может быть получен с помощью выражения, аналогичного (3.35):

$$x_{ij}^3 = r x_{ij}^2 + \sqrt{1-r^2} \sigma_x \xi_{ij}.$$

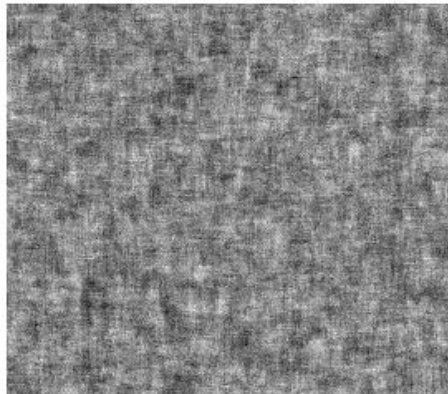


Рис. 3.21. Третий кадр изображения

Анализ рис.3.20 и рис.3.21 показывает, что четкость изображения от кадра к кадру ухудшается. Этот эффект может быть ослаблен, если увеличить коэффициент  $r$ . На рис.3.22 представлена последовательность кадров при  $r = 0,999$ .

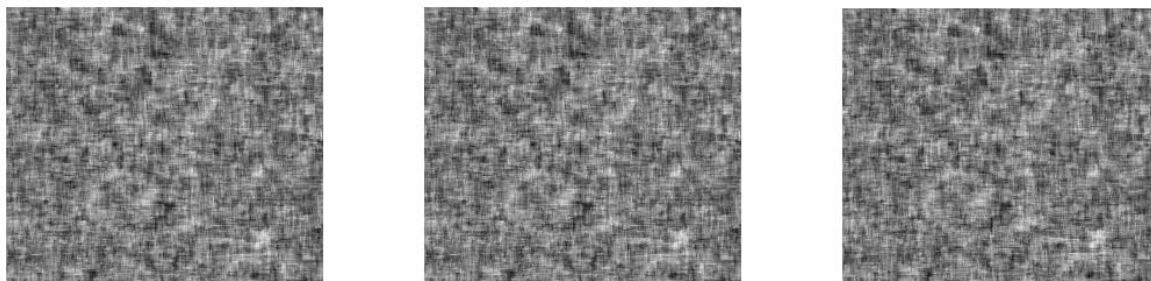


Рис. 3.22. Сильно коррелированная последовательность кадров

Подобным образом можно получить любое число кадров с заданной межкадровой корреляцией при относительно небольшом объеме вычислений. Полученное МЗИ является подходящим материалом для сравнительного анализа различных алгоритмов и методов обработки многозональной спутниковой информации.

Рассмотрим важный случай, когда в качестве основы для имитации последовательности изображений используется реальный спутниковый снимок с массивом данных  $\{z_{ij}\}$ . По изображению  $\{z_{ij}\}$  произведем оценку математического ожидания  $m_z$  и дисперсии  $\sigma_z^2$ . Заметим, что для неоднородных изображений лучше получить эти оценки для различных областей. После этого воспользуемся АР моделью для коэффициентов корреляции, которые будут описывать связи между пикселями с одинаковыми координатами на соседних кадрах изображения:

$$\rho_{ij} = r_1 \rho_{i-1j} + r_2 \rho_{i,j-1} - r_1 r_2 \rho_{i-1j-1} + \zeta_{ij},$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – постоянные коэффициенты корреляции вспомогательной модели;  $\{\zeta_{ij}\}$  – СП гауссовых СВ с нулевым математическим ожиданием и

дисперсией  $\sigma_{\zeta}^2 = \sigma_{\rho}^2(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)$ . Для построения последовательности кадров изображения запишем следующее выражение:

$$z_{ij}^k = (\rho_{ij} + \rho_0)z_{ij}^{k-1} + m_z + \theta_{ij}, k = 1, 2, \dots,$$

где  $\theta_{ij}$ —гауссовские независимые СВ с дисперсией  $\sigma_{\theta}^2 = \sigma_z^2[1 - (\rho_{ij}^2 + \rho_0)^2]$ ;  $\rho_0$ —среднее значение коэффициента корреляции соответствующих элементов двух соседних кадров;  $k$ — номер кадра.

На рис.3.23 представлена дважды стохастическая последовательность, полученная из реального изображения с помощью такого подхода.

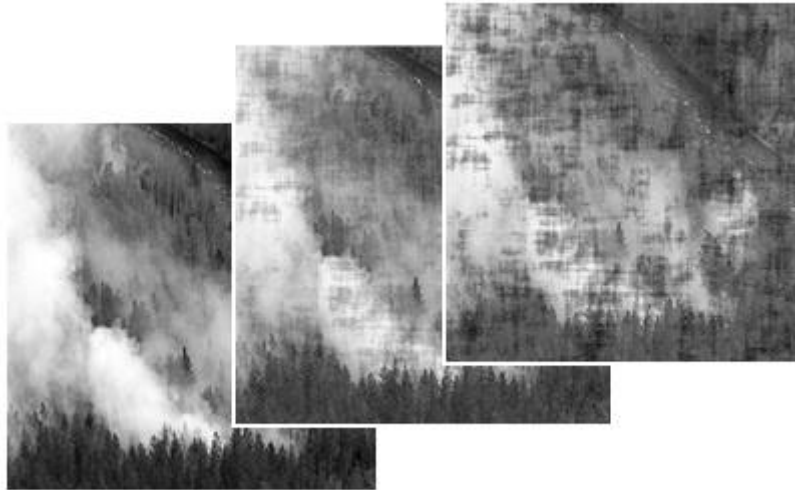


Рис. 3.23. Дважды стохастическая последовательность изображений

Таким образом, предложенная методика позволяет описывать временные последовательности как имитируемых моделей, так и реальных изображений. При этом модель остается достаточно простой в смысле ее реализации и математического описания. Кроме того, были получены зависимости дисперсии ошибки оценивания от коэффициента корреляции  $r$ . Проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что при большей дисперсии базовой последовательности оценка тем лучше, чем выше коэффициент ее корреляции. При этом максимальная точность

достигается при приближении  $r$  к единице при условии, что внутренний процесс обладает относительно большой дисперсией.

### **Выводы**

Анализ недостатков, свойственных «статическим» моделям, в которых АР коэффициенты являются постоянными величинами, позволил сделать вывод о целесообразности рассмотрения другого вида моделей – «динамических», в которых параметры модели сами являются СП. Исследование смешанных моделей, базирующихся на АРДС СП, показало, что такие модели по сравнению со «статическими» имеют ряд преимуществ. Во-первых, формирование СП происходит в различных пространственных зонах с различными параметрами, что позволяет получать неоднородные поля. Во-вторых, на основе выбора базовых и основных моделей, а также методов преобразования значений яркости в совокупности корреляционных параметров представляется возможным формирование СП с разнообразными вероятностными свойствами.



## **ГЛАВА 4. СИНТЕЗ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

### **Постановка задачи**

Обработка спутникового материала сопряжена с решением целого ряда задач, связанных с предварительной обработкой многозональных изображений и извлечением информации разного рода. Среди таких задач можно выделить задачи фильтрации и восстановления спутниковых изображений, их сегментации, и обнаружения аномалий различного вида. Синтез необходимых для этого алгоритмов сопряжен с выбором и использованием математических моделей, наиболее точно характеризующих особенности спутниковых многозональных изображений. В главе 3 показано, что для этого хорошо подходит авторегрессионная дважды стохастическая модель, реализации которой отличаются пространственной неоднородностью. Эта модель позволяет выполнять идентификацию параметров для неоднородных реальных изображений.

Настоящая глава посвящена применению синтезированной модели для обработки реальных сигналов и изображений. Вначале проведен обзор известных подходов к фильтрации сигналов (п.4.1). Далее для одномерных неоднородных случайных процессов выполнен синтез и анализа нелинейной процедуры фильтрации (п. 4.2). Полученные результаты обобщены на случай двумерных изображений (п.4.3). Найденные решения используются для решения задачи восстановления спутниковых изображений (п. 4.4), их сегментации (п. 4.5) и распознавания на этих изображениях объектов разного вида (п. 4.6).

#### **4.1. Обзор известных подходов к фильтрации случайных полей**

Реальные изображения наряду с полезной информацией содержат различные помехи. Помехами являются собственные шумы фотоприемных элементов, зернистость фотоматериалов, шумы каналов связи. Наконец, возможны геометрические искажения, изображение может быть расфокусировано. Поэтому сглаживание поступающих от датчиков зашумленных изображений с целью минимизации искажающего действия шумов на последующих этапах обработки данных является важным этапом обработки изображений. Методы сглаживания изображений можно условно разделить на две группы. К первой относятся методы, требующие знания достаточно полной априорной информации о статистических свойствах неискаженного изображения и шума. Такие методы, как правило, базируются на основе фильтров Винера и Калмана [7, 26, 27, 46, 49, 112]. Ко второй группе относятся локальные операторы, действующие на зашумленном изображении. При обработке каждого элемента изображения используются только отсчеты в небольшой ее окрестности. При этом за счет потери качества обработки достигается возможность сокращения общего объема вычислений.

Простейшей локальной операцией является усреднение в окрестности точки. При этом яркость элемента заменяется средним взвешенным значением уровней яркости, полученных путем свертки отсчетов изображения в «скользящем окне» с некоторым шаблоном весовых коэффициентов [46]. Усовершенствованием данного метода является сглаживание со взвешиванием отсчетов по обратному градиенту [49]. В этом случае, чем больше разность яркостей текущей и центральной точек, тем меньше вес данного отсчета.

Другая группа локальных операторов основана на полном исключении вклада в усредненное значение тех отсчетов, которые не

удовлетворяют некоторому критерию однородности [148]. Например, замена текущего значения усредненным осуществляется при условии, что разность между этими значениями меньше заданной. Типичным примером такого локального оператора может служить сигма-фильтр [15]. К этому же подклассу локальных операторов можно отнести и медианный фильтр [46, 83]. Наиболее эффективна медианная фильтрация при отбраковке импульсных помех.

К третьей группе локальных операторов можно отнести сглаживание по наиболее неоднородной окрестности центральной точки [86]. В пределах окна выбирается несколько окон меньшего размера и для каждого вычисляется среднее и дисперсия. Элементу присваивается среднее значение из окрестности с минимальной дисперсией. Возможны и другие критерии выбора.

Четвертая группа локальных операторов реализует аппроксимационный подход [124]. Полный кадр разбивается на фрагменты, в пределах которых изображение аппроксимируется полиномом по методу наименьших квадратов.

К пятой группе локальных операторов можно отнести комбинированные методы [19].

Из перечисленных локальных процедур только две в достаточной степени пригодны при решении задач фильтрации изображений из смеси с аддитивным шумом: фильтр скользящего среднего и аппроксимация полиномом. Однако фильтр скользящего среднего дает невысокое качество фильтрации, а хорошая аппроксимация полиномом требует больших вычислительных затрат. Остальные же локальные операторы ориентированы в основном на фильтрацию импульсных помех и малопригодны, например, для построения прогноза при обнаружении аномалий на изображениях [35].

Несмотря на появление специализированных алгоритмов фильтрации изображений [109], для этой цели применяются и методы на основе фильтра Винера. Так, в работе [109] был предложен подход, позволяющий производить винеровскую фильтрацию изображений путем рекурсивного пересчета, что повышает скорость обработки по сравнению с «классическим» вариантом фильтра Винера. Недостатком является то, что результаты фильтрации будут близкими к оптимальным лишь при условии, что спектр изображения может быть факторизован на спектр по столбцу и спектр по строке.

В одной из первых публикаций для решения задачи рекуррентного оценивания изображений [123] был предложен фильтр, совпадающий по структуре с АР уравнением (2.6) на двумерной сетке. Несмотря на то, что для АР последовательностей структура фильтра Калмана, совпадающая с АР уравнением, приводит к оптимальному решению, для АР изображений такой подход дает решение далекое от оптимального. Действительно, при оценивании на основе АР уравнения (2.6) используется только часть имеющихся наблюдений. Достоинством фильтра Хабиби [123] является его простота и, как следствие, высокая вычислительная эффективность.

В задачах оценивания СП часто применяется векторный фильтр Калмана [7, 213, 214]. Однако он имеет практическое значение для кадров относительно небольших размеров, т.к. требует большого количества матричных операций на каждом шаге фильтрации.

В работе [157] предложен вариант прямого применения алгоритмов Калмана с использованием «скользящего окна». Такой подход основан на включении в вектор состояния элементов, принадлежащих прямоугольному окну. Окно «скользит» по изображению с единичным шагом. Таким образом, при движении вдоль строки каждый элемент изображения в окне  $3 \times 3$  участвует в оценке 14 своих соседей, а, значит,

оценивается на основе информации в 14 соседних точках, несмотря на то, что размер вектора состояния всего 9 элементов. При этом оцененными наилучшим образом всегда являются три элемента вектора состояния. Следует подчеркнуть, что окно «скользит» по изображению с единичным шагом не только по индексу  $i$ , но и по индексу  $j$ . Таким образом, получаются три слабо зависимые оценки, которые затем складываются с определенными весами. Слабую зависимость этих оценок удастся получить благодаря предложенной треугольной развертке изображения, вследствие чего оценка каждый раз производится на основе различных наборов данных[157]. Важным достоинством такого способа является «объемность» вектора состояния, благодаря чему появляется возможность фильтровать не только аддитивный шум, но и учитывать линейные искажения. Естественно, при такой постановке задачи размер окна должен быть достаточно большим, чтобы можно было учесть соответствующие параметры «смаза» или расфокусировки изображения.

В последние годы все большее распространение получают специализированные квазиоптимальные рекуррентные алгоритмы оценивания изображений [7, 29, 157].

В работах [29,76] показано, что радикального сокращения объема вычислений можно достичь отказом от прямого применения калмановских процедур, как не соответствующих задачам обработки изображений. Установлено, что одной из причин противоречия между требованиями глобальной оптимальности и рекуррентности является использование растровой развертки двумерного поля, т.е. считывание значений  $\{z_{ij}\}$  по каждому индексу в одном направлении. С точки зрения синтеза рекуррентных процедур оптимального оценивания марковского СП  $\{x_{ij}\}$  такой способ считывания приводит к необходимости на каждом шаге фильтрации оперировать всеми элементами по крайней мере одной строки.

Для построения оптимальных процедур, основанных лишь на оценках «ближайших» соседей очередного элемента, необходимо, чтобы соседние элементы были представлены строго оптимальными оценками. Наиболее просто этого можно достичь при использовании «треугольной» развертки, т.е. построчного считывания элементов с изменением направления считывания после анализа очередной строки [30]. Особенностью такого способа считывания является постоянное расстояние между любыми двумя элементами при последовательном анализе.

Данный алгоритм оценивания обладает высоким быстродействием [26, 100] при величине максимального проигрыша по дисперсии ошибки порядка 40 %. Однако заложенные в алгоритме идеи сложно применить для СП размерности больше двух.

Многие нелинейные фильтры, в том числе и медианный, в основном ориентированы на сохранение границ крупномасштабных объектов изображения, а не малоразмерных его деталей. Кроме этого, эти фильтры неспособны эффективно подавлять мультипликативный шум. Для фильтрации такого рода применяют робастные нелинейные алгоритмы [46, 50]. Фильтр использует итерационную схему вычислений, следующую из классической схемы нахождения М-оценки. В отличие от классической оценки, основанной на медиане в качестве начального приближения, оценка в новом фильтре формируется на основе центрального элемента окна с тем, чтобы сохранить мелкие детали.

На текущей итерации из выборки формируется набор элементов, наиболее близких по значениям к оценке на предыдущем шаге. Далее по полученной таким образом промежуточной выборке вычисляется значение медианы для этой выборки. Затем вычисленное значение медианы используется в качестве предыдущей оценки на следующем шаге итераций. Число ближайших по значениям соседей среди элементов

выборки  $Kz$  вычисляется перед выполнением итераций и не меняется при следующих итерациях. Оно отражает локальную активность данных в окне и присутствие импульсной помехи в центральном его элементе. Таким образом, значение  $Kz$  вычисляется для каждого элемента, чтобы корректировать свойства фильтра по отношению к локальным характеристикам изображения. Такой фильтр подавляет импульсные шумы при одновременном сохранении мелких деталей на изображении. Кроме того, использование итерационной схемы уменьшает число наиболее близких по значению соседей  $Kz$ , необходимых для подавления импульсных шумов, а при меньших значениях  $Kz$  предложенный фильтр лучше сохраняет мелкие детали. Итерацию следует остановить, когда текущая оценка равна предыдущей. Обычно для этого достаточно трех-четырёх шагов.

#### 4.2. Фильтрация дважды стохастических случайных процессов

Проведем вначале синтез алгоритма, позволяющего выполнять оптимальную фильтрацию одномерного дважды стохастического процесса. Для этого рассмотрим следующее АРДС уравнение:

$$x_i = \rho_{i-1} x_{i-1} + \sigma_x^2 \sqrt{1 - \rho_{i-1}^2} \xi_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4.1)$$

где  $\{\rho_i\}$  – совокупность коэффициентов связи соседних элементов на  $i$ -м шаге;  $\{\xi_i\}$  – независимые гауссовские СВ с  $M\{\xi_i\} = 0$  и  $\sigma_\xi^2 = M\{\xi_i^2\} = 1$ ;  $n$  – длина моделируемого процесса. При этом коэффициенты связи изменяются в соответствии с АР моделью:

$$\rho_i = r \rho_{i-1} + \sigma_\rho^2 \sqrt{1 - r^2} \zeta_i, \quad (4.2)$$

где  $r$  – коэффициент корреляции соседних элементов;  $\{\zeta_i\}$  – независимые гауссовские СВ с  $M\{\zeta_i\} = 0$  и единичной дисперсией  $\sigma_\zeta^2 = M\{\zeta_i^2\} = 1$ .

Пусть имеются наблюдения

$$z_i = x_i + n_i$$

смеси  $x_i$  и белого шума  $n_i$  с дисперсией  $\sigma_n^2 = M\{n_i^2\}$ . Требуется по наблюдениям  $\{z_i\}$  оценить информационную последовательность (4.1) с наименьшей дисперсией ошибки.

Отметим, что АР модель формирования последовательности предполагает применение рекуррентных соотношений для решения задачи фильтрации. Предположим в связи с этим, что такой рекуррентный фильтр построен. С его помощью получены оценки  $\hat{x}_i \dots \hat{x}_{i-1}$  и  $\hat{\rho}_1 \dots \hat{\rho}_{i-1}$ . Как получить наилучшие оценки  $x_i$  и  $\rho_i$  на очередном шаге? Перепишем выражения (4.1) и (4.2) в виде одного векторного уравнения:

$$\bar{x}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ \rho_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{i-1}/2 & x_{i-1}/2 \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ \rho_{i-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_x^2 \sqrt{1-\rho_{i-1}^2} \xi_i \\ \sigma_\rho^2 \sqrt{1-r^2} \zeta_i \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

или

$$\bar{x}_i = \phi_{i-1} \bar{x}_{i-1} + v_i \bar{\xi}_i,$$

$$\text{где } \phi_{i-1} = \begin{pmatrix} \rho_{i-1} & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix}; \quad v_i = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 \sqrt{1-\rho_{i-1}^2} & 0 \\ 0 & \sigma_\rho^2 \sqrt{1-r^2} \end{pmatrix}; \quad \bar{\xi}_i = \begin{pmatrix} \xi_i \\ \zeta_i \end{pmatrix}. \quad \text{Уравнение}$$

(4.3) существенно отличается тем, что матрица  $\phi_{i-1}$  является не просто изменяющейся, но и содержит значения  $x_{i-1}$  и  $\rho_{i-1}$  на предыдущей итерации. Выражение для наблюдений также запишем в векторной форме

$$z_i = C \bar{x}_i + n_i, \quad (4.4)$$

где  $C_i = (1 \ 0)$ .

После выполненных преобразований можно воспользоваться одним из вариантов нелинейного фильтра Калмана (Приложение 3). При этом получим



$$\hat{\bar{x}} = \begin{pmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{\rho}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\hat{\rho}_0 + \hat{\rho}_{i-1})\hat{x}_{i-1} \\ \hat{r}_i \hat{\rho}_{i-1} \end{pmatrix} + P_i V_n^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (z_i - \hat{x}_i), \quad (4.5)$$

где  $P_i = P_{\vartheta i} (E + V_n^{-1} P_{\vartheta i})^{-1}$ ;  $P_{\vartheta i} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{x}} P_{i-1} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{x}} \right)^T + V_{\xi i}$ ;  $\hat{\rho}_0$  – оценка среднего значения коэффициента корреляции,  $\hat{r}_i$  – оценка используемого значения внутреннего коэффициента корреляции

Зная вид АР моделей, можем найти

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_{i-1}} & \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho_{i-1}} \\ \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_{i-1}} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho_{i-1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_0 + \hat{\rho}_{i-1} & \hat{x}_{i-1} \\ 0 & \hat{r}_i \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Также можно записать следующие используемые в процессе идентификации матрицы:

$$V_n = \begin{pmatrix} \sigma_n^2 & 0 \\ 0 & \sigma_n^2 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, V_{\xi i} = \begin{pmatrix} \sigma_{\xi}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\zeta}^2 \end{pmatrix}.$$

Зададимся начальными условиями, когда выполняется оценка на первом шаге:

$$P_{\vartheta 1} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_z^2 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_{\rho}^2 \end{pmatrix}, \hat{x}_0 = 0, \hat{\rho}_0 = 0, \quad (4.7)$$

где  $\hat{\sigma}_z^2, \hat{\sigma}_{\rho}^2$  – оценки дисперсий основного и базового случайных процессов соответственно.

Отметим прежде всего, что выражение для фильтрации (4.5), промежуточные расчеты (4.6) и начальные условия (4.7) позволяют оценивать дважды стохастическую модель случайного процесса и проводить идентификацию всей последовательности корреляционных параметров (базовой АР модели). При этом промежуточные оценки остальных параметров находятся из выражений (3.15).

С помощью статистического моделирования выполним идентификацию при следующих параметрах ДСМ:  $\rho_0 = 0.85$ ,  $\sigma_x^2 = 1$ ,  $r = 1$ ,  $\sigma_n^2 = 0.001$ ,  $\hat{r}_1 = 0.9999$ . В этом случае ДСМ принимает простейший вид АР первого порядка.

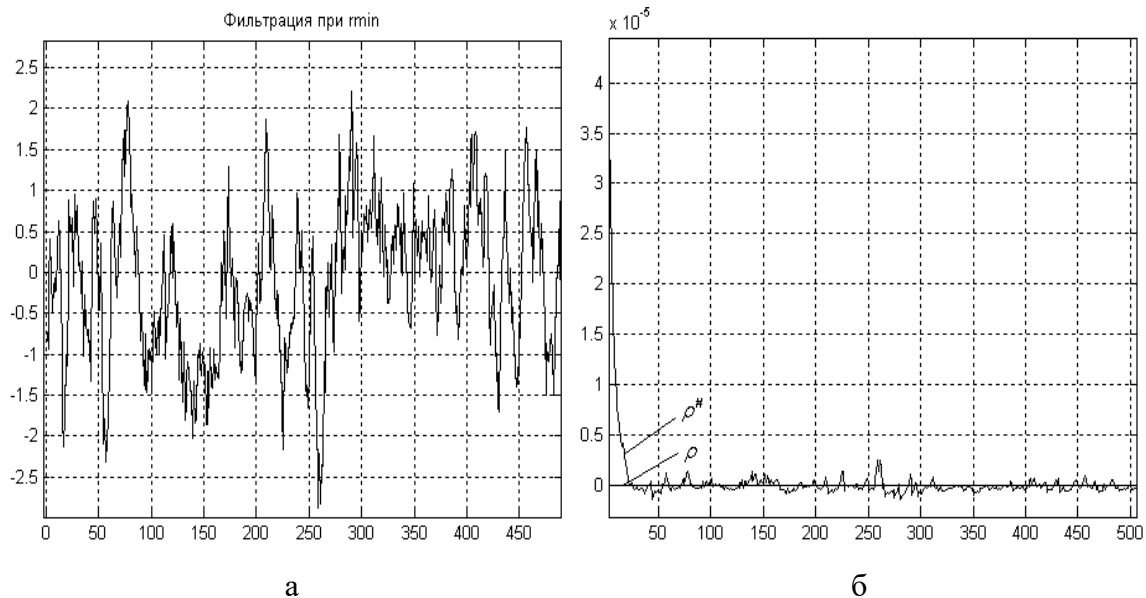


Рис. 4.1. Результаты фильтрации (а) и идентификации параметров базовой АР (б)

Анализ рис.4.1,б показывает, что максимальное отклонение от действительного значения составляет порядка  $4 \times 10^{-5}$ , а примерно к 20 отсчету оценка стабилизируется, и расхождение не превышает  $0.5 \times 10^{-6}$ .

Сравним и другие идентифицированные параметры с известными значениями:

$$\hat{\rho}_0 = 0.89, \hat{\sigma}_\rho^2 = 6 \times 10^{-12}, \hat{\sigma}_x^2 = 1.03.$$

$$\rho_0 = 0.85, \sigma_\rho^2 = 0, \sigma_x^2 = 1.$$

На рисунке 4.2 представлен график процесса идентификации изменяющихся параметров дважды стохастической модели ( $r < 1$ ), а на рисунке 4.3 – зависимости дисперсии ошибки оценки параметра базовой авторегрессии  $\sigma_{er}^2$  от значений  $r$ .

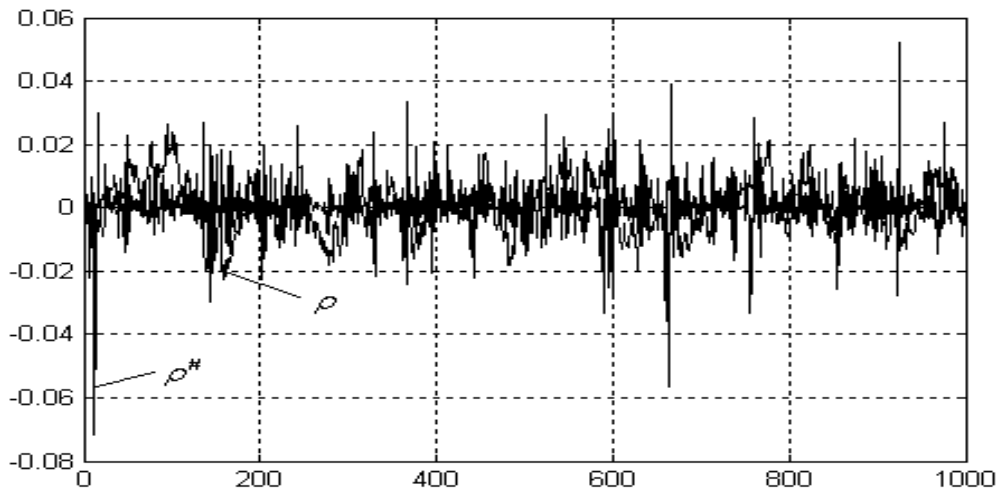


Рис. 4.2. Процесс идентификации при  $r = 0.9$ ,  $\sigma_{\rho}^2 = 0.0001$

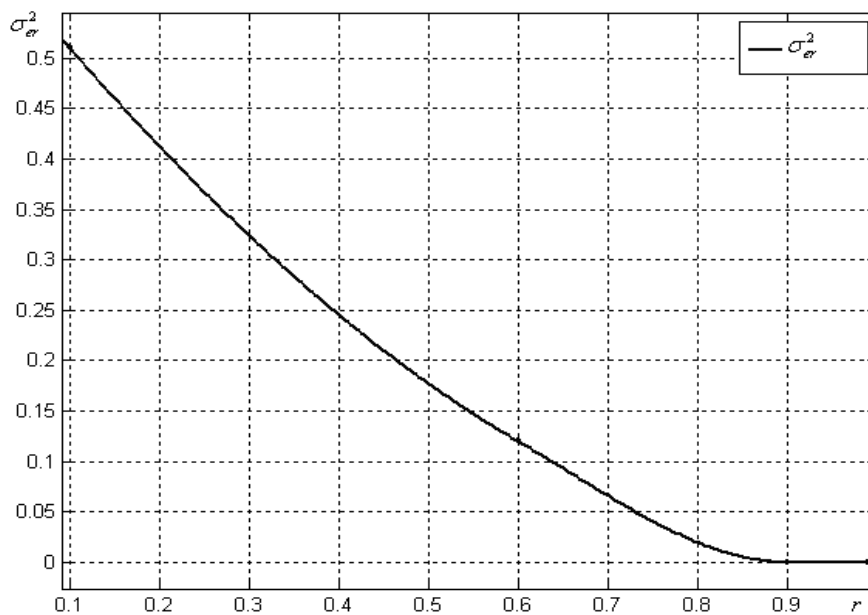


Рис. 4.3 Зависимость дисперсии ошибки от коэффициента корреляции базового процесса

Таким образом, предложенный алгоритм идентификации параметров дважды стохастической АР модели позволяет производить адекватную оценку как базового случайного процесса, так и основного случайного процесса при значениях  $r$ , близких или равных 1. Рассмотренный алгоритм может быть достаточно просто обобщен на многомерный случай, что позволяет находить параметры модели для таких реальных сигналов и

изображений, которые могут адекватно описываться ДСМ с медленным изменением корреляционных параметров.

Чтобы исследовать алгоритм идентификации применительно к последовательности изменяющихся параметров при реализации различных дважды стохастических моделей и упростить задачу идентификации, выполним статистическое моделирование и фильтрацию, считая коэффициент  $r$  заранее известным. Положим  $\sigma_n^2 = 0.1\sigma_x^2$  и исследуем фильтр (4.5) при различных параметрах модели. На первом этапе произведем оценку обычного одномерного АР процесса. Для этого необходимо, чтобы  $r = 1, \sigma_\rho^2 = 0$ . Тогда последовательность корреляционных параметров основного процесса становится постоянной величиной.

Очевидно, при  $r \neq 1$  оценка изменяющихся параметров будет отличаться от их истинных значений. Это отличие может быть выражено через оценку дисперсии ошибки

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\rho_i - \hat{\rho}_i)^2. \quad (4.8)$$

Для оценки эффективности фильтрации выполним с помощью дважды стохастической АР модели имитацию неоднородных случайных последовательностей с разными параметрами и произведем обработку с помощью фильтра (4.5). На рис. 4.4 показаны результаты оценивания при различных параметрах модели.

Анализ представленных графиков показывает, что предложенная методика позволяет с достаточной точностью выполнять оценку зашумленного сигнала. При малых  $\sigma_\rho^2$  нет ярко выраженной зависимости эффективности фильтрации от коэффициента  $r$ . В целом, с увеличением  $\rho_0$  повышается точность оценки.

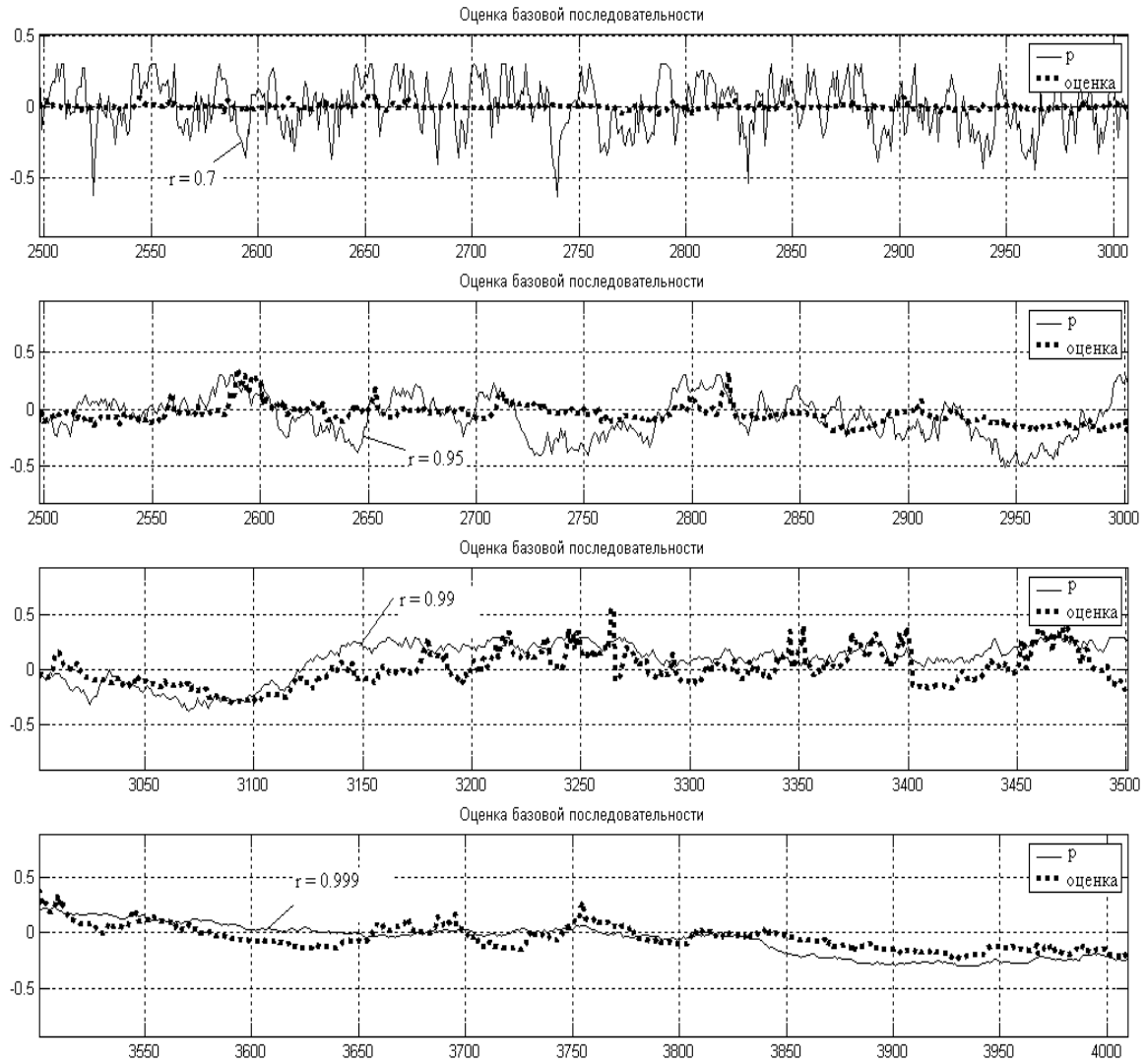


Рис. 4.4. Оценивание изменяющихся коэффициентов связи при различных  $\gamma$  (сплошная – коэффициент корреляции, пунктирная – его оценка):  $\sigma_\rho^2 = 0.04$ ,  $\rho_0 = 0.7$

Однако учет ограничения на коэффициент корреляции  $|\rho_i| \leq 1$ , хотя и позволяет моделировать стационарные последовательности, тем не менее, не может в полной мере учесть характер ДСМ. Таким образом, для заданной модели и ограничивающих условий можно при фильтрации предположить постоянство коэффициента корреляции и принять  $\rho_i = \rho_0$ .

Тогда алгоритм квазиоптимальной фильтрации примет следующий вид:

$$\hat{x}_i = x_{zi} + P_i V_n^{-1} (z_i - x_{zi}), \quad (4.9)$$

где  $P_i = P_{\varepsilon i} / (1 + V_n^{-1} P_{\varepsilon i})$ ;  $P_{\varepsilon i} = m_\rho^2 P_{i-1} + V_\xi^*$ ;  $x_{\varepsilon i} = m_\rho \hat{x}_{i-1}$ ;  $V_\xi^* = \sigma_x^2 (1 - m_\rho^2)$ ;  $x_{\varepsilon 1} = 0$ ;  
 $P_{\varepsilon 1} = V_x = \sigma_x^2$ .

Анализ показывает, что при использовании выражения (4.9) наблюдается выигрыш в оценке сигнала в алгоритме двухкомпонентной фильтрации, когда  $\rho_0$  имеет значения, удаленные от единицы. Например, наилучшее оценивание превосходит второй алгоритм всего в 1.15 раза. При  $\rho_0 \approx 1$  и больших отношениях сигнал/шум предпочтительным является линейный алгоритм фильтрации на основе обычной авторегрессии. Большие ошибки двухкомпонентной фильтрации связаны со сложностью оценивания внутренней авторегрессии и достигают наибольших значений при выбросах, которые видны в правой части рис. 4.1.

На рис. 4.5 представлены зависимости дисперсии ошибки фильтрации основного СП от коэффициента  $r$  и дисперсии шума  $V_n$ , полученные в результате статистического моделирования.

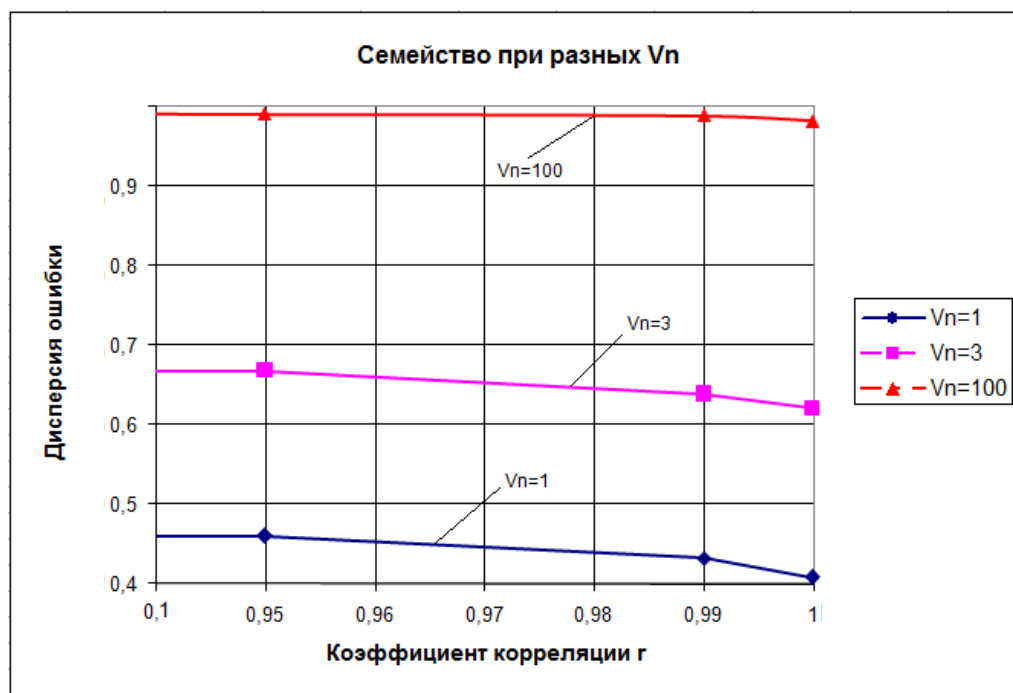


Рис.4.5. Зависимости дисперсии ошибки от коэффициента  $r$  и дисперсии шума  $V_n$

Как следует из рисунка, наблюдается слабая зависимость дисперсии ошибки от коэффициента корреляции  $r$ . Это связано с малыми значениями дисперсии внутреннего АР процесса.

Сравним предложенный алгоритм нелинейной фильтрации одномерной ДСМ со скалярными фильтрами Калмана и Винера [158]. Для применения фильтра Винера будем считать, что происходит очень медленное изменение базового поля  $\{\rho_i\}$ , и КФ смешанной модели может быть очень близка к КФ АР модели:

$$B_i = \sigma_x^2 m_\rho^{|i|} = \sigma_x^2 e^{\ln m_\rho |i|} = \sigma_x^2 e^{-a|i|}.$$

Это дает возможность записи оценки  $\{x_i\}$  следующим образом:

$$\hat{x}_i = \sum_{q=1}^N h_q z_{i-q}, \quad (4.10)$$

где  $h_q$  – весовая функция, значения которой могут быть получены из решения системы уравнений Винера-Хопфа [158].

Для оценки рассмотренных алгоритмов фильтрации (4.5) и (4.9) при различных параметрах моделей воспользуемся методикой статистического моделирования [30]. На рис.4.6 приведены зависимости дисперсии ошибки фильтрации при различных дисперсиях шума  $\sigma_n^2$ , а также при различных коэффициентах корреляции  $r$ . Длина последовательности  $N = 1000$ .

Анализ кривых показывает, что наилучшие оценки дает нелинейный фильтр. Однако главное преимущество такого алгоритма по сравнению с фильтром Винера в том, что требуется значительно меньше вычислительных ресурсов. Это объясняется тем, что в фильтре Винера используется вся последовательность наблюдений, чтобы сделать оценку текущего элемента, а при нелинейной фильтрации – только последняя строка наблюдений или последний оцененный элемент в одномерном

случае. Кроме того, применение нелинейного фильтра позволяет также проводить оценивание коэффициентов связи.

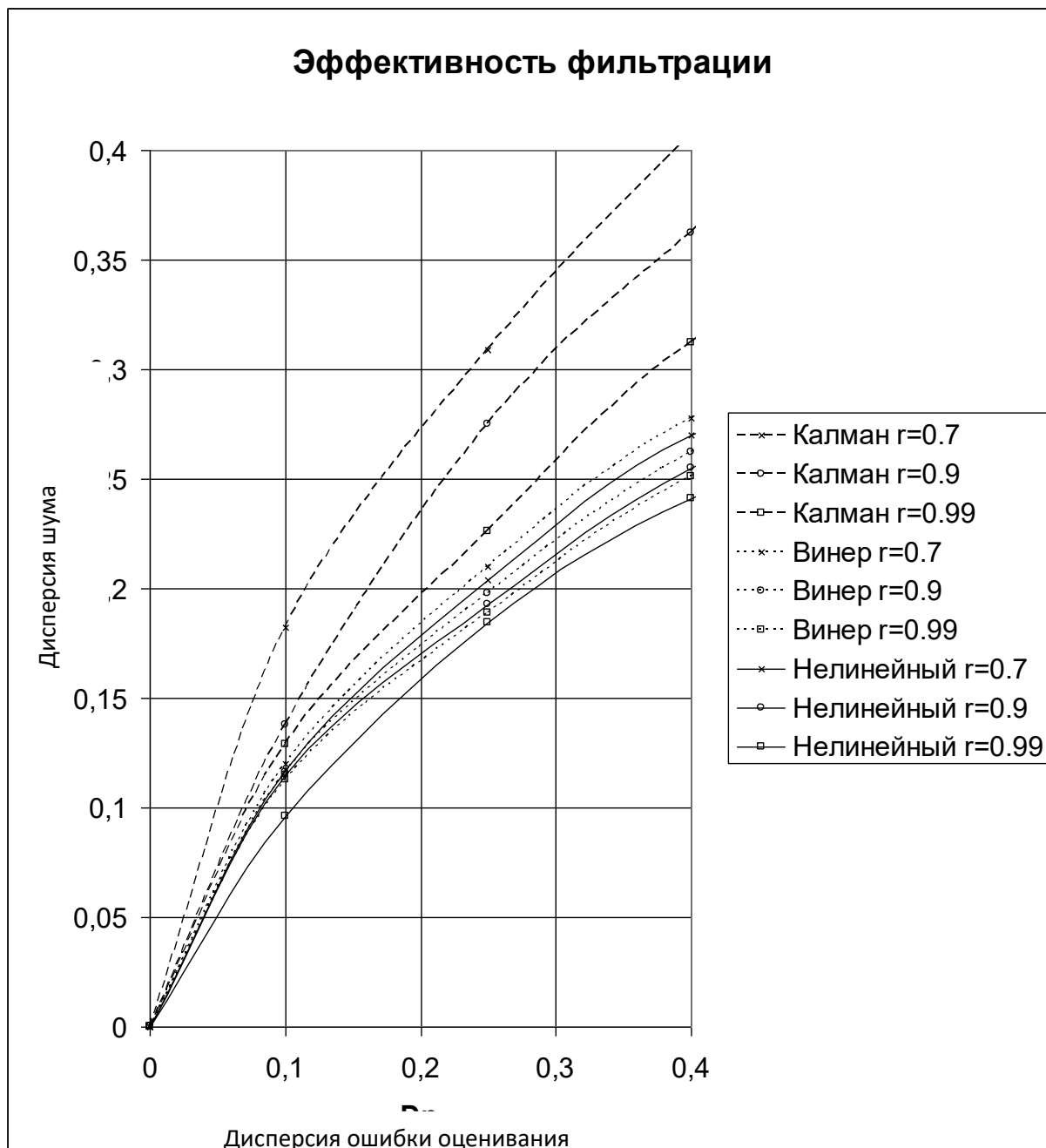


Рис 4.6. Эффективность нелинейного фильтра (сплошные линии), скалярного фильтра Калмана (штриховые) и фильтра Винера (точки)

Отметим, что в некоторых случаях можно получить хорошие оценки с использованием дискретного фильтра Винера [167], адаптированного под дважды стохастическую модель на основе оценивания КФ в скользящем



окне. Рассмотрим такой фильтр для одномерной АРДС модели. Вариации коэффициента корреляции определяются АР моделью:

$$\rho_i = r\rho_{i-1} + \zeta_i, \quad (4.11)$$

где  $\{\zeta_i\}$  – независимые гауссовские СВ с  $m_\zeta = 0$ ,  $\sigma_\zeta = \sigma_\rho \sqrt{1-r^2}$ .

Будем предполагать, что КФ процесса (4.8) строится исходя из элементов (4.11). Например, ковариационную матрицу для пяти отсчетов процессам можно записать в следующем виде:

$$B_x(i, j) = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_x^2 \rho_1 & \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 & \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \\ \sigma_x^2 \rho_1 & \sigma_x^2 & \sigma_x^2 \rho_2 & \sigma_x^2 \rho_2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \\ \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 & \sigma_x^2 \rho_2 & \sigma_x^2 & \sigma_x^2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_3 \rho_4 \\ \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_3 & \sigma_x^2 & \sigma_x^2 \rho_4 \\ \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 & \sigma_x^2 \rho_2 \rho_3 \rho_4 & \sigma_x^2 \rho_3 \rho_4 & \sigma_x^2 \rho_4 & \sigma_x^2 \end{pmatrix}.$$

Будем считать известными КФ  $B_z(i, j) = M\{z_i z_j\}$  и взаимную КФ  $B_{zx}(i, k) = M\{z_i x_k\}$ . При фильтрации предполагается линейное взвешивание всей последовательности

$$\hat{x}_k = \sum_{i \in D_k} g_{ik} z_i, \quad (4.12)$$

где  $D_k$  – область моментов времени выполненных наблюдений.

Выражение (4.12) должно быть оптимальной оценкой в смысле минимума дисперсии ошибки

$$\sigma_{\hat{x}_k}^2 = M \left\{ \left( \sum_{i \in D_k} g_{ik} z_i - x_k \right)^2 \right\} = \sigma_{xk}^2 + M \left\{ \sum_{i \in D_k} \sum_{j \in D_k} g_{ik} g_{jk} z_i z_j - 2x_k \sum_{i \in D_k} g_{ik} z_i \right\}, \quad (4.13)$$

где  $\sigma_{xk}^2 = M\{x_k^2\}$ . После вычисления математического ожидания и дифференцирования, получаем систему линейных уравнений относительно весовых коэффициентов:

$$\sum_{j \in D_k} g_{jk} B_z(i, j) = B_{zx}(i, k), i \in D_k. \quad (4.14)$$

При этом минимальная дисперсия ошибки фильтрации

$$\sigma_{\varepsilon k}^2 = \sigma_{\varepsilon k}^2 - \sum_{i \in D_k} g_{ik} B_{zx}(i, k).$$

Если рассматривать достаточно плавное изменение корреляционных параметров, а дважды стохастический процесс на коротких участках квазистационарным, то система (4.14) может быть преобразована к виду

$$\sigma^2 g_i + \sum_{j \in D} g_j B_x(i - j) = B_x(i), i \in D.$$

На рис.4.7 представлены графики дисперсии ошибки для сравнения скалярного фильтра Калмана (1), фильтра Винера для АР модели (2), нелинейного дважды стохастического фильтра (3), фильтров Винера для АРДС модели (4). При этом для рис.4.7,а была выбрана модель процесса с резко изменяющимися корреляционными параметрами, а для рис.4.7,б – с плавным изменением, близкая к АР модели.

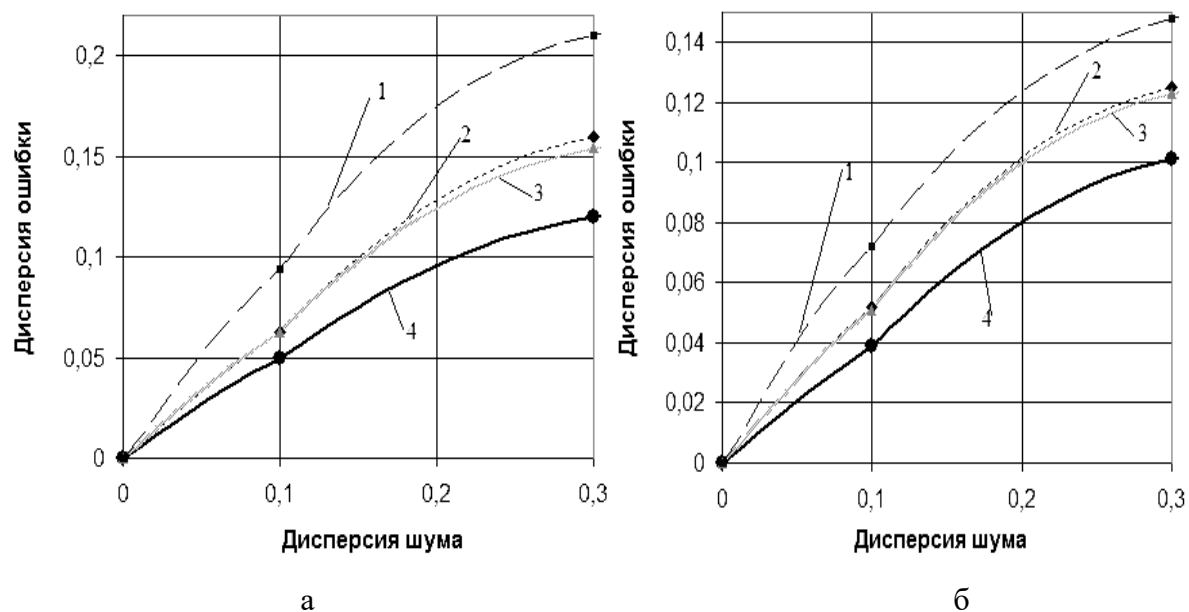


Рис. 4.7– Дисперсии ошибки фильтрации процессов: с большой дисперсией изменения параметров ( $r = 0.2$ ) (а) и близкого к АР ( $\rho_0 = 0.9, \sigma_\rho^2 = 0.0001, r = 0.99$ ) (б)

Анализ показывает, что фильтр Винера для ДСМ эффективнее на 25-30% при значительном уровне шума. При приближении дважды стохастического процесса к АР выигрыш фильтра Винера становится порядка 15%, а эффективность трех других фильтров примерно одинакова.

Однако с ростом неоднородности фильтруемого процесса наилучшие результаты показывает нелинейный дважды стохастический фильтр, подстраивающийся к изменениям корреляционных параметров.

Таким образом, для ДСМ является удовлетворительным применение фильтра Винера, если дисперсия базовых СП (или скорость изменения корреляционных параметров) достаточно мала. Трехэтапный алгоритм калмановской фильтрации также позволяет проводить оценку изображения с небольшой дисперсией ошибки. Его применение допустимо даже при относительно больших дисперсиях базовых СП. Нелинейный фильтр, позволяющий производить оценку ДСМ в зависимости от параметров модели, выигрывает по сравнению с фильтром Винера 5-20%. Кроме того, использование алгоритмов нелинейной рекуррентной фильтрации позволяет находить поля параметров для изображений и использовать их для прогноза.

#### 4.3. Эффективность оценивания многомерных случайных полей

Используем теперь найденные подходы для решения задачи оценивания параметров дважды стохастической модели для многомерного случая.

Пусть двумерное изображение может быть описано СП  $\{x_{ij}\}$ , заданным на прямоугольной сетке  $\{(i, j); i = 1, M_1; j = 1, M_2\}$ . Рассмотрим пространственную АРДС модель:

$$x_{ij} = \rho_{xij-1}x_{i-1,j} + \rho_{yij-1}x_{i,j-1} - \rho_{xi-1j}\rho_{yij-1}x_{i-1,j-1} + \xi_{ij}, \quad (4.15)$$

где  $x_{ij}$  – моделируемое СП с  $M\{x_{ij}\} = 0$ ,  $M\{x_{ij}^2\} = \sigma_x^2$ ;  $\xi_{ij}$  – СП независимых гауссовских СВ с  $M\{\xi_{ij}\} = 0$ ,  $M\{\xi_{ij}^2\} = \sigma_{\xi_{ij}}^2 = \sqrt{\sigma_x^2(1-\rho_{xij}^2)(1-\rho_{yij}^2)}$ ;  $\rho_{xij}$  и

$\rho_{yij}$  – изменяющиеся коэффициенты по строке и по столбцу соответственно.

СВ  $\rho_{xij}$  и  $\rho_{yij}$  будем представлять следующими АР уравнениями:

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{xij} &= r_{1x} \tilde{\rho}_{x(i-1)j} + r_{2x} \tilde{\rho}_{xi(j-1)} - r_{1x} r_{2x} \tilde{\rho}_{x(i-1)(j-1)} + \sigma_{\rho_x} \sqrt{(1-r_{1x}^2)(1-r_{2x}^2)} \zeta_{\rho_{xij}}, \\ \tilde{\rho}_{yij} &= r_{1y} \tilde{\rho}_{y(i-1)j} + r_{2y} \tilde{\rho}_{yi(j-1)} - r_{1y} r_{2y} \tilde{\rho}_{y(i-1)(j-1)} + \sigma_{\rho_y} \sqrt{(1-r_{1y}^2)(1-r_{2y}^2)} \zeta_{\rho_{yij}}, \\ \rho_{xij} &= \tilde{\rho}_{xij} + m_{\rho_x}, \rho_{yij} = \tilde{\rho}_{yij} + m_{\rho_y},\end{aligned}\quad (4.16)$$

где  $r_{1x} = M\{\tilde{\rho}_{xij} \tilde{\rho}_{x(i-1)j}\}$ ,  $r_{2x} = M\{\tilde{\rho}_{xij} \tilde{\rho}_{xi(j-1)}\}$  – коэффициенты корреляции параметров  $\tilde{\rho}_{xij}$ ;  $r_{1y} = M\{\tilde{\rho}_{yij} \tilde{\rho}_{y(i-1)j}\}$ ,  $r_{2y} = M\{\tilde{\rho}_{yij} \tilde{\rho}_{yi(j-1)}\}$  – коэффициенты корреляции  $\tilde{\rho}_{yij}$ ;  $\zeta_{\rho_{xij}}$  и  $\zeta_{\rho_{yij}}$  – нормально распределенные СВ с  $M\{\zeta_{\rho_{xij}}\} = M\{\zeta_{\rho_{yij}}\} = 0$ ,  $M\{\zeta_{\rho_{xij}}^2\} = M\{\zeta_{\rho_{yij}}^2\} = \sigma_{\zeta}^2 = 1$ .

Производятся наблюдения смеси  $z_{ij} = x_{ij} + n_{ij}$  информационного СП и аддитивного белого гауссовского СП  $\{n_{ij}\}$  с  $\sigma_n^2 = M\{n_{ij}^2\}$ .

В этих условиях выполним построение наилучшего в смысле минимума дисперсии ошибки оценивания алгоритма фильтрации СП.

Будем считать, что каждому элементу изображения  $x_{ij}$  предшествует элемент  $x_{ij-1}$ . Если  $j=1$  и предшествующий элемент в строке отсутствует, то таковым будем считать элемент изображения  $x_{i-1M_1}$ . Такая линейная развертка представлена на рис.4.8.

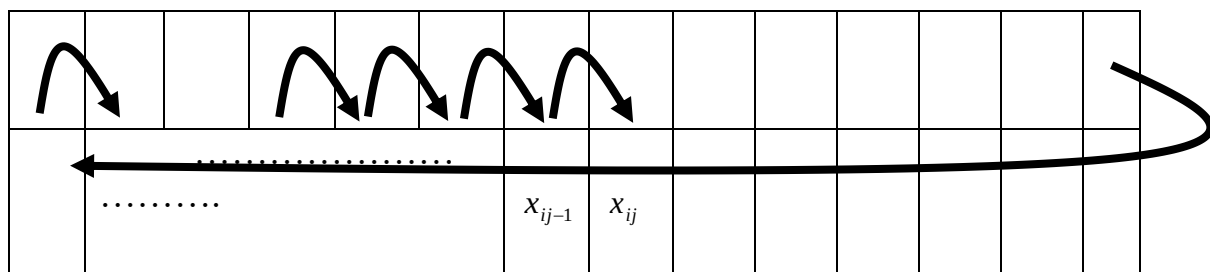


Рис. 4.8. Принцип линейной развертки изображения

Составим следующий вектор  $\bar{x}_{ij} = (\bar{x}_{xij} \quad \bar{\rho}_{xij} \quad \bar{\rho}_{yij})^T$  длиной  $3(M_1 + 1)$ , где

$$\bar{x}_{xij} = (x_{ij} \quad x_{ij-1} \quad \dots \quad x_{i1} \quad x_{i-1M_1} \quad \dots \quad x_{i-1j})^T, \quad \bar{\rho}_{xij} = (\rho_{xij} \quad \rho_{xij-1} \quad \dots \quad \rho_{xi1} \quad \rho_{xi-1M_1} \quad \dots \quad \rho_{xi-1j})^T,$$

$$\bar{\rho}_{yij} = (\rho_{yij} \quad \rho_{yij-1} \quad \dots \quad \rho_{yi1} \quad \rho_{yi-1M_1} \quad \dots \quad \rho_{yi-1j})^T.$$

Тогда модель (4.15) запишется в виде  $\bar{x}_{ij} = \wp_{ij} \bar{x}_{ij-1} + \bar{\xi}_{ij}$ ,

$$\text{где } \bar{\xi}_{ij} = (\xi_{ij} \ 0 \dots 0)^T; \quad \wp_{ij} = \begin{pmatrix} \wp_{ijx} & 0 & 0 \\ 0 & \wp_{ij\rho x} & 0 \\ 0 & 0 & \wp_{ij\rho y} \end{pmatrix}; \quad \wp_{ijx} = \begin{pmatrix} \rho_{xij-1} & \dots & \rho_{yi-1j} & -\rho_{xi-1j}\rho_{yij-1} \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\wp_{ij\rho x} = \begin{pmatrix} r_{x1} & \dots & r_{x2} & -r_{x1}r_{x2} \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \wp_{ij\rho y} = \begin{pmatrix} r_{y1} & \dots & r_{y2} & -r_{y1}r_{y2} \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Такое представление можно записать в общем виде:

$$\bar{x}_{ij} = \varphi(\bar{x}_{ij-1}) + \bar{\xi}_{ij},$$

где  $\varphi$  – нелинейное матричное преобразование. Введем экстраполированную оценку  $\hat{\bar{x}}_{\varepsilon ij} = \varphi(\hat{\bar{x}}_{ij-1})$  и найдем матрицу  $\varphi'(\bar{x}_{ij-1}) = \partial \varphi(\bar{x}_{ij-1}) / \partial \bar{x}_{ij-1}$ . Расчеты показывают, что она будет идентична матрице  $\wp_{ij}$ , за исключением первой строки:  $\varphi'_1 = (A_1 \quad A_2 \quad A_3)$ , где  $A_1 = (\rho_{xij-1} \quad \dots \quad \rho_{yij-1} \quad -\rho_{xij-1}\rho_{yij-1})$ ,  $A_2 = (x_{i-1j} - x_{i-1j-1}\rho_{yij-1} \quad \dots \quad 0 \quad 0)$ ,  $A_3 = (0 \quad \dots \quad x_{ij-1} - x_{i-1j-1}\rho_{xij-1} \quad 0)$ . Ковариационная матрица ошибок экстраполяции

$$P_{\varepsilon ij} = M \{ (\bar{x}_{\varepsilon ij} - \bar{x}_{ij})(\bar{x}_{\varepsilon ij} - \bar{x}_{ij})^T \} = \varphi'(\hat{\bar{x}}_{ij-1}) P_{ij-1} \varphi'(\hat{\bar{x}}_{ij-1})^T + V_{\xi ij}.$$

Используя эти соотношения и метод рекуррентной векторной фильтрации [3], можно получить следующий двумерный нелинейный фильтр:

$$\hat{\bar{x}}_{ij} = \hat{\bar{x}}_{\varepsilon ij} + B_{ij}(z_{ij} - \hat{x}_{\varepsilon ij}), \quad (4.17)$$

где  $\hat{x}_{zij}$  – первый элемент вектора  $\hat{x}_{zij}$ ;  $B_{ij} = P_{zij} C^T D_{ij}^{-1}$ ;  $C = (1, 0, 0, \dots, 0)$ ;  $D_{ij} = C P_{zij} C^T + \sigma_n^2$ . Дисперсия ошибки фильтрации на каждом шаге  $P_{ij} = (E - B_{ij} C) P_{zij}$ . Полученный алгоритм обладает важными особенностями. Во-первых, несмотря на внешнюю громоздкость, он не требует обращения матриц большого размера как при построчном калмановском оценивании [3]. Во-вторых, при формировании оценки в точке  $\hat{x}_{ij}$  используются все элементы слева и сверху от  $\hat{x}_{ij}$ . Большой объем информации при фильтрации позволяет уменьшить ошибку оценивания. В-третьих, результатом фильтрации является не только совокупность оценок  $\hat{x}_{ij}$ , но и оценки корреляционных связей  $\hat{\rho}_{xij}$  и  $\hat{\rho}_{yij}$ . Такая особенность позволяет использовать фильтр не только для компенсации шума, но и как элемент алгоритмов текстурно-корреляционного анализа, например, при сегментации изображений.

Предложенный алгоритм фильтрации близок по своей структуре к векторному фильтру Калмана [3]. На рис. 4.9 представлены зависимости элемента  $P_{11}$  матрицы  $P_{ij}$  в случае использования векторного фильтра Калмана и нелинейной дважды стохастической фильтрации.

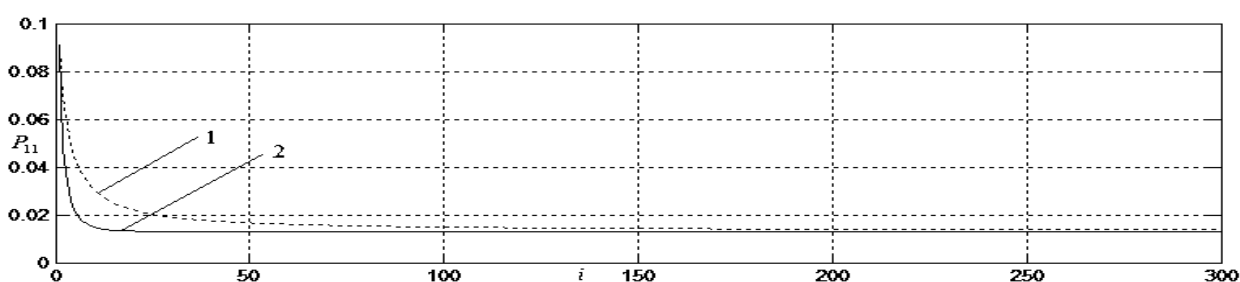


Рис. 4.9. Дисперсии ошибок для нелинейного фильтра (1) и линейной калмановской фильтрации (2)

Можно заметить, что нелинейный фильтр незначительно проигрывает фильтру Калмана в начале строки в ходе процесса стабилизации. С ростом количества элементов наблюдается сходимость к фильтру Калмана. Полученный результат позволяет утверждать, что

процедуры близки между собой при фильтрации однородных изображений с известными корреляционными параметрами. Ситуация существенно меняется при осуществлении фильтрации неоднородных изображений. Действительно, на рис.4.10 и рис.4.11 представлены результаты для ДСМ. При этом а – исходное изображение; б – зашумленное изображение; в – оценка изображения с помощью фильтра.

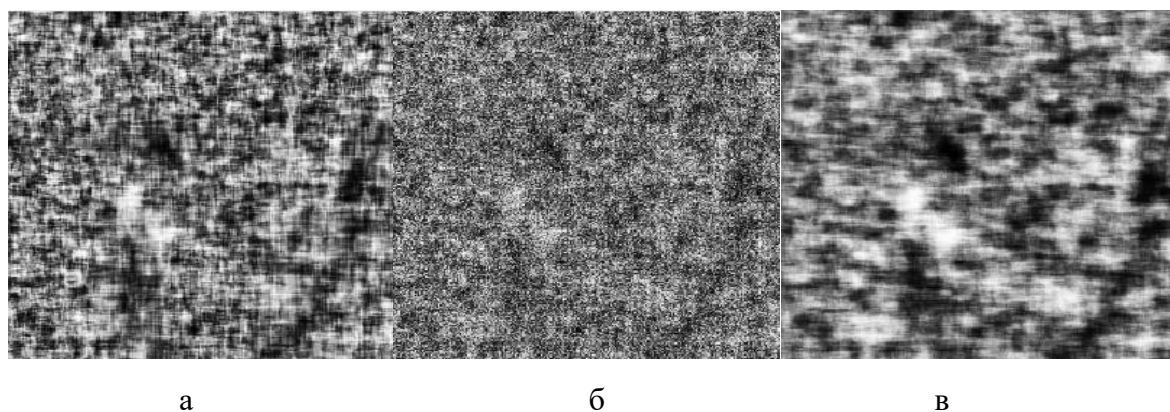


Рис. 4.10. Изображение без шума(а) и с шумом (б), а также его оценка (в)с помощью дискретного винеровского фильтра

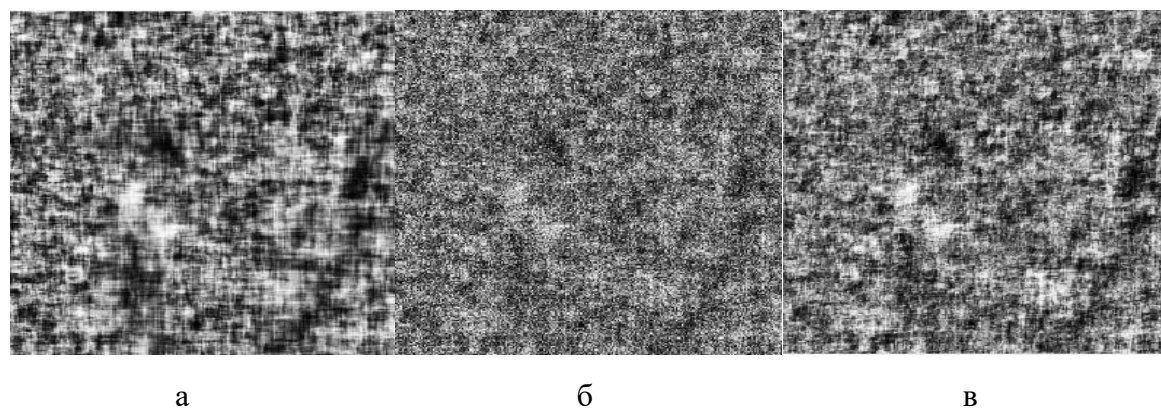


Рис. 4.11. Изображение без шума (а)и с шумом (б), а также его оценка (в)с помощью нелинейного дважды стохастического фильтра

Из рисунков видно, что дискретный фильтр Винера дает более гладкое изображение, чем предложенный нелинейный фильтр. Однако количественный анализ ошибок показывает преимущество нелинейного дважды стохастического фильтра. Так для оценок, представленных на

рис.4.10 и рис.4.11, дисперсии ошибок фильтрации составляют  $\sigma_{ew}^2 = 0.75$  для дискретной винеровской фильтрации и  $\sigma_{ек}^2 = 0.55$  для нелинейной дважды стохастической фильтрации.

Разрыв между фильтрами увеличивается в случае наличия резких переходов между однородными областями, составляющими изображение. На рис.4.13 представлены результаты фильтрации имитированного неоднородного изображения с помощью векторного фильтра Калмана, дискретного фильтра Винера [3] и предложенного алгоритма. При этом левые и правые части имитированного изображения имеют одинаковые математические ожидания и дисперсии, но существенно отличаются по корреляционным характеристикам.

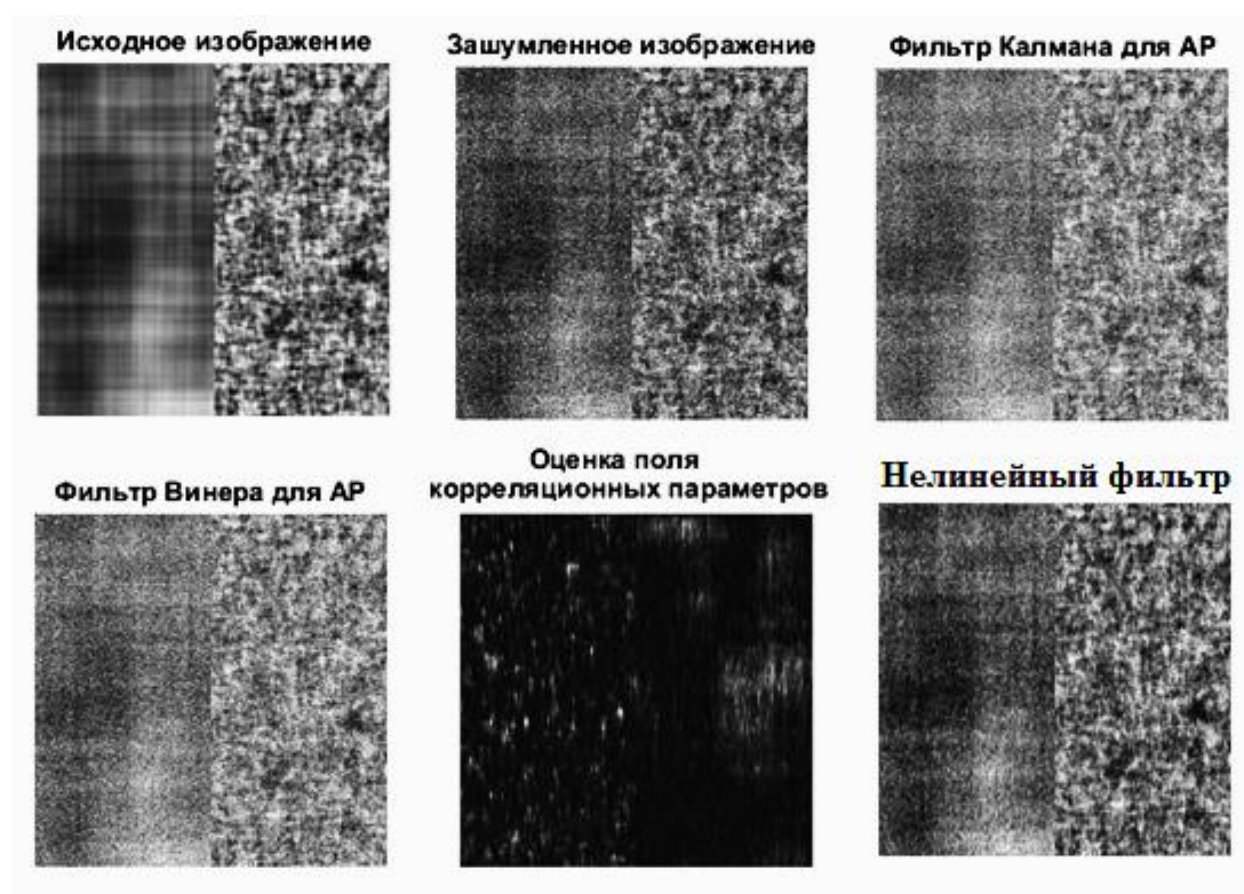


Рис. 4.13. Фильтрация неоднородного изображения

По результатам фильтрации получены средние дисперсии ошибок при отношении сигнал/шум = 2. Для фильтра Калмана дисперсия ошибок



фильтрации составила 0.3967, для дискретного фильтра Винера 0.3963, для предложенного алгоритма 0.1842. Проанализируем причины более чем двукратного выигрыша предлагаемого фильтра. Для этого рассмотрим процесс фильтрации отдельной строки имитированного изображения. На графиках рис.4.14 представлены исходная строка изображения (1), строка зашумленного изображения (2), результат обработки фильтром Калмана (3), фильтром Винера (4), предложенным нелинейным фильтром (5).

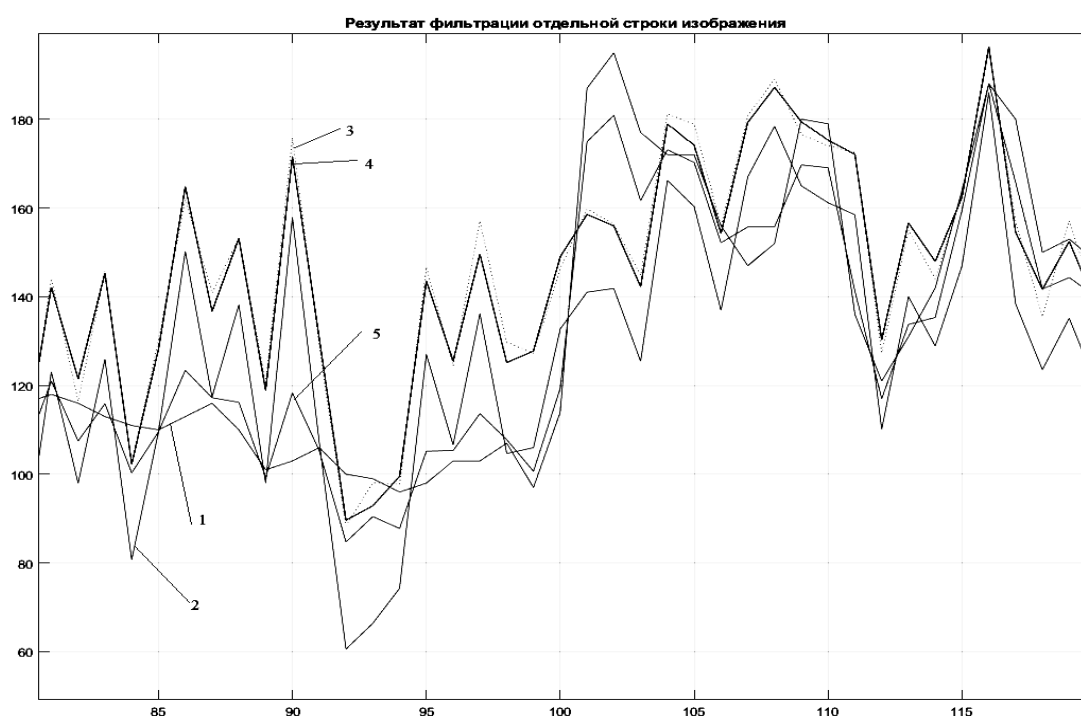


Рис. 4.14. Сравнение работы фильтров по отдельной строке изображения

Хорошо заметно резкое изменение поведения исходного сигнала при пересечении условной границы между двумя половинами изображения. При этом анализ полученных кривых показывает, что нелинейный фильтр адаптируется к этому изменению с минимальной задержкой по сравнению с другими алгоритмами. Очевидно, такая адаптивность связана с возможностью последовательного оценивания корреляционных параметров обрабатываемого изображения рекуррентным нелинейным фильтром и использованием их при фильтрации. Это свойство позволяет обоснованно надеяться на получение схожих характеристик при

фильтрации реальных неоднородных сигналов. Действительно, на рис.4.15 представлены результаты фильтрации спутникового изображения.



Рис. 4.15. Фильтрация спутниковых изображений

Для фильтра Калмана средняя дисперсия ошибок фильтрации при отношении сигнал/шум = 2 составила 0.4981, для дискретного фильтра Винера –0.4978, для предложенного алгоритма – 0.1359. На рис.4.16 показан процесс фильтрации, выполняемый по отдельной строке изображения. На графиках представлены исходная строка изображения (1), строка зашумленного изображения (2), результат обработки фильтром Калмана (3), фильтром Винера (4), предложенным нелинейным фильтром (5).

На графиках хорошо заметно адаптивное поведение предложенного нелинейного алгоритма фильтрации.

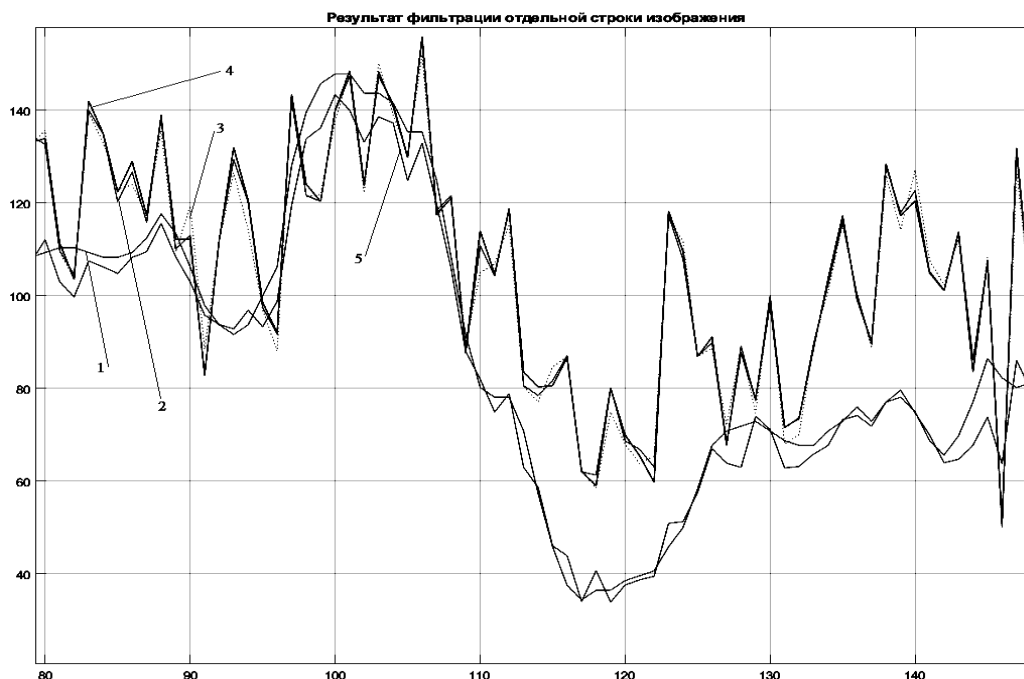


Рис. 4.16. Фильтрация отдельной строки изображения

Пусть теперь СП описывается АР моделью с кратными корнями характеристических уравнений:

$$x_{ij} = 2\rho_{xij}x_{i-1,j} + 2\rho_{yij}x_{i,j-1} - 4\rho_{xij}\rho_{yij}x_{i-1,j-1} - \rho_{xij}^2x_{i-2,j} - \rho_{yij}^2x_{i,j-2} + \\ + 2\rho_{xij}^2\rho_{yij}x_{i-2,j-1} + 2\rho_{yij}^2\rho_{xij}x_{i-1,j-2} - \rho_{xij}^2\rho_{yij}^2x_{i-2,j-2} + b_{ij}\xi_{ij}, \quad (4.18)$$

где  $\xi_{ij}$  – СП независимых гауссовских СВ с  $M\{\xi_{ij}\} = 0$ ,  $M\{\xi_{ij}^2\} = \sigma_{\xi}^2 = 1$ ;  $\rho_{xij}$  и  $\rho_{yij}$  – СВ, определяемые АР уравнениями (4.16).

В этом случае областью локальных состояний для каждого из  $x_{ij}$  является множество из восьми точек, а для проведения последовательной фильтрации требуется использовать  $2M_1 + 3$  элементов (рис.4.17).

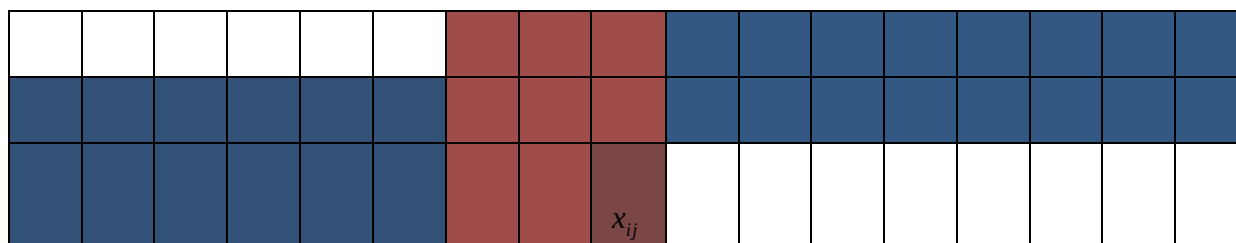


Рис. 4.17. Область локальных состояний и опорные элементы для АР модели с корнями характеристического уравнения кратности (2,2)

Составим следующий вектор длиной  $4M_1 + 5$  элементов

$$\begin{aligned}\bar{x}_{ij} &= \begin{pmatrix} \bar{x}_{xij} & \bar{\rho}_{xij} & \bar{\rho}_{yij} \end{pmatrix}^T, \\ \bar{x}_{xij} &= \begin{pmatrix} x_{i-1M_1} & x_{ij} & x_{ij-1} & \dots & x_{i1} & x_{i-1M_1} & \dots & x_{i-11} & x_{i-2M} & \dots & x_{i-2j-2} \end{pmatrix}^T, \\ \bar{\rho}_{xij} &= \begin{pmatrix} \rho_{xij} & \rho_{xij-1} & \dots & \rho_{xi1} & \rho_{xi-1M_1} & \dots & \rho_{xi-1j} \end{pmatrix}^T, \\ \bar{\rho}_{yij} &= \begin{pmatrix} \rho_{yij} & \rho_{yij-1} & \dots & \rho_{yi1} & \rho_{yi-1M_1} & \dots & \rho_{yi-1j} \end{pmatrix}^T.\end{aligned}$$

Тогда модель СП запишется в виде  $\bar{x}_{ij} = \mathcal{P}_{ij} \bar{x}_{ij-1} + \bar{\xi}_{ij}$ ,

где  $\mathcal{P}_{ij} = \begin{pmatrix} \mathcal{P}_{ijx} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{P}_{ij\rho x} & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{P}_{ij\rho y} \end{pmatrix}$  – матрица размером  $(4M_1 + 5) \times (4M_1 + 5)$ ; первая

строка матрицы  $\mathcal{P}_{ijx}$  равна

$$\begin{pmatrix} 2\rho_{xij-1} & -\rho_{xij-1}^2 & 0 & \dots & 2\rho_{yij-1} & -4\rho_{xij-1}\rho_{yij-1} & 2\rho_{xij-1}\rho_{yij-1}^2 & 0 & \dots & -\rho_{yij-1}^2 & 2\rho_{xij-1}\rho_{yij-1} & -\rho_{xij-1}^2\rho_{yij-1}^2 \end{pmatrix},$$

а остальные строки составлены путем присоединения к единичной матрице нулевого столбца.

$$\mathcal{P}_{ijx} = \begin{pmatrix} 2\rho_{xij-1} & -\rho_{xij-1}^2 & 0 & \dots & 2\rho_{yij-1} & -4\rho_{xij-1}\rho_{yij-1} & 2\rho_{xij-1}\rho_{yij-1}^2 & 0 & \dots & -\rho_{yij-1}^2 & 2\rho_{xij-1}\rho_{yij-1} & -\rho_{xij-1}^2\rho_{yij-1}^2 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathcal{P}_{ij\rho x} = \begin{pmatrix} r_{x1} & \dots & r_{x2} & -r_{x1}r_{x2} \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathcal{P}_{ij\rho y} = \begin{pmatrix} r_{y1} & \dots & r_{y2} & -r_{y1}r_{y2} \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Представим эти матричные соотношения в виде следующей формулы  $\bar{x}_{ij} = \varphi(\bar{x}_{ij-1}) + \bar{\xi}_{ij}$ . Введем экстраполированную оценку  $\hat{\bar{x}}_{\varepsilon ij} = \varphi(\bar{x}_{ij-1})$  и найдем матрицу  $\varphi'(\bar{x}_{ij-1}) = \frac{\partial \varphi(\bar{x}_{ij-1})}{\partial \bar{x}_{ij-1}}$ . Прямые расчеты показывают, что она

будет идентична матрице  $\wp_{ij}$ , за исключением первой строки, которая будет равна  $\varphi'_1 = (A_1 \ A_2 \ A_3)$ , где

$$\begin{aligned} A_1 &= (2\rho_{xij-1} \ -\rho^2_{xij-1} \ 0 \ \dots \ 2\rho_{yi-1j} \ -4\rho_{xij-1}\rho_{yi-1j} \ 2\rho_{xij-1}\rho^2_{yi-1j} \ 0 \ \dots \ -\rho^2_{yij-1} \ 2\rho^2_{xij-1}\rho_{yi-1j} \ -\rho^2_{xij-1}\rho^2_{yi-1j}) \\ A_2 &= (2x_{i-1j} - 4\rho_{yi-1j}x_{i-1j-1} - 2\rho_{xij-1}x_{i-2,j} + 4\rho_{xij-1}\rho_{yi-1j}x_{i-2,j-1} + 2\rho^2_{yi-1j}x_{i-1,j-2} - 2\rho_{xij-1}\rho^2_{yi-1j}x_{i-2,j-2} \ \dots \ 0 \ 0), \\ A_3 &= (0 \ \dots \ 2x_{ij-1} - 4\rho_{xij-1}x_{i-1j-1} - 2\rho_{xij-1}x_{i,j-2} + 4\rho_{xij-1}\rho_{yi-1j}x_{i-1,j-2} + 2\rho^2_{xij-1}x_{i-2,j-1} - 2\rho^2_{xij-1}\rho_{yi-1j}x_{i-2,j-2} \ 0) \end{aligned}$$

—строки длиной  $M_1 + 1$ .

Введенные обозначения позволяют использовать полученное выражение для фильтрации. Очевидно, рассмотренный вариант векторной фильтрации также может быть уточнен за счет использования других математических моделей для корреляционных параметров или основного СП. Параметры этих моделей будут определять матрицу  $\wp_{ij}$  и размер оцениваемого вектора  $\hat{\bar{x}}_{ij}$ , а структура нелинейного фильтра сохранится.

Для дальнейшего уточнения полученных результатов возможно использовать оставшиеся наблюдения в рамках процедуры интерполяции или обратного хода фильтра [36]. Для этого будем определять и сохранять в ходе прямого хода фильтрации матрицы  $A_{ij} = P_{ij}\wp_{ij}P^{-1}_{\varepsilon ij+1}$  и вектора экстраполированной оценки  $\hat{\bar{x}}_{\varepsilon ij}$ . По завершению прямого хода фильтра определим вектор интерполированной оценки в нижней правой точки изображения как  $\bar{x}^{\lambda}_{M_1M_2} = \hat{\bar{x}}_{M_1M_2}$ . Действительно, оценка в точке  $(M_1, M_2)$  основана на обработке всех точек исходного изображения и в связи с этим может считаться интерполированной. Найдем

интерполированные оценки в предыдущей точке с координатами  $(M_1, M_2 - 1)$ . В соответствии с [36]

$$\bar{x}_{M_1 M_2 - 1}^\lambda = \hat{x}_{M_1 M_2 - 1} + A_{M_1 M_2 - 1}(\bar{x}_{M_1 M_2}^\lambda - \hat{x}_{\mathcal{E} M_1 M_2}).$$

Продолжая обратный ход фильтра до точки с произвольной координатой  $(i, j)$ , запишем окончательно выражение для интерполированной оценки:

$$\bar{x}_{ij}^\lambda = \hat{x}_{ij} + A_{ij}(\bar{x}_{ij+1}^\lambda - \hat{x}_{\mathcal{E} ij+1}).$$

При этом, как и ранее, следует учитывать, что предшествующим для вектора  $\bar{x}_{i1}^\lambda$  является вектор  $\bar{x}_{i-1 M_2}^\lambda$ .

Предложенные алгоритмы нелинейной фильтрации могут быть применены к реальным изображениям как для подавления шума, так и для создания поля корреляционных параметров изображения. Результаты для трех спутниковых изображений представлены на рис.4.18.

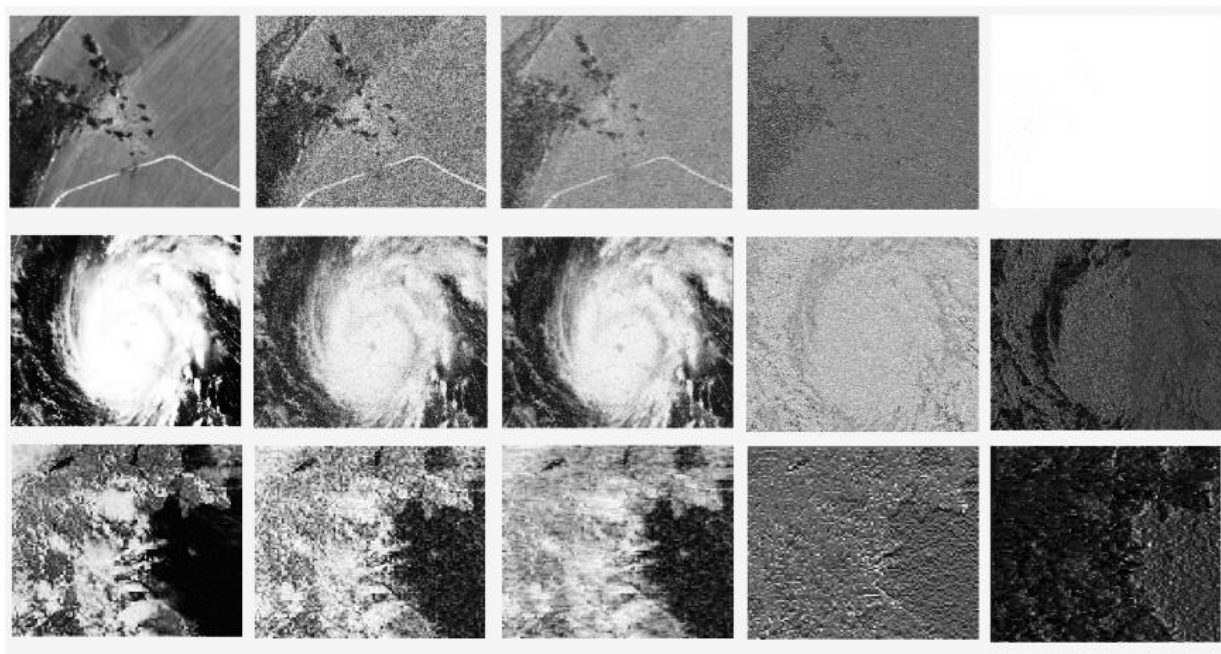


Рис. 4.18. Фильтрация изображений. Слева направо: реальное изображение, зашумленное изображение, его оценка, оценка корреляционных параметров по строке, оценка корреляционных параметров по столбцу.

Визуальный анализ представленных результатов подтверждает подавление шума на реальных изображениях. При этом за счет применения дополнительного эквалайзинга возможно улучшить отфильтрованное изображение в плане визуального восприятия.

Воспользуемся методикой статистического моделирования для сравнения следующих алгоритмов фильтрации:

А-1: Векторный фильтр Калмана;

А-2: Дискретный фильтр Винера;

А-3: Векторный фильтр Калмана с интерполяцией;

А-4: Нелинейный дважды стохастический фильтр с интерполяцией.

На графиках рис.4.19 представлены зависимости дисперсии ошибки фильтрации от дисперсии шума. При этом на определенных участках близких к однородным эффективная фильтрация обеспечивается только последним алгоритмом.

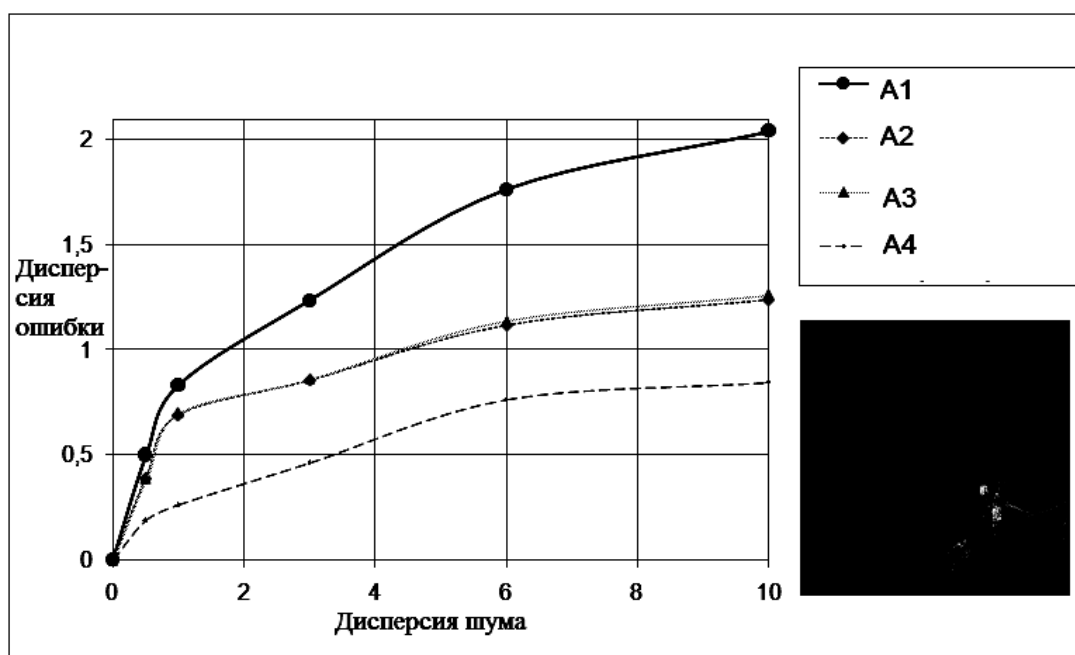


Рисунок 4.19 - Эффективность фильтрации неоднородного изображения

На рис.4.20 показаны результаты такой фильтрации при единичной дисперсии шума: первый ряд — исходное изображение, зашумленное изображение, фильтр Калмана без интерполяции; второй ряд — дискретный

фильтр Винера, фильтр Калмана с интерполяцией, нелинейный дважды стохастический фильтр с интерполяцией.

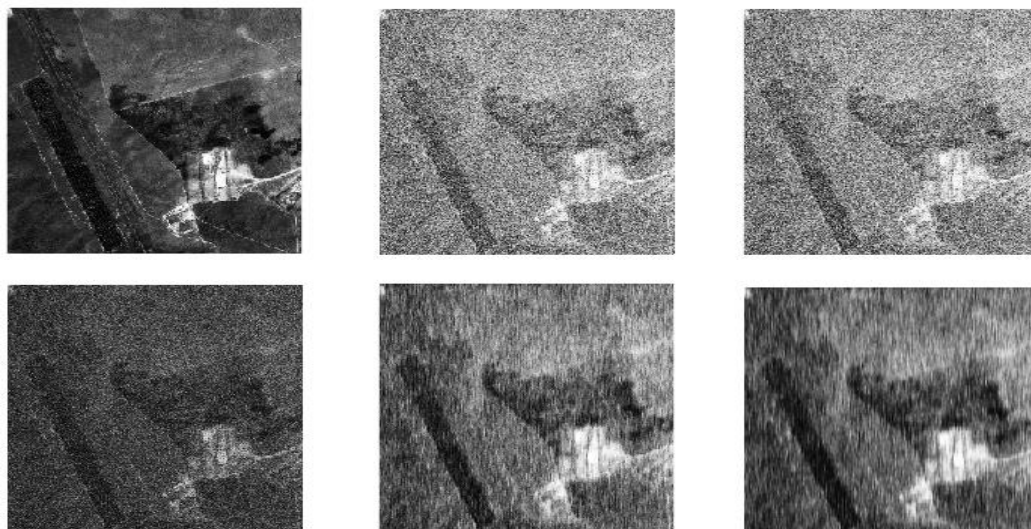


Рисунок 4.20 Пример фильтрации реального спутникового изображения

Заметим, что максимальный выигрыш достигается при низких значениях дисперсии шума, а потом происходит стабилизация выигрыша. Так при единичной дисперсии шума нелинейный дважды стохастический фильтр с интерполяцией почти в 2 раза точнее дискретного фильтра Винера и фильтра Калмана с интерполяцией. Выигрыш по сравнению с фильтром Калмана без интерполяции достигает еще больших значений.

На графиках рис.4.21 представлен выигрыш нелинейного дважды стохастического фильтра в зависимости от дисперсии шума.



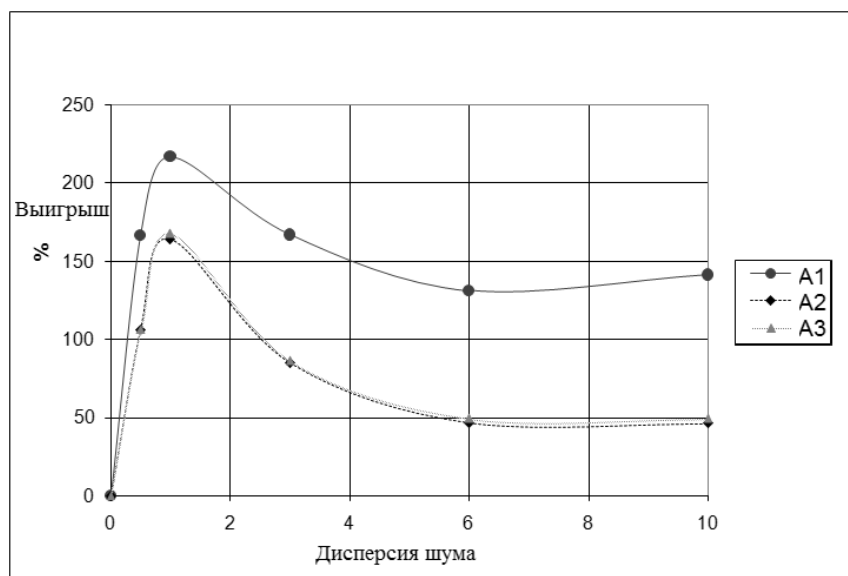


Рисунок 4.21. Выигрыш при фильтрации неоднородного изображения

Отметим, что в силу особенностей матричных операций найденные решения требуют значительных вычислительных затрат. Для иллюстрации приведем таблицу 4.1, полученную по результатам обработки спутникового изображения  $256 \times 256$ , приведенного на рисунке 4.12. Расчет выполнялся на компьютере IntelCorei7, 2.7 Ghz, 8Гб ОЗУ в системе MatLab 2014. Для всех изображений выполнена предварительная оценка параметров.

Таблица 4.1

| Способ обработки                                                                                                                                          | Достижимая<br>точность по<br>дисперсии<br>оценивания | Время<br>обработки<br>(сек) |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------|
| Поточечный калмановский фильтр. Оценивание по авторегрессионной модели с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (1,1).                 | 0.4981                                               | 0.3<br>секунды              |
| Поточечный калмановский фильтр. Оценивание по авторегрессионной модели с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2).                 | 0,4745                                               | 0.5<br>секунды              |
| Поточечный калмановский фильтр с интерполяцией. Оценивание по авторегрессионной модели с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2). | 0,4698                                               | 1.8<br>секунды              |
| Дискретная винеровская фильтрация                                                                                                                         | 0,4978                                               | 47 секунд                   |

|                                                                                                                                                                                                                                                        |        |                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------------------------|
| Нелинейный векторный фильтр. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (1,1).                                                                                                     | 0.1359 | 31 секунд                |
| Нелинейный векторный фильтр. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2) для основного имитируемого поля; кратность (1,1) для полей корреляционных параметров                 | 0.1289 | 2 мин. 58 секунд         |
| Нелинейный векторный фильтр с интерполяцией. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2) для основного имитируемого поля; кратность (1,1) для полей корреляционных параметров | 0.1254 | 1 час 13 минут 17 секунд |

Анализ данных представленных в таблице позволяет сделать вывод о наилучших результатах фильтрации для нелинейного векторного фильтра с интерполяцией. Это объясняется тем, что в таком фильтре учитывается возможная неоднородность изображения и характер КФ. Обратной стороной такого результата являются значительные вычислительные ресурсы, требуемые на его реализацию. Время обработки изображения указанным фильтром на несколько порядков превосходит время для других фильтров. Это объясняется необходимостью обращения матрицы ошибок экстраполяции.

Действительно, для осуществления прямой фильтрации требуется для каждой точки изображения выполнить 2 последовательных перемножения матриц  $\varphi'(\hat{x}_{ij-1})P_{ij-1}\varphi'(\hat{x}_{ij-1})^T$  размером  $N \times N$ , где  $N = 3M_1 + 3$  для случая использования модели (4.20) и  $N = 4M_1 + 5$  для случая использования модели (4.23). Эти операции являются наиболее затратными в смысле вычислительных ресурсов при расчете оценки в одной точке изображения. С учетом особенностей используемого в программе MatLab 2014 алгоритма Штрассена вычислительная сложность

каждой операции перемножения квадратных матриц составляет  $O(N^{2.81})$ . Для осуществления процедуры интерполяции требуется дополнительно для каждой точки изображения найти матрицу дисперсий ошибок фильтрации на каждом шаге  $P_{ij}$ , что сопряжено с еще одной процедурой перемножения матрицы  $N \times N$ , обратить матрицу  $P_{\varepsilon ij+1}$  и результат этого обращения перемножить с произведением матриц  $P_{ij} \otimes P_{ij}$ . С учетом разреженности матриц оценить количество операций умножения/деления можно исходя из свойств используемого метода LU/LUP-разложения, обращающего матрицы за  $O(N^3)$  операций.

Уменьшить количество используемых операций возможно, используя тот факт, что матрицы ошибок экстраполяции  $P_{\varepsilon ij}$  и ошибок фильтрации  $P_{ij}$  быстро устанавливаются и очень мало меняются в ходе фильтрации изображений, медленно меняющих свои корреляционные свойства и хорошо описываемых ДСМ. Для этого можно использовать инструментарий оптимизации калмановских фильтров, описанный, например, в работе [29]. Однако при этом следует учитывать, что при обработке изображений, имеющих резкие переходы между однородными областями, такая квазиоптимальная фильтрация может привести к значительным ошибкам.

Рассмотренные фильтры также может использовать при подгонке параметров моделей для описания реальных изображений. Действительно, дополним результаты подгонки, полученные в п. 3.4, выполнив оценивание параметров двух изображений, представленных на рис. 4.22.



Рис. 4.22. Изображения, используемые для оценки эффективности алгоритмов подгонки параметров

Одно из этих изображений близко по своим корреляционным свойствам к однородному, другое является классическим неоднородным спутниковым снимком.

В результате статистического моделирования получаем следующие дисперсии ошибок при стороне скользящего окна  $W=11$ :

1) Оценивание постоянных параметров и реализация АР модели СП первого порядка (А-1):  $\sigma_e^2 = 0.949$  – для первого изображения,  $\sigma_e^2 = 0.957$  – для второго изображения.

2) Оценивание параметров в скользящем окне и реализация ДСМ на базе АР моделей первого порядка (А-2):  $\sigma_e^2 = 0.793$  – для первого изображения,  $\sigma_e^2 = 0.490$  – для второго изображения.

3) Оценивание параметров в скользящем окне и реализация ДСМ на базе АР моделей второго порядка (А-2):  $\sigma_e^2 = 0.786$  – для близкого к однородному изображения,  $\sigma_e^2 = 0.376$  – для неоднородного изображения.

4) Оценивание параметров с помощью нелинейного дважды стохастического фильтра (А-4):  $\sigma_e^2 = 0.032$  – для близкого к однородному изображения,  $\sigma_e^2 = 0.009$  – для неоднородного изображения.

Анализ результатов показывает, что наиболее эффективную подгонку обеспечивает метод на основе применения нелинейного дважды стохастического фильтра. При этом наблюдается выигрыш порядка 90% по сравнению со скользящим окном, которое в свою очередь обеспечивает 60%-й выигрыш по сравнению с использованием модели с постоянными параметрами. Стоит отметить, что при подгонке однородного изображения выигрыш в эффективности падает, так как модели рассчитаны на постоянное изменение параметров. На рис. 4.23 представлен пример имитации таких изображений с помощью указанных алгоритмов: а – близкое к однородному изображение, б – неоднородное изображение. Слева направо - алгоритмы А-1, А-2, А-3, А-4.

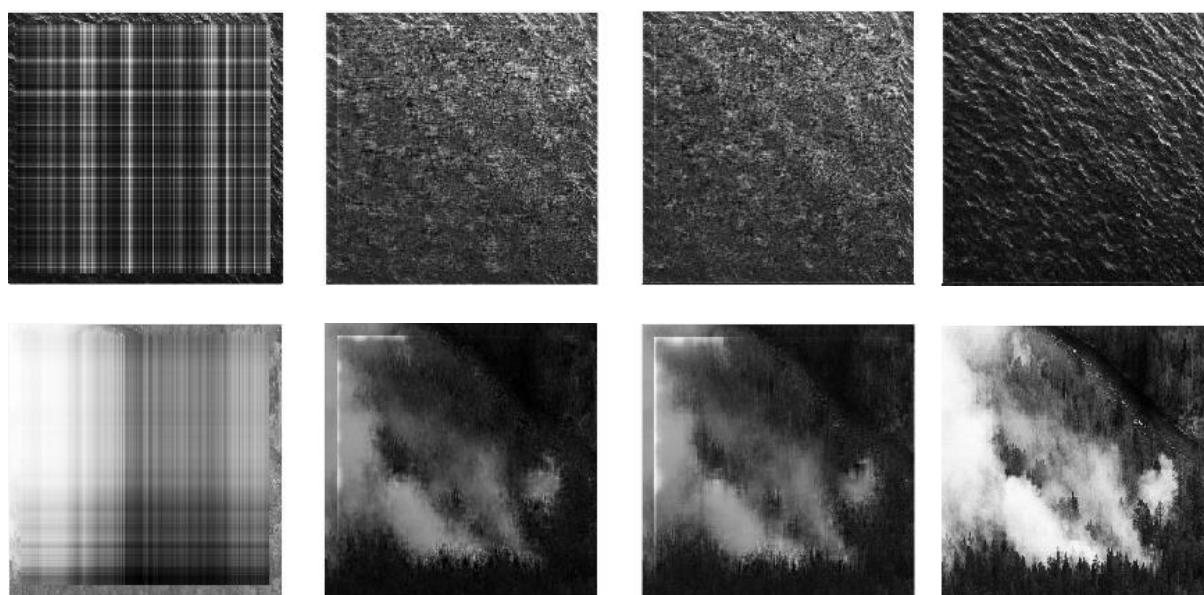


Рис.4.23. Результаты подгонки

Таким образом, применение алгоритмов фильтрации, основанных на АРДС моделях, обеспечивает существенно лучшие результаты при обработке как имитированного материала так и реальных снимков.

#### 4.4. Восстановление изображений на основе использования дважды стохастической модели

Важным случаем использования математических моделей изображений является задача восстановления поврежденного или отсутствующего фрагмента изображений по оставшимся элементам. Для ее решения необходимо с минимальной погрешностью выполнить прогноз в отсутствующую область, используя информацию в окрестности этой области и предположения о корреляционной связи элементов внутри и вне поврежденной области. Сформулируем данную задачу следующим образом. Пусть участок полученного изображения подвергается сильному повреждению, так что в какой-то области он представляет собой шум:

$$x_{ij} = N, \quad i = \{i_0, \dots, i_0 + q - 1\}, \quad j = \{j_0, \dots, j_0 + q - 1\}, \quad (4.19)$$

где  $q$  – размер поврежденного участка;  $N$  – уровень шума.

Рассмотрим теперь задачу восстановления поврежденного участка изображения. Будем использовать частный случай модели (4.15), когда формируется только одно поле корреляционных параметров и для строки и для столбца. Восстановление будем производить путем оценивания коэффициентов корреляции по строке и по столбцу на основе модели Хабиби:

$$x_{ij} = \rho_x x_{(i-1)j} + \rho_y x_{i(j-1)} - \rho_x \rho_y x_{(i-1)(j-1)} + \xi_{ij}.$$

После этого на поврежденном участке воспользуемся этой моделью для прогнозирования. При аналогичном алгоритме на базе ДСМ сначала происходит оценивание поля корреляционных параметров, а затем оценки используются при восстановлении поврежденного участка. Главным недостатком такого метода является инерционное нарастание ошибки. Действительно, полученная при первой реализации ошибка увеличивается во второй.

Чтобы уменьшить ошибки, необходимо оценить поле параметров в окрестности повреждения. Для этого воспользуемся частным случаем векторного фильтра Калмана для модели (4.15):

$$\begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{\rho} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\circ} \\ \rho_{\circ} \end{pmatrix} + P V_n^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (z - x_{\circ}), \quad (4.20)$$

где  $z$  – поврежденный сигнал,  $P = P_{\circ} (E + V_n^{-1} P_{\circ})^{-1}$ ,  $P_{\circ} = P_{\circ 1} + P_{\circ 2} + P_{\circ 3} + V_e$ .

Следует отметить, что в формуле (4.20) оценивание осуществляется в каждой точке  $(i, j)$  СП. При этом  $P_{\circ 1}, P_{\circ 2}, P_{\circ 3}$  – вклады соответствующих элементов, такие что

$$P_{\circ 1} = \begin{pmatrix} m_{\rho} + \hat{\rho}_{i,j-1} & \hat{x}_{i,j-1} \\ 0 & r \end{pmatrix} P_{i-1} \begin{pmatrix} m_{\rho} + \hat{\rho}_{i,j-1} & \hat{x}_{i,j-1} \\ 0 & r \end{pmatrix}^T, P_{\circ 2} = \begin{pmatrix} m_{\rho} + \hat{\rho}_{i-1,j} & \hat{x}_{i-1,j} \\ 0 & r \end{pmatrix} P_{i-1} \begin{pmatrix} m_{\rho} + \hat{\rho}_{i-1,j} & \hat{x}_{i-1,j} \\ 0 & r \end{pmatrix}^T,$$

$$P_{\circ 3} = \begin{pmatrix} -(m_{\rho} + \hat{\rho}_{i-1,j-1})^2 & \hat{x}_{i-1,j-1} \\ 0 & -rr \end{pmatrix} P_{i-1} \begin{pmatrix} -(m_{\rho} + \hat{\rho}_{i-1,j-1})^2 & \hat{x}_{i-1,j-1} \\ 0 & -rr \end{pmatrix}^T,$$

где оценка  $r$  получена с помощью ПГ алгоритма поиска:

$$r = \min_{r_0, r_0 \pm \Delta r} \{(\hat{x}(r_{0i} \pm \Delta r_i) - z)^2\},$$

где  $\hat{x}(\dots)$  – реализации процесса для АРДС модели (4.15) при разных  $r$ .

Таким образом, нелинейный дважды стохастический фильтр позволяет получить оценку  $\rho_{ij}$  в точке  $(i_0 - 1, j_0 - 1)$ . Далее можно восстановить СП параметров корреляции  $\rho_{ij}$  в поврежденной области, а затем и пораженные элементы  $x_{ij}$ .

На рис.4.24 показаны зависимости дисперсии ошибки восстановления с помощью простейшей модели Хабиби и АРДС модели (4.15). При увеличении размера повреждений ошибка возрастает, наименьшей же ошибки удастся добиться, восстанавливая АРДС модель. В случае быстрого изменения поля корреляционных параметров ( $r \leq 0.5$ )

дисперсия ошибки восстановления быстро накапливается с ростом  $q$  для случая основного поля с высокой корреляцией. При  $r \approx 1$  лучшие оценки получаются при больших  $m_p$ . Однако вне зависимости от значения  $r$ , ПГ алгоритм совместно с фильтром Калмана при одинаковых параметрах дает лучшие оценки.

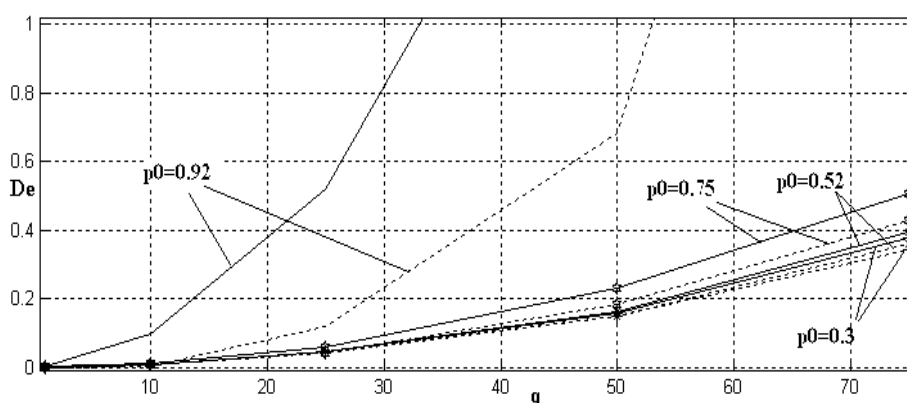


Рис. 4.22. Зависимости ошибок от размера повреждений и параметров модели

На рис.4.23 показаны результаты восстановления изображения.

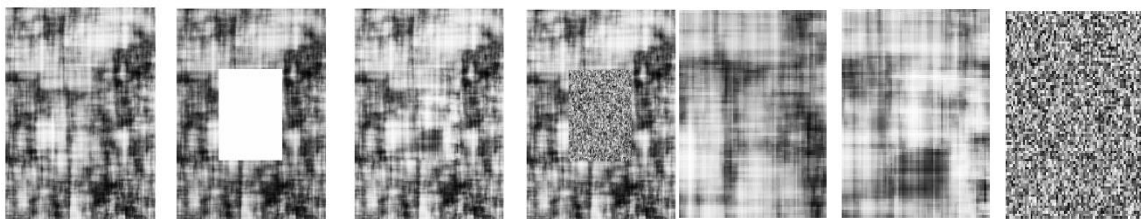


Рис. 4.23 Восстановление изображения. Слева направо: исходное изображение, поврежденное изображение, восстановление по ARДС модели, восстановление по AR модели, поврежденный участок, восстановление по ARДС модели, он же для AR модели

Из рис.4.23 видно, что восстановление с помощью сочетания ПГ оценивания и нелинейного дважды стохастического фильтра с учетом повреждений существенно ближе к реальному изображению, чем применение простейшей модели.

Предложенный алгоритм нелинейной фильтрации может быть применен не только к имитируемым изображениям, но и к реальным. Действительно, алгоритм позволяет получить не средние значения корреляционных параметров, а их значения в каждой точке. При этом



полученные результаты могут быть использованы при подгонке параметров моделей по характеристикам реальных изображений.

Рассмотрим случай, когда имеется спутниковое изображение без повреждений и шумов, и по нему необходимо определить параметры модели, а затем заменить часть изображения. Чтобы оценить параметры такого изображения совместным методом ПГ поиска и фильтрации Калмана, необходимо ввести аддитивную шумовую добавку с  $\sigma_n^2 \neq 0$  такую, что  $z_{ij} = I_{ij} + n_{ij}$  – полученные наблюдения. Значения  $z_{ij}$  подставляются в уравнения фильтрации (4.20), где  $\rho$  для простоты заменяется на  $\rho_{xij}$ , а затем на  $\rho_{yij}$ , т.е. получаются векторы оценок  $(\hat{x}_{ij} \ \hat{\rho}_{xij})^T$  и  $(\hat{x}_{ij} \ \hat{\rho}_{yij})^T$ .

Результаты такой реализации для трех изображений при разных размерах восстанавливаемых областей представлены на рис.4.24 – 4.26. Для сравнения представлены и реализации на основе трехточечной и восьмиточечной моделей, коэффициенты которых могут быть найдены из выражений для моделей с кратными корнями характеристических уравнений.

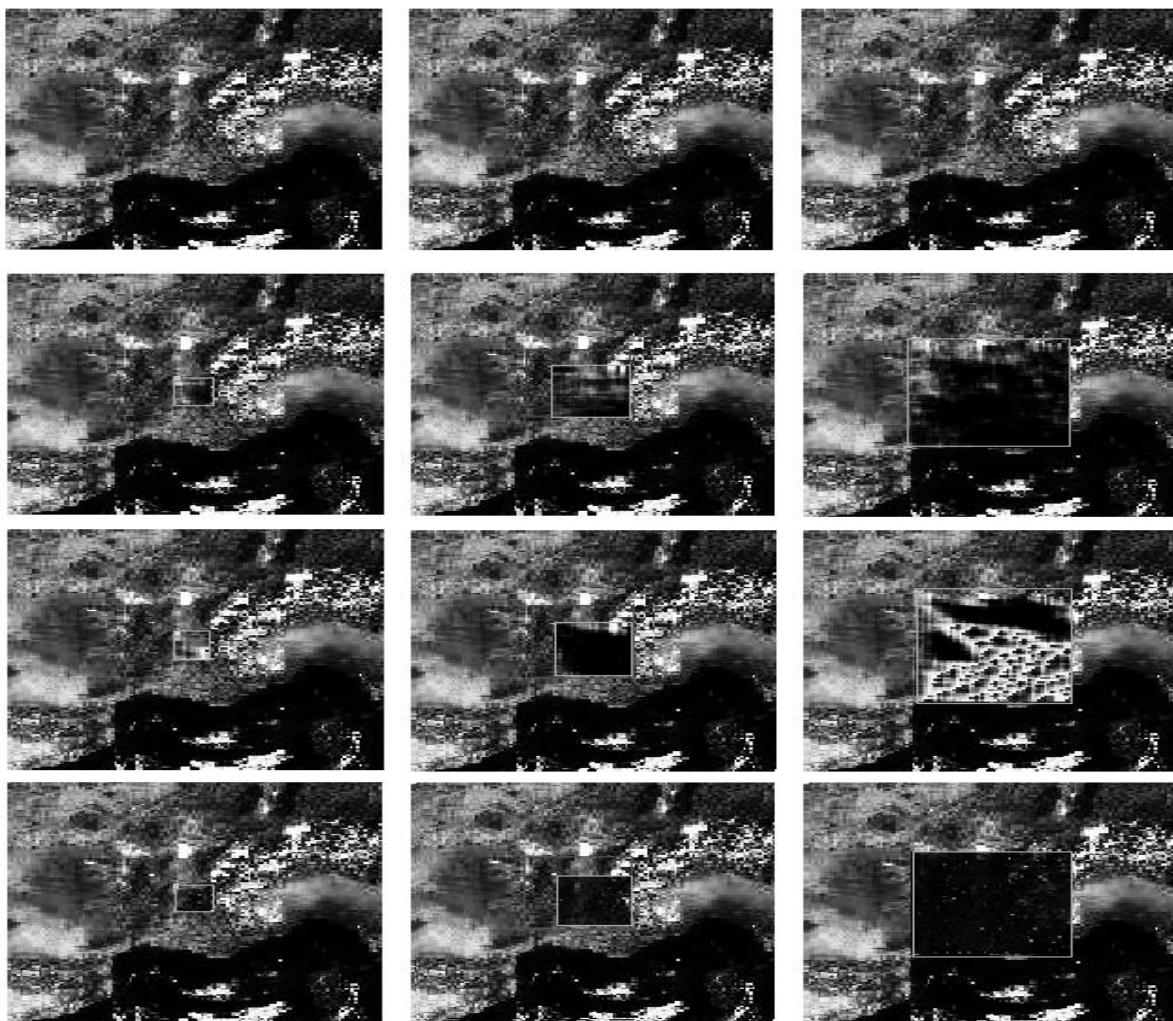


Рис. 4.24. Восстановление спутникового изображения (сверху вниз: реальное изображение, трехточечная модель для восстановления, восьмиточечная модель, модель с изменяющимися параметрами) в зависимости от размера повреждений

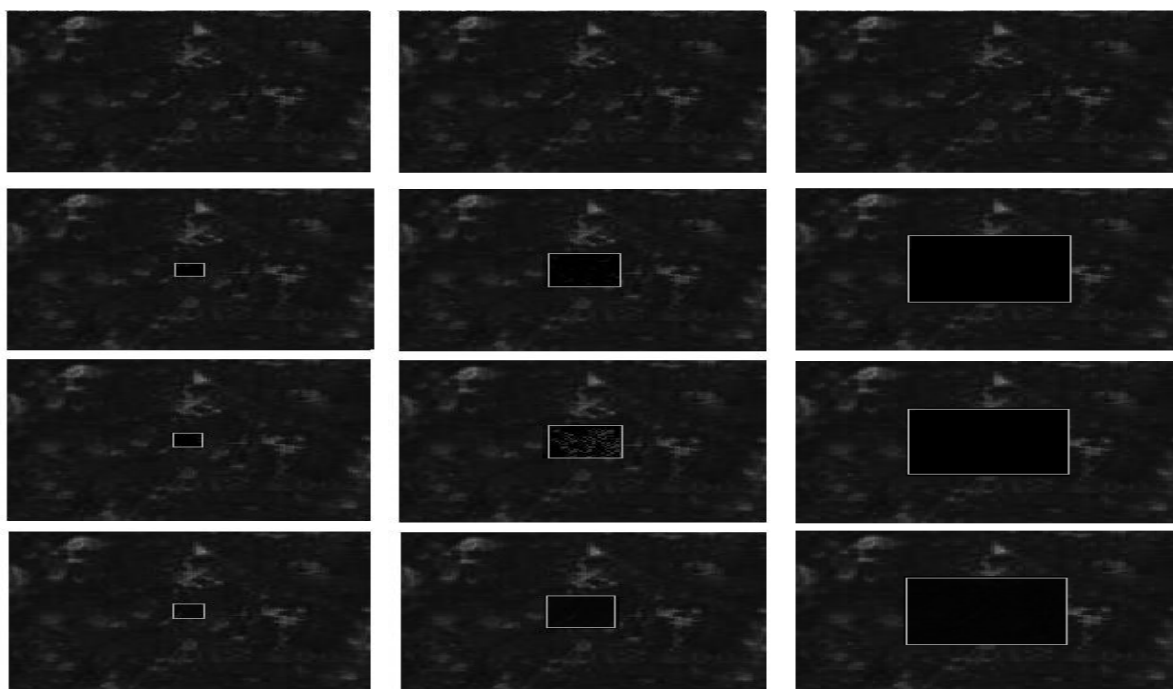


Рис. 4.25. Восстановление изображения леса со спутника (сверху вниз: реальное изображение, трехточечная модель для восстановления, восьмиточечная модель, модель с изменяющимися параметрами)



Рис. 4.26. Восстановление изображения с текстом (сверху вниз: реальное изображение, трехточечная модель для восстановления, восьмиточечная модель, модель с изменяющимися параметрами)

Анализ рис.4.24 – 4.26 позволяет сделать вывод, что удовлетворительного восстановления при больших  $q$  можно добиться лишь с использованием модели с изменяющимися корреляционными параметрами. Лучшие результаты получены для рис.4.24, где реальное изображение является неоднородным. На картинках рис.4.25 дисперсия яркости изображения невелика. В связи с этим относительные ошибки становятся больше. Изображения на рис.4.26 имеют выраженные зоны перепада яркости (текст – фон).

Анализ показывает, что для рассмотренных изображений с ростом поврежденной области растет и дисперсия ошибки восстановления. При этом значительное увеличение дисперсии ошибки для алгоритма с использованием фильтра Калмана для изменяющихся параметров происходит при  $q > 20 \left( q > \frac{1}{6} M = \frac{1}{6} N \right)$ , в то время как для моделей с постоянными параметрами такое увеличение наблюдается при  $q > 10$ . При этом на уровнях  $q = 30$  восстановление на основе АРДС модели с примерно в 3 раза точнее, чем моделями с постоянными параметрами. Это объясняется тем, что при оценке полей коэффициентов корреляции во время фильтрации извлекается больше информации об изображении.

Таким образом, предложен новый способ восстановления изображений, основанный на комплексной оценке параметров ДСМ. При этом для такого восстановления применяется комбинация ПГ алгоритма, позволяющего оценить скорость изменения корреляционных параметров, и нелинейной калмановской фильтрации, дающей возможность оценки СП параметров изображения, как по всему изображению, так и в окрестности поврежденного фрагмента. Проведенные исследования показали более высокую (до 80% по величине дисперсии ошибки оценивания) точность предлагаемых подходов для восстановления различных фрагментов

двумерных изображений по сравнению с использованием оценки постоянных параметров. При этом были получены графики зависимости дисперсии ошибки восстановления от размеров повреждения для представителей трех типов изображений: с плавными перепадами яркости, с малой дисперсией яркости, с резкими перепадами яркости. Исследования показали, что удовлетворительного восстановления можно достичь, используя АРДС модель. Улучшение показателей восстановления таких моделей легко может быть достигнуто с помощью эквалайзинга, когда имеется достаточно информации о распределении яркостей на основе неповрежденной части изображения.

#### **4.5. Сегментация на основе дважды стохастических моделей случайных процессов и полей**

Под сегментацией будем понимать разбиение изображения на однородные или близкие к таковым области. При этом частным случаем сегментации может выступать бинаризация, когда исходное изображение должно быть поделено на 2 области. Предполагается, что области соответствуют реальным объектам или их частям, а границы областей соответствуют границам объектов. Задача сегментации МЗИ является весьма актуальной в связи с возникновением острой необходимости автоматизированного тематического дешифрирования спутникового материала [135, 106].

Наиболее простым и широко распространенным методом сегментации изображений является пороговая обработка [181, 184]. Весьма распространенные методы сегментирования изображений подразумевают выделение частей изображений на основе порогов. При этом величины самих порогов определяются непосредственно по гистограммам

изображения. Примером данной группы методов является метод мод. Основное предположение, используемое в методе мод, заключается в том, что изображение содержит определенное число классов точек, однородных по яркости. Кроме того, считается, что границы, разделяющие данные классы, занимают относительно малую площадь изображения. Таким образом, при построении гистограммы в граничных значениях должны появиться межмодовые впадины. В пределах таких впадин и вычисляются пороговые значения.

Рассмотрим пример формирования неоднородного изображения с использованием ДСМ. Пусть на основном изображении будет две области, в которых коэффициент корреляции остается неизменным. На первом этапе формируем базовое СП  $\{\tilde{\rho}_{xij}\}$  в соответствии с АР моделью первого порядка (2.6). На следующем шаге производим преобразование полученного СП в совокупность корреляционных параметров по строке в соответствии с выражением

$$\rho_{xij} = \begin{cases} \rho_{x1}, \text{если} & \tilde{\rho}_{xij} < 0, \\ \rho_{x2}, \text{если} & \tilde{\rho}_{xij} \geq 0. \end{cases} \quad (4.21)$$

Для формирования корреляционных параметров по столбцу также будем использовать базовое СП  $\{\tilde{\rho}_{xij}\}$ . Тогда, чтобы получить совокупность корреляционных параметров  $\{\rho_{yij}\}$ , применим формулу:

$$\rho_{yij} = \begin{cases} \rho_{y1}, \text{если} & \tilde{\rho}_{xij} < 0 \\ \rho_{y2}, \text{если} & \tilde{\rho}_{xij} \geq 0. \end{cases} \quad (4.22)$$

Выражения (4.25) и (4.26) позволяют сформировать базовое СП, которое легко может быть сегментировано его бинарным представлением.

На третьем этапе с использованием ДСМ, рассмотренной в главе 2, формируется СП  $\{x_{ij}\}$ . Формирование этого СП происходит по-разному в

разных областях СП  $\{\rho_{xij}\}$  и  $\{\rho_{yij}\}$ , благодаря чему такое изображение является квазиоднородным. Различные статистические характеристики однородных областей основного СП позволяют формировать на изображении различные объекты. Такие объекты могут быть близки к реальным природным объектам. Так, например, возможно в некоторой области формировать облака или реки на общем фоне земной поверхности.

Наконец, для того чтобы сделать отличие соседних однородных областей, можно внутри одной из них повысить среднее значение яркости:

$$\tilde{x}_{ij} = \begin{cases} x_{ij} + m_{\tilde{x}}, & \text{если } \tilde{\rho}_{xij} < 0, \\ x_{ij}, & \text{если } \tilde{\rho}_{xij} \geq 0. \end{cases} \quad (4.23)$$

Таким образом, сформирована модель изображения, для которой однородные области совпадают с однородными областями базовых СП, определяемыми после бинарного представления (4.22) или (4.23).

На рис.4.27 показан пример, иллюстрирующий описанную методику имитации изображений.

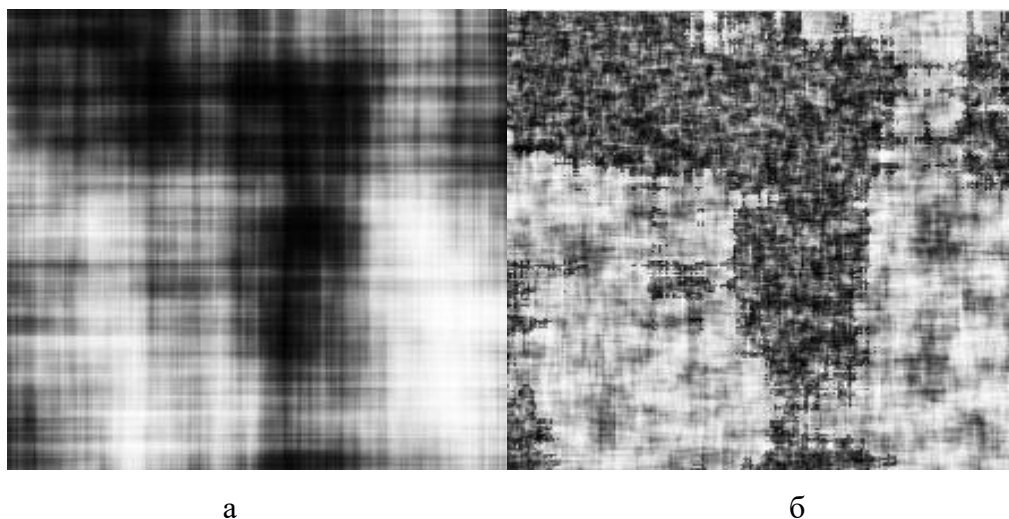


Рис. 4.27. Имитированное базовое случайное поле (а) и неоднородное изображение с однородными областями (б)

Рассмотрим алгоритм сегментации сформированного изображения. Для выделения однородных областей необходимо построить гистограмму

изображения. Для этого все значения СП  $\{\tilde{x}_{ij}\}$  с учетом средней добавки (4.28), прошедшие прежде процедуру эквалайзинга, записываются в вектор значений яркости:

$$L(k) = \tilde{x}_{ij}, i = 1, \dots, M1, \quad j = 1, \dots, M2, \quad k = 1, \dots, M1 \times M2. (4.24)$$

Найдем число элементов вектора, полученного после преобразования (4.33), которые соответствуют каждой градации яркости. Будем использовать гистограмму для нахождения значения яркости, находящегося между ее пиками. Поскольку при таком формировании у гистограммы должно быть два пика, то пороговое значение яркости  $L_{nor} = (L_{\max 1} + L_{\max 2}) / 2$ , где  $L_{\max 1}$  и  $L_{\max 2}$  – значения яркости первого и второго максимума гистограммы.

Произведем преобразование изображения  $\{\tilde{x}_{ij}\}$ , имеющего 256 градаций яркости, в изображение  $\{y_{ij}\}$ , имеющее 2 градации яркости, т.е. бинаризацию полученного изображения:

$$y_{ij} = \begin{cases} 0, \text{если } L_{\tilde{x}_{ij}} < L_{nor}, \\ 255, \text{если } L_{\tilde{x}_{ij}} \geq L_{nor}. \end{cases} (4.25)$$

Выражение (4.25) дает описание сегментированного изображения. При этом доля правильно отнесенных к первой или второй области пикселей находится, исходя из предположения, что однородные зоны сегментируются на бинарном изображении базового СП. Тогда эффективность сегментации в процентах может быть найдена после сравнения полученного изображения с сегментацией базового изображения.

Гистограмма изображения, показанного на рис. 4.27, для  $L_{nor} = 135$  представлена на рисунке 4.28.



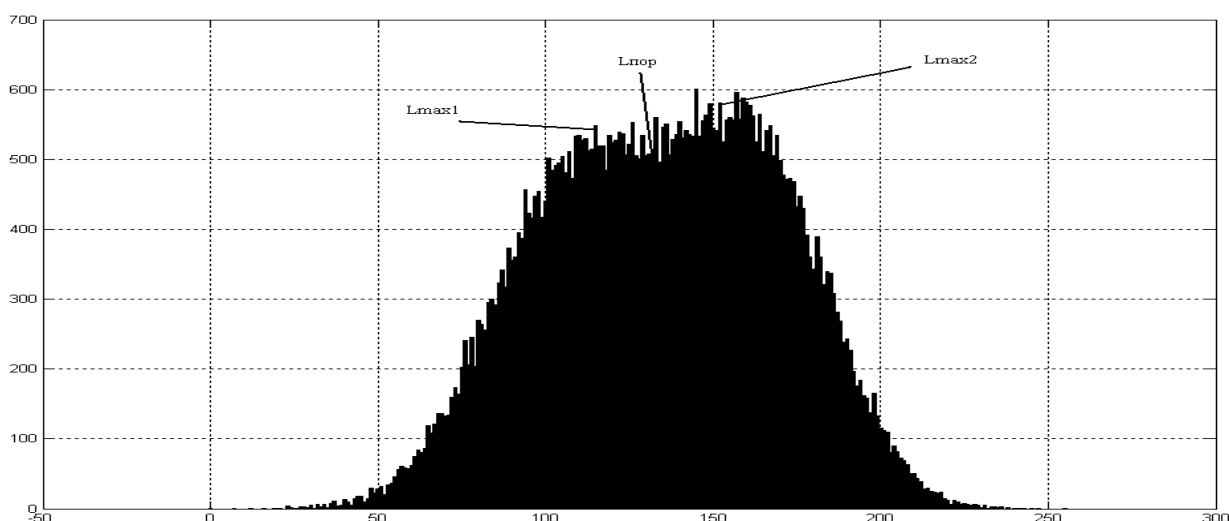


Рис. 4.28. Гистограмма моделируемого изображения

Результат работы алгоритма сегментации с использованием гистограммы проиллюстрирован на рис. 4.29:

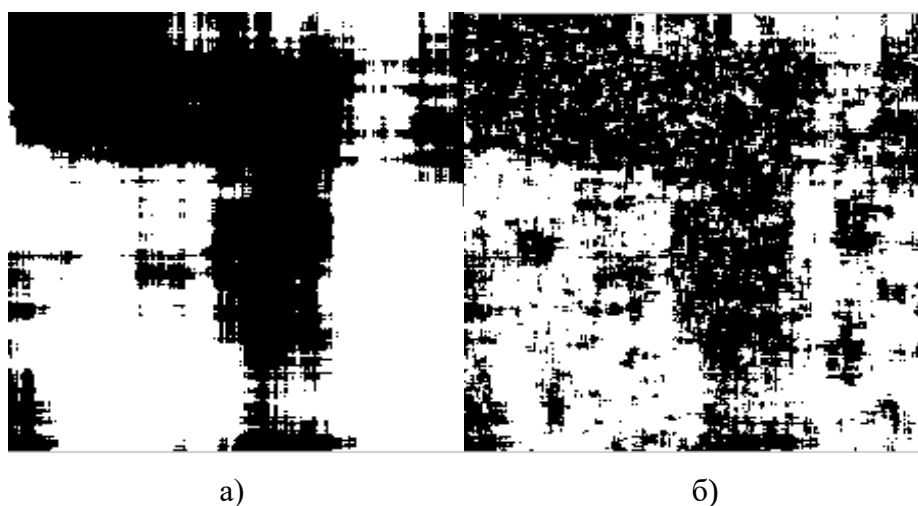


Рис. 4.29. Бинаризация базового СП (а); сегментация неоднородного изображения (б).

Процент соответствия изображений на рис. 4.29а и рис. 4.31б составляет 85,7%. Анализ рис. 4.29 показывает, что повысить эффективность сегментации можно, если включить небольшие по площади объекты в более крупную соседнюю область.

Результаты статистического моделирования и сегментации изображений представлены на рис. 4.32.

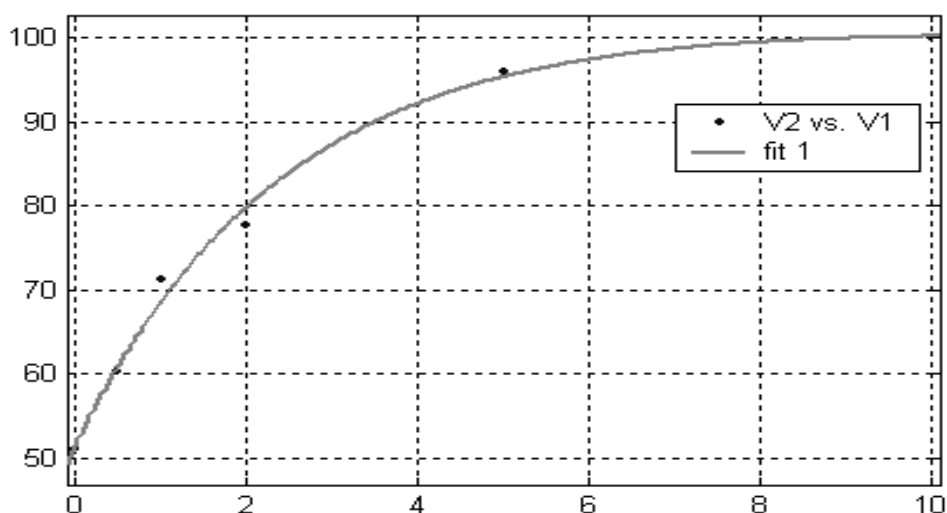


Рис. 4.32. Результаты сегментации дважды стохастических моделей изображений

По графикам видно, что различение областей за счет разницы в яркости тем лучше, чем выше эта разница. Но при изменении корреляционного параметра сначала идет ухудшение сегментации, затем, при достижении корреляции, заданной во второй области и превышении ее, происходит улучшение сегментации. Таким образом, при значительной разности по яркости однородных областей дважды стохастического изображения возможна его качественная сегментация. Наиболее плохие результаты получаются, когда коэффициенты корреляции, формирующие однородные области изображения, близки друг к другу.

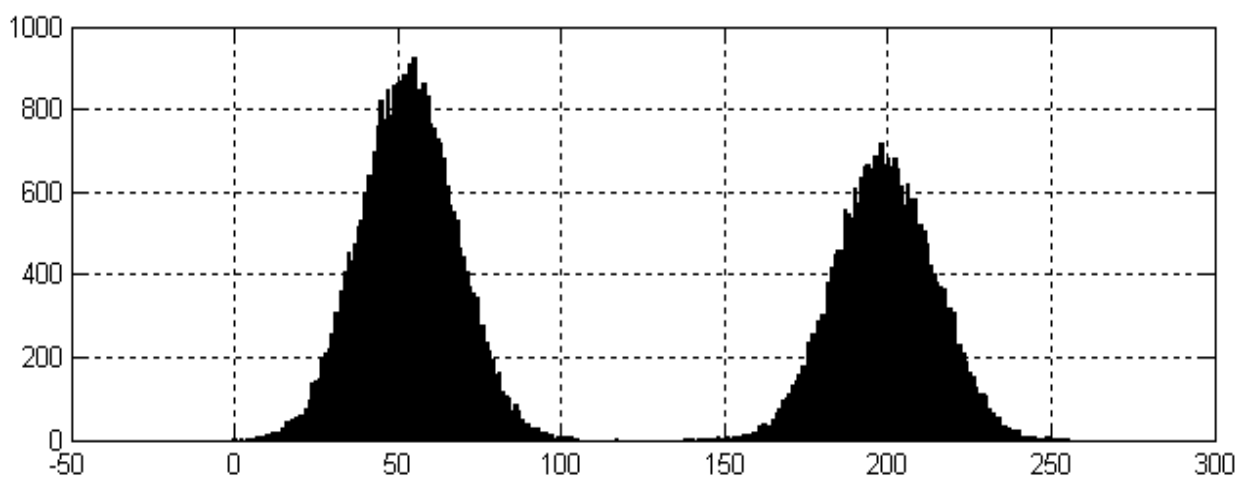


Рис. 4.33. Гистограмма при большой разности средней яркости однородных областей изображения

Еще одним подходом к решению задачи сегментации, также базирующимся на гистограммном методе, является разделение изображения по корреляционным свойствам. В этом случае алгоритм описывается аналогичными выражениями, но необходимо найти пороговое значение коэффициента корреляции.

На первом этапе работы алгоритма сегментации необходимо найти оценки коэффициентов корреляции. Эту задачу можно решить с использованием скользящего окна. Затем необходимо построить гистограммы этих коэффициентов. После этого найдем максимумы гистограммы, которые должны соответствовать используемым коэффициентам. Учитывая, что при таком формировании у гистограммы должно быть два пика, пороговое значение коэффициента корреляции

$$\rho_{\text{нор}} = (\rho_{\text{хmax1}} + \rho_{\text{хmax2}}) / 2.$$

Затем в зависимости от того, с какой стороны от порога находится оценка, происходит преобразование изображения  $\{\hat{\rho}_{xij}\}$ , имеющего 256 градаций яркости, в изображение  $\{y_{ij}\}$ , имеющее 2 градации яркости, т.е. бинаризация полученного изображения:

$$y_{ij} = \begin{cases} 0, \text{если } \hat{\rho}_{xij} < \rho_{\text{нор}}, \\ 255, \text{если } \hat{\rho}_{xij} \geq \rho_{\text{нор}}. \end{cases}$$

На рис.4.32 представлен результат работы алгоритма сегментации для изображения, сформированного в соответствии с предложенной моделью без повышения разности по яркости в разных областях. Статистическая оценка параметров имеющегося изображения проводилась в скользящем окне размером  $15 \times 15$ .

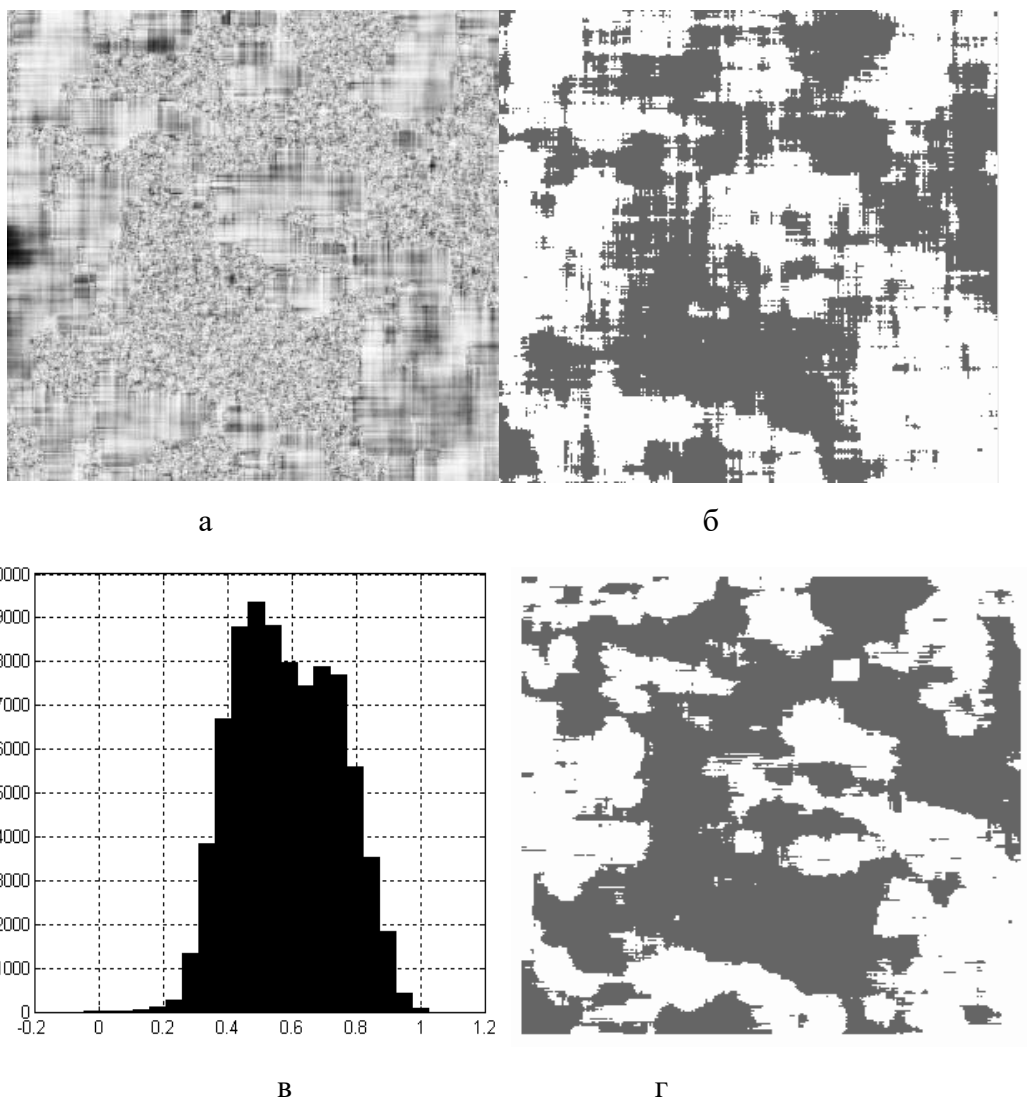


Рис. 4.32. Исходное неоднородное изображение(а), поле его корреляционных параметров (б), гистограмма этих параметров (в) и результат сегментации (г)

С целью нахождения оптимальной длины скользящего окна для одномерного случая было проведено исследование алгоритма сегментации. Исходная последовательность была разделена на 4 участка по 2500 элементов, на которых формирование процесса происходило по-разному: первому и третьему участку соответствует коэффициент корреляции  $\rho = 0.5$ ; второму и четвертому участку  $\rho = 0.9$ . Результаты моделирования представлены на рис.4.33.

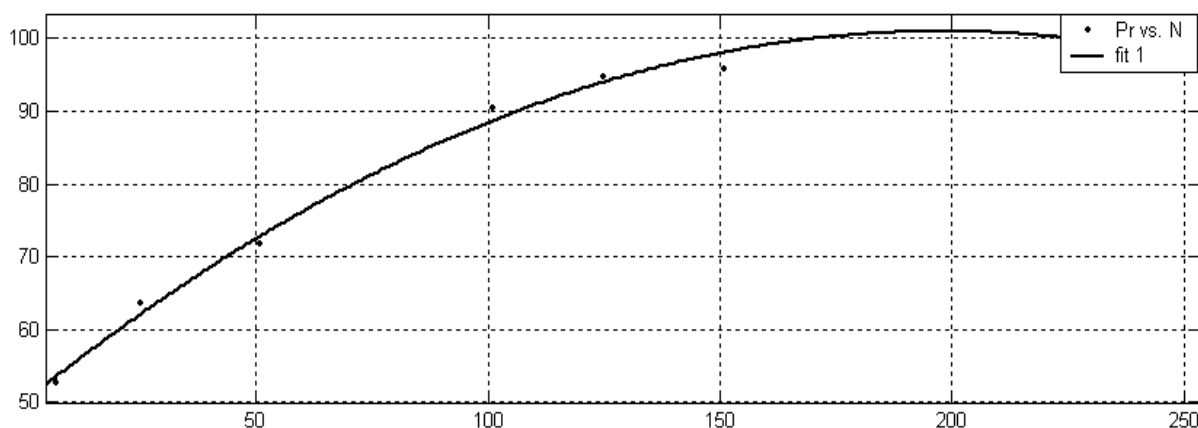


Рис. 4.33. Зависимость эффективности сегментации от длины окна

Анализ показывает, что для построения хорошей оценки коэффициентов корреляции необходимо иметь достаточно много наблюдений, поэтому длина окна не может быть выбрана очень маленькой. При этом, если области занимают достаточно большие размеры и нет резких перепадов, то повышение длины окна приводит к улучшению качества сегментации.

Итак, были рассмотрены и исследованы алгоритмы сегментации дважды стохастических СП и последовательностей по яркости и по корреляционным свойствам. Результаты исследований показали, что для хорошей сегментации на основании гистограммы яркости необходимо значительное различие по яркости областей. Однако в случаях, когда не удастся выполнить удачную сегментацию на основе корреляционных параметров, для сегментации ДСМ изображений могут быть использованы алгоритмы, основанные на гистограммах.

#### 4.6. Распознавание формы сигналов методом бинаризации смешанного изображения

В последнее время наблюдается быстрое развитие систем технического зрения, применяемых для фотосъемки автомобилей, превышающих скорость, для распознавания их номерных знаков или

обнаружения различных сигналов на изображениях [46, 76, 124]. При этом для классификации объектов на изображениях и распознавания образов разработано множество методов [46, 49, 112]. Однако большинство из этих методов рассчитано на узкий класс изображений, что не позволяет рекомендовать их для использования в других задачах. Качественное решение задач распознавания зависит и от эффективности предварительной подготовки материала.

В настоящем разделе рассмотрим решение задачи распознавания простейших геометрических фигур на фоне пространственно неоднородных изображений. Важную роль в данной задаче играют предложенные алгоритмы оценки параметров ДСМ и рассмотренный в п. 5.5 алгоритм обнаружения сигналов.

В качестве примера рассмотрим АРДС модель:

$$x_{ij} = \rho_{xij} x_{i-1j} + \rho_{yij} x_{ij-1} - \rho_{xij} \rho_{yij} x_{i-1j-1} + \xi_{ij}, i=1,...,M; j=1,...,N, (4.26)$$

где  $\{\xi_{ij}\}$  - поле гауссовских СВ с  $M\{\xi_{ij}\} = 0$ , и  $M\{\xi_{ij}^2\} = \sigma_{\xi}^2 = \sigma_x^2(1 - \rho_{xij}^2)(1 - \rho_{yij}^2)$ .

При этом коэффициенты связи по строке и по столбцу в модели (4.26) представляют собой реализацию СП следующего вида:

$$\rho_{xij} = \begin{cases} \rho_{x1}, (i, j) \in I_1 \\ \rho_{x2}, (i, j) \in I_2 \end{cases}, \rho_{yij} = \begin{cases} \rho_{y1}, (i, j) \in J_1 \\ \rho_{y2}, (i, j) \in J_2 \end{cases}. (4.27)$$

Таким образом, корреляционные параметры в выражении (4.27) представляют собой бинарное СП. Действительно, элементы каждого из полей в (4.27) могут принимать только два значения. Их бинаризация посредством преобразования одних значений в минимальное значение яркости ( $Y=0$ ), а других – в максимальное ( $Y=255$ ) была рассмотрена в п.4.5 и не вызывает особых сложностей.

Если аномалия характеризуется достаточно высоким уровнем яркости, то для ее обнаружения и последующей идентификации могут быть применены методы, использующие яркостные характеристики

изображения. Примером одного из таких методов может быть статистический анализ гистограмм изображения. Однако результаты обработки будут неудовлетворительными при уровнях сигнала, сопоставимых с уровнем фона и меньших. Для улучшения эффективности обработки предлагается производить предварительное обнаружения объектов интереса. В табл.4.3 и 4.4 приведены результаты бинаризации изображения по яркости и посредством выделения области сигнала. Все результаты получены на фоне дважды стохастических изображений. Рассматривались случаи, когда на изображении присутствовал один сигнал: квадратный (табл.4.3) или круглый (табл.4.4). Отношение стороны квадратного сигнала и диаметра круглого сигнала к размеру изображения равно 10%. Для обнаружения была задана вероятность ложной тревоги  $P_F = 0.01$ .

Таблица 4.3. Бинаризация изображения, содержащего сигнал квадратной формы

| Сигнал/шум                     | 0.1 | 1      | 3  | 5   | 6   |
|--------------------------------|-----|--------|----|-----|-----|
| Бинаризация-<br>Обнаружение, % | 34  | 5<br>8 | 94 | 100 | 100 |
| Бинаризация-<br>Яркость, %     | 0   | 1<br>2 | 33 | 78  | 100 |

Таблица 4.4. Бинаризация изображения, содержащего сигнал круглой формы

| Сигнал/шум                     | 0.1 | 1      | 3  | 5   | 6   |
|--------------------------------|-----|--------|----|-----|-----|
| Бинаризация-<br>Обнаружение, % | 29  | 5<br>2 | 92 | 100 | 100 |
| Бинаризация-<br>Яркость, %     | 0   | 8      | 26 | 39  | 80  |

По данным этих таблиц можно сделать вывод о том, что алгоритм бинаризации, использующий результаты обнаружения, значительно превосходит бинаризацию по яркости. Так при небольших отношениях

сигнал/шум выигрыш первого алгоритма достигает 60-70%. Этот выигрыш наблюдается для обеих форм сигнала (квадратной и круглой). Отметим, что эффективность алгоритмов падает с использованием сигнала круглой формы. Это объясняется меньшей площадью такого сигнала по сравнению с квадратным.

Пусть аномалия на изображении может быть либо круглой, либо квадратной формы. Тогда необходимо обнаружить область объекта и его центр, а потом с помощью сравнения коэффициента заполнения ( $d = 1$  для квадрата,  $d = \pi/4$  для круга) с порогом отнести его к тому или иному классу.

На рис. 4.34 приводятся результаты работы алгоритмов для изображений с большим уровнем яркости аномалии. В обоих случаях бинаризация была правильной.

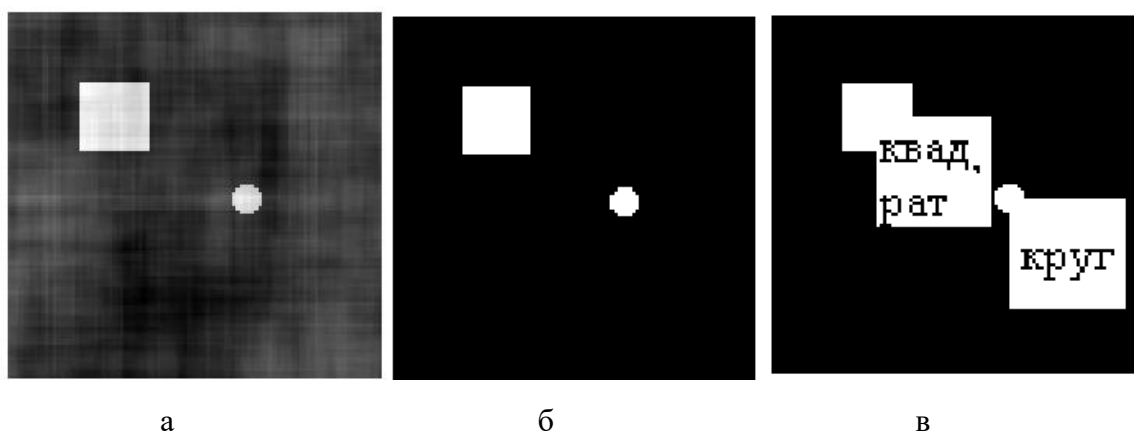


Рис. 4.34. Распознавание сигналов на изображении: исходное изображение (а), бинаризация (б), результат распознавания (в).

Таким образом, предложенный алгоритм обнаружения сигналов позволяет повысить качество бинаризации изображений и распознавания на них аномалий простейшей геометрической формы.



## Выводы

Таким образом, в четвертой главе были синтезированы и исследованы алгоритмы нелинейной фильтрации двумерных изображений и случайных процессов, позволяющие оценивать не только основное СП, но и поле корреляционных параметров. Анализ полученных алгоритмов показал, что для неоднородных изображений они превосходят известные алгоритмы, основанные на предположении однородности изображения. Обработка реальных изображений подтвердила эффективность работы алгоритмов идентификации параметров, фильтрации, восстановления и обнаружения сигналов.

Решены задачи идентификации параметров моделей по реальному материалу. Показано, что наилучшее приближение модели к реальному изображению обеспечивает идентификация с использованием нелинейного дважды стохастического фильтра.

Разработаны алгоритмы восстановления СП и реальных изображений на основе ДСМ и совместном последовательном применении ПГ процедур поиска и нелинейной фильтрации, обеспечивающие эффективную работу со сложными изображениями.

Предложен алгоритм сегментации ДСМ на основе оценки корреляционных параметров и уровней градации яркости, позволяющий проводить сегментацию для широкого класса реальных изображений.

## ГЛАВА 5. ОБНАРУЖЕНИЕ АНОМАЛИЙ НА МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

### Постановка задачи

Известно большое количество задач обнаружения сигналов, в которых в качестве фоновой помехи выступает коррелированный случайный процесс или коррелированное СП. К таким задачам, например, относятся задача радиолокационного обнаружения целей на фоне помех от взволнованной морской поверхности и задача обнаружения яркого объекта при наличии неоднородного фона в оптических или радиометрических системах мониторинга земной поверхности [29, 33, 128, 129]. При этом обрабатываемым материалом, как правило, являются последовательности нестационарных и пространственно-неоднородных изображений. Это связано с географическими и климатическими особенностями наблюдаемых объектов, изменением освещенности, случайным распределением горизонтально и вертикально-неоднородной облачности, ее эволюциями, эффектами затенения в поле обзора и т.д. Синтез эффективных обнаружителей аномалий на таком фоне связан с выбором адекватной математической модели мешающих изображений. Поэтому каждая модель требует синтеза и анализа специализированных процедур обнаружения сигналов на фоне неоднородных коррелированных СП. В частности, эффективность обнаружения сигналов на фоне АР смешанных (дважды стохастических) моделей можно повысить за счет дополнительной информации о внутренних СП.

В настоящем разделе рассмотрены известные подходы к обнаружению аномалий (п.5.1), далее выполняется синтез (п.5.2) и анализ (п.5.3) эффективности обнаружения сигналов с известными уровнями на

МЗИ. Затем выполняются синтез оптимального алгоритма обнаружения протяженных сигналов с неизвестными уровнями на отдельном многозональном изображении (п.5.4) и последовательности таких изображений (п.5.5). В завершении рассмотрены особенности реализации этих алгоритмов при обработке пространственно неоднородного спутникового материала (п.5.6).

### **5.1. Обзор известных подходов к обнаружению аномалий**

Задачи обнаружения и оценивания параметров аномалий на многозональных изображениях (МЗИ) представляют особый интерес для целого ряда приложений. Такие задачи возникают, например, при обработке обычных видеопоследовательностей, медицинских изображений, получаемых с помощью компьютерной томографии, спутниковых многозональных снимков земной поверхности и др. Классическими примерами такой обработки является обнаружение очагов пожара на спутниковых снимках, новообразований на медицинских изображениях или новых объектов на видеокадрах. При этом сложность решения задач обнаружения аномалий на многомерных изображениях значительно возрастает в сравнении с одномерным и двумерным случаями.

В некоторых случаях могут быть определены модели и вероятностные характеристики изображений [24]. В ряде задач можно считать заданными условные ПРВ наблюдений  $w(\{z_j\}/H_0)$  и  $w(\{z_j\}/H_1)$ , где  $H_0$  и  $H_1$  – гипотезы об отсутствии или присутствии аномалии в анализируемой области. Для оценки  $w(\{z_j\}/H_0)$  и  $w(\{z_j\}/H_1)$  используются параметрический и непараметрический методы [14]. Параметрические методы оценки плотности распределения вероятности имеют ряд ограничений использования, связанных с необходимостью априорных

знаний. При параметрических методах часто предполагается, что данные имеют гауссовское распределение и поэтому достаточно дать оценки математического ожидания и ковариации. Тогда общее решение задачи обнаружение сигнала основано на построении отношения правдоподобия

$$L = \frac{w(\{z_{\bar{j}}\} / H_1)}{w(\{z_{\bar{j}}\} / H_0)}$$

и сравнении с пороговым значением [24,29,46,50,97]. По

результатам этого сравнения принимается решение в пользу гипотезы о наличии полезного сигнала или гипотезы о его отсутствии. При этом само пороговое значение может быть определено, например, в соответствии с критерием Неймана-Пирсона по уровню заданной вероятности ложной тревоги [33].

Важной проблемой является обнаружение и локализация малоразмерных объектов на существенно неоднородном фоне. Действительно, обычно фон реальных изображений, например спутниковых снимков, отличается от смоделированных изображений существенной неоднородностью. В этом случае, например, ковариационная матрица СП должна оцениваться для каждого участка изображения отдельно, что потребует весьма существенных аппаратных затрат. Авторы работы [22] предлагают на первом этапе производить сегментацию изображения. Затем выполняется выравнивание неоднородного фона путем поочередного заполнения всех сегментированных областей значением яркости, равном среднему значению яркости в текущей зоне. Третьим этапом является обнаружение объектов на таком псевдооднородном фоне.

Определенными трудностями применения такого подхода является выполнение процедур сегментации, реализация которых представляет сложную задачу. Однако предварительное проведение сегментации позволяет выявить объекты на изображении, потенциально являющиеся

аномалиями. Используемые для этого методы различны по своей сложности [41, 49, 112, 116, 183, 187]. Один из них основан на вычислении вероятностей, с которыми полученные данные относятся к тому или иному классу. Другой подход связан с нахождением расстояния до среднего значения класса и порога на основе среднеквадратичного отклонения [49]. Это расстояние может быть расстоянием Махаланобиса или другим вероятностным расстоянием [17]. В работе [41] предлагается выбрать характеристики, базирующиеся на схемах ранжирования данных.

Другим направлением учета неоднородности фона является применение адаптивных алгоритмов компенсации коррелированных помех [76]. Адаптивная псевдоградиентная компенсация фона [76] основана на вычитании из очередного отсчета  $Z_j$  значения его прогноза  $\hat{Z}_j$ , построенного по некоторому вектору наблюдений  $\bar{Z}_j$ , не содержащему  $Z_j$ . При этом прогноз ищется в виде некоторой функции  $\hat{Z}_j = f(\bar{Z}_j, \bar{\alpha}_j)$ , где  $\bar{\alpha}_j$  – вектор параметров, подбираемых из условия оптимизации некоторого критерия, например, минимизации дисперсии ошибки прогноза [49]. При этом очередное приближение вектора параметров  $\bar{\alpha}_j$  получается из  $\bar{\alpha}_{j-1}$  увеличением или уменьшением каждой его компоненты на некоторую величину  $\lambda_j$  в зависимости от совпадения или несовпадения знака ошибки компенсации на текущем шаге со знаком соответствующей компоненты вектора производных оценки

$$\bar{\alpha}_j = \bar{\alpha}_{j-1} - \lambda_j (\text{sign } \varepsilon_j(\bar{\alpha}_{j-1})) \text{sign} \frac{\partial \tilde{z}_{j-1}(z_{j-1}, \bar{\alpha}_{j-1})}{\partial \bar{\alpha}_{j-1}}.$$

Если существует оптимальное значение  $\bar{\alpha}_j^*$ , то величины  $\lambda_j$  бесконечно убывают. Таким образом, в данном алгоритме адаптация производится на каждом шаге. Существуют подходы [46], когда решение о необходимости перестройки принимается только по достижении величины

ошибки определенного порогового уровня. Такой подход позволяет повысить быстродействие системы, но качество обработки в целом снижается.

В ряде работ [46,56, 57] строится и рассматривается классификация характерных черт, которые могут присутствовать на изображениях. Ими могут быть, например точки (углы, соединения линий, точки высокой кривизны градиента яркости, центр тяжести области, концы линий, точки экстремальных значений признаков), линии (прямые или криволинейные структуры, границы областей), области (сегментированные области, специфические формы) и т.д. В работе [46] предложен ряд основных критериев, на основании которых должен основываться выбор конкретных особенностей изображений и их атрибутов для построения алгоритмов обнаружения.

В работах [2, 21, 102] для обработки многомерных данных и поиска на них аномалий предлагается воспользоваться аппаратом теории нечетких множеств и генетическими алгоритмами.

Нечеткое множество  $\tilde{A}$ , заданное на универсальном множестве  $X$ , определяется как множество пар  $\tilde{A} = \{x_i, \mu_{\tilde{A}}(x_i)\}_{i=1,n}$ , где  $x_i \in X$ , элемент универсального множества  $\mu_{\tilde{A}}(x_i) \in [0,1]$  - степень его принадлежности нечеткому множеству  $\tilde{A}$ . Функцию  $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$  называют функцией принадлежности нечеткого множества  $\tilde{A}$ . Для использования теории нечетких множеств необходимо преобразовать многомерные изображения в нечеткую область с помощью функций принадлежности. К полученному фаззифицированному изображению можно применять весь набор известных нечетких алгоритмов, в том числе и для решения задач обнаружения. Идея генетических алгоритмов состоит в автоматизированном построении близких к оптимальным процедур

идентификации и обнаружения объекта на изображении по его эталонному изображению с использованием изображений обучающей выборки. Описанные в работах процедуры обнаружения и идентификации легко обобщаются на многомерный случай, однако анализ эффективно таких алгоритмов в настоящее время сопряжен с почти непреодолимыми вычислительными сложностями.

Представляют интерес алгоритмы [5], предназначенные для поддержки модельно-ориентированной методологии разработки алгоритмического и программного обеспечения в задачах обнаружения и идентификации объектов на цифровых изображениях. Такая система по входному структурному описанию объекта поиска осуществляет автоматическое построение процедур его обнаружения, которые реализуют алгоритмы заданных типов. В качестве базовых типов алгоритмов в работе были реализованы алгоритмы для обнаружения объектов, заданных следующими моделями: иерархическими нерекурсивными структурно-вероятностными моделями и рекурсивными структурно-вероятностными моделями.

При решении задач обнаружения используют выделение объектов по яркостному порогу [5,32, 46, 49], когда известен приблизительный разброс яркостей выделяемого объекта в том или ином канале рассматриваемого изображения. Этот разброс можно получить с помощью построения гистограммы и определения хода спектральных кривых объекта, полученных по тестовым точкам. В таком случае пользователь задает приблизительные значения (пороги), в пределах которых может колебаться яркость выделяемого объекта.

Некоторые авторы предлагают использовать искусственно сгенерированные аномалии, которые могут улучшить характеристики систем обнаружения. В работе [41] показано, как искусственные аномалии

могут помочь для обнаружения границ объекта. Такие методы эффективны, если класс аномалий не перекрывается с известными классами.

В работах [12,29-31,36,37] синтезированы оптимальные процедуры обнаружения точечных и протяженных сигналов известного уровня на фоне мешающих коррелированных помех. Однако реальные информационные сигналы обычно имеют неизвестные, отличающиеся уровни на различных кадрах многозонального изображения (например, очаг пожара хорошо заметен на кадрах, принадлежащих инфракрасному диапазону). В таких ситуациях возникают задачи синтеза и анализа обнаружителей детерминированных сигналов при наличии мешающего СП в условиях априорной неопределенности. Кроме того, в настоящее время практически отсутствуют аналитические оценки эффективности обнаружения аномалий при наличии мешающих изображений подстилающей поверхности, т.е. многомерных коррелированных помех.

## **5.2. Алгоритмы обнаружения аномалий с известными параметрами**

Представим многозональное изображение как совокупность из  $N$  массивов данных  $\{z_{ij}^k\}$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ ,  $i = 1..M_1$ ,  $j = 1..M_2$ , которые получены в результате пространственной дискретизации сигналов, поступивших от различных систем датчиков (рис. 5.1).

При отсутствии полезного сигнала (гипотеза  $H_0$ ) модель наблюдений можно представить аддитивной смесью:

$$z_{ij}^k = x_{ij}^k + \theta_{ij}^k, (i, j) \in G, k = 1, 2, \dots, N,$$



однородного СП  $x_i^k$  с нулевым средним и заданной корреляционной функцией (КФ)  $B_{(ml)}^{kt} = M\{x_{ij}^k, x_{i+m, j+l}^t\}$  и пространственного белого шума  $\theta_{ij}^k$  с  $M\{\theta_{ij}^k\} = 0, M\{(\theta_{ij}^k)^2\} = \sigma_{\theta_{ijk}}^2$ .

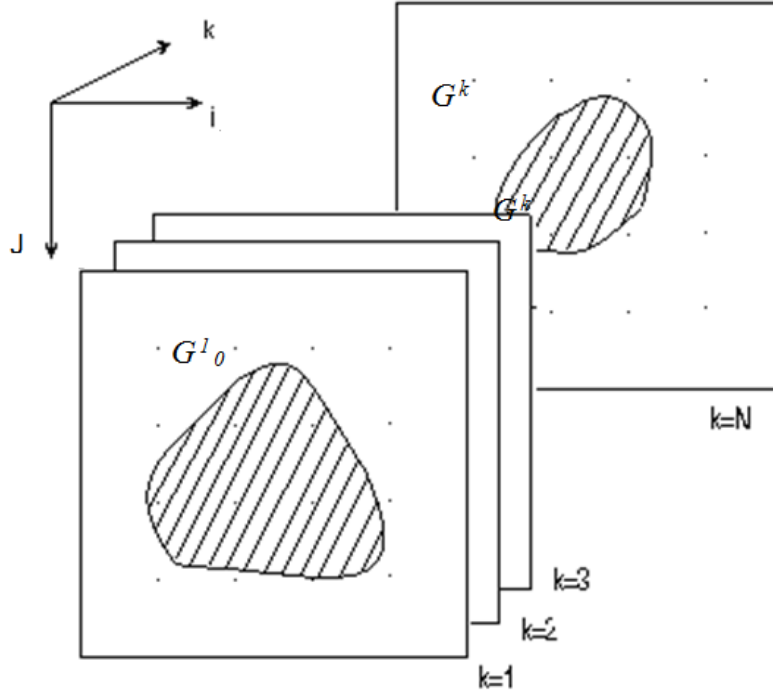


Рис. 5.1. Наблюдение сигнала на трехмерном изображении

При наличии полезного сигнала (гипотеза  $H_1$ ) модель наблюдений запишется в виде

$$z_{ij}^k = x_{ij}^k + s_{ij}^k + \theta_i^k, (i, j) \in G_0^k, k = 1, 2, \dots, N,$$

$$z_{ij}^k = x_{ij}^k + \theta_{ij}^k, (i, j) \notin G_0^k, k = 1, 2, \dots, N,$$

где  $G_0^k$  - область на  $k$ -м кадре, для которой возможно появление полезного сигнала с известными уровнями  $s_{ij}^k, (i, j) \in G_0^k$ . Для упрощения выкладок будем считать, что на каждом из кадров эта область одинакова  $G_0^k = G_0$ . Если это не так, то можно расширить каждую из областей до

размеров наибольшей, а полезный сигнал в добавленных точках считать нулевым.

Отметим, что в соответствии с правилами тензорного исчисления выражение вида  $a_k b_k$  эквивалентно  $\sum_{k=1}^N a_k b_k$ , т.е. предполагается суммирование по одинаковым нижним индексам. Форма же  $s^k f_{ij}^k$  здесь и далее будет означать перемножение элементов без суммирования.

Решение задачи обнаружения аномалий при использовании такой модели может быть основано на построении отношения правдоподобия  $L = w(\{z_{ij}^k\} / H_1) / w(\{z_{ij}^k\} / H_0)$ .

Условные плотности распределения вероятности  $w(\{z_{ij}^k\} / H_1)$  и  $w(\{z_{ij}^k\} / H_0)$  часто можно аппроксимировать гауссовскими [29]:

$$w(\{z_{ij}^k, (i, j, k) \in \Omega_0\} / Z_0, H_{0,1}) \cong \left( \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} \sqrt{\det V}} \right) \exp \left\{ -\frac{1}{2} (z_{lvt} - m_{0,1lvt}) V_{lvtijk}^{-1} (z_{ijk} - m_{0,1ijk}) \right\}, \quad (5.1)$$

где  $m_{1ijk} = M\{z_i^k / Z_0, H_1, s^k\} = s_{ij}^k + \hat{x}_{\mathfrak{A}ij}^k$ ;  $m_{1ijk} = M\{z_{ij}^k / Z_0, H_0\} = \hat{x}_{\mathfrak{A}ij}^k$ ;  $\hat{x}_{\mathfrak{A}ij}^k = M\{x_{ij}^k / Z_0\}$  – оптимальный (в смысле минимума дисперсии ошибки) прогноз СП в  $k$ -м кадре, сделанный на основе всех наблюдений  $Z_0$ , в которых полезный сигнал заведомо отсутствует (прогноз в область  $G_0$ );  $V_{lvtijk} = M\{(z_{lvt} - m_{0,1lvt})(z_{ijk} - m_{0,1ijk})\} = P_{\mathfrak{A}lvtijk} + V_{\theta lvtijk}$ ;  $P_{\mathfrak{A}lvtijk} = M\{(x_{lvt} - \hat{x}_{\mathfrak{A}lvt})(x_{ijk} - \hat{x}_{\mathfrak{A}ijk})\}$  – ковариационная матрица ошибок при оптимальном прогнозировании;  $E_{lvtijk}$  – единичная пространственная матрица;  $S_{ij}^k$  – значения полезного сигнала на  $k$ -м кадре в точке с координатами  $(i, j)$ .

Тогда оптимальное правило обнаружения сигнала можно записать в виде [30]:

$$L = s_{lvt} V_{lvtijk}^{-1} (z_{ijk} - \hat{x}_{\mathfrak{A}ijk}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (5.2)$$

Заметим, что вычисление прогноза  $\hat{x}_{\mathfrak{A}ijk}$  весьма затруднительно при больших размерах области  $G$ . Это обусловлено тем, что для каждой точки  $(i, j) \in G_0^k$ ,  $k = 1, \dots, N$  прогнозирование выполняется с помощью своей специальной процедуры. Строго оптимальный прогноз  $\hat{x}_{\mathfrak{A}ijk} = \alpha_{lvtijk} z_{lvt}$  будет включать линейную комбинацию большого числа наблюдений  $z_{lvt}$ ,  $(l, v) \in G^t$ ,  $t = 1, 2, \dots, N$ , коэффициенты которой  $\alpha_{lvtijk}$  будут различны для каждой точки  $(i, j) \in G_0^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Рассмотрим еще одну, существенно более простую, чем (5.2), процедуру обнаружения протяженных сигналов. Для этого достаточно в (5.2) подставить известную связь между тензорами оценок

$$\hat{x}_{ijk} = \hat{x}_{\mathfrak{A}ijk} + P_{lvtijk} V_{\theta}^{-1} (z_{lvt} - \hat{x}_{\mathfrak{A}lvt}), \quad (i, j) \in G_0^k, k = 1, \dots, N,$$

где  $\hat{x}_{ijk}$  – оптимальная оценка СП в области  $(i, j) \in G_0^k$ ,  $k = 1, \dots, N$ , сделанная на основе всех наблюдений  $z_{lvt}$ ,  $(l, v) \in G_0$ ,  $t = 1, \dots, N$ ;  $P_{lvtijk}$  – ковариационная матрица ошибок фильтрации. После элементарных преобразований с учетом того, что  $P(E + V_{\theta}^{-1} P_{\mathfrak{A}}) = P_{\mathfrak{A}}$ ,  $z - \hat{x}_{\mathfrak{A}} = (E + V_{\theta}^{-1} P_{\mathfrak{A}})(z - \hat{x})$ , находим следующую форму решающего правила [162]:

$$L = \sum_{ijk} \frac{1}{\sigma_{\thetaijk}^2} (z_{ijk} - \hat{x}_{ijk}) s_{ijk} \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (5.3)$$

Очевидно, при обнаружении протяженных сигналов с неизвестным положением в пространстве вычисление (5.3) требует значительно

меньшего числа операций, чем (5.2). Это связано с тем, что процедура (5.3) может быть разделена на 2 части. Вначале осуществляется компенсация мешающих изображений и формируется поле остатков компенсации:

$$\mu_{ijk} = V_{\theta_{ijk}}^{-1} (z_{ijk} - \hat{x}_{ijk}).$$

После этого для различных возможных положений сигнала выполняется операция сравнения с порогом линейной комбинации

$$\sum_{ijk} s_{ijk} \mu_{ijk}, (i, j) \in G_0^k, k = 1, \dots, N.$$

Вместо правила обнаружения (5.3) может быть применена еще одна простая процедура, основанная на статистике

$$L = \sum_{ijk} s_{ijk} V_{Tijk}^{-1} (z_{ijk} - \hat{x}_{Tijk}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет,} \end{cases} \quad (5.4)$$

где  $\hat{x}_{Tijk}$  – оптимальный прогноз, сделанный на основе всех наблюдений, кроме  $z_{ijk}$  (прогноз в точку);  $V_{Tijk} = P_{\varepsilon Tijk} + V_{\theta_{ijk}}$ ;  $P_{\varepsilon Tijk}$  – дисперсия ошибки  $\varepsilon_{Tijk} = x_{ijk} - \hat{x}_{Tijk}$  прогнозирования в точку. Для получения этого алгоритма достаточно в (5.3) подставить связь между оценкой  $\hat{x}_{ijk}$  в точке  $(i, j, k)$  и прогнозом  $\hat{x}_{Tijk}$  в эту точку:

$$\hat{x}_{ijk} = \hat{x}_{Tijk} + P_{Tijk} V_{\theta}^{-1} (z_{ijk} - \hat{x}_{Tijk}),$$

где  $P_{Tijk}$  – дисперсия ошибки фильтрации одного элемента:

$$P_{Tijk} (E + V_{\theta}^{-1} P_{Tijk}) = P_{Tijk}.$$

Такой же возможностью разделения процедуры на два этапа и свойством инвариантности компенсатора относительно пространственного положения аномалии обладает и правило обнаружения с использованием предварительной декорреляции мешающих изображений [29,32, 205].

Таким образом, найденные процедуры обнаружения предполагают при гауссовской аппроксимации распределений (5.1) проведение оптимальной компенсации мешающих МЗИ на основе предсказания или оценивания в точку (5.2),(5.3) или область, расчет ковариационной матрицы ошибок фильтрации и выполнение весового суммирования в соответствии с формулами (5.3) или (5.4).

### 5.3. Эффективность обнаружения протяженных сигналов с известными параметрами

Рассмотрим алгоритм (5.4), который удобно использовать не только при реализации систем обработки изображений, но и для вероятностного анализа эффективности обнаружения. При этом пороговое значение  $L_0$  может быть найдено из следующего соотношения:

$$P_F = \int_{\Lambda_0}^{\infty} w(L / H_0) dL = 0.5 - \Phi_0\left(\frac{L_0 - m(L / H_0)}{\sqrt{D(L / H_0)}}\right),$$

$$\text{где } \Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt; \quad M(L / H_1) = D(L / H_0) = D(L / H_1) = \frac{1}{\sigma_\theta^2} s_{ijk} s_{ijk} - \frac{1}{\sigma_\theta^4} s_{lvt} P_{lvtijk} s_{ijk};$$

$m(L / H_0) = 0$ . Соответственно, вероятность правильного обнаружения

$$P_D = 0.5 + \Phi_0\left(\frac{m(L / H_1) - L_0}{\sqrt{D(L / H_1)}}\right).$$

Величина порогового сигнала, при которой достигается требуемая вероятность правильного обнаружения при заданной вероятности ложной тревоги, определяется по формуле

$$\Delta = \frac{m(L / H_1) - m(L / H_0)}{\sqrt{D(L / H_1)}} = \sqrt{\frac{1}{\sigma_\theta^2} s_{ijk} s_{ijk} - \frac{1}{\sigma_\theta^4} s_{lvt} P_{lvtijk} s_{ijk}} \geq \alpha, \quad (5.5)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, определяемый по заданным значениям  $P_D$  и  $P_F$ .

Например, при  $P_F = 10^{-3}$ ,  $P_D = 0.5$  находим  $\alpha \cong 3.1$ ,  $L_0 \cong 3.1\sqrt{D(L|H_0)}$ .

Основной трудностью расчетов по формуле (5.5) является определение элементов  $P_{lvkijt}$  ковариационной матрицы ошибок фильтрации. Это объясняется большим числом параметров, от которых зависят эти элементы. К ним относятся не только корреляционные связи в МЗИ, но и расположение аномалии относительно границ наблюдаемой области, уровня шумов, расстояния до центра аномалии и др.

Для упрощения дальнейших выкладок будем предполагать, что совместная КФ многозональных изображений разделима и может быть представлена в следующем виде:  $B_{lvtijk} = R^{kt} B(i-l, j-v)$ . Чтобы найти необходимую для решения задачи анализа ковариационную матрицу ошибок фильтрации  $P_{lvkijt}$  запишем аналог уравнений Винера-Хопфа для трехмерной сетки, бесконечной в направлениях  $i, j$  [26]:

$$\alpha_{lv} RB(i-l, j-v) = RB(i, j) - \alpha_{ij}^T E \sigma_\theta^2, \quad (5.6)$$

где  $\alpha_{ij}$  – векторы длиной  $N$ , составленные из весовых коэффициентов оптимального оценивания.

Спутниковые изображения земной поверхности обладают, как правило, большим радиусом внутрикадровой корреляции и значительными размерами. В этих условиях, приближенно считая фоновое поле  $\{x_{ij}^k\}$  непрерывным и бесконечным по пространству, можем перейти к интегральной системе уравнений:

$$\alpha(i, j)^T E \bar{\sigma}_\xi^2 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(v, l) RB(i-v, j-l) dv = RB(i, j). \quad (5.7)$$

Приведенная система дает точное решение только при условии бесконечного размера и непрерывности фонового СП. В то же время исследования показывают, что для реальных СП с высоким (более 0.96) коэффициентом межэлементной внутрикадровой корреляции различие между решениями систем (5.6) и (5.7) невелико и достаточно для создания и эксплуатации систем обработки изображений.

После многомерного преобразования Фурье получаем следующее решение системы (5.7):

$$\alpha(i, j) = F^{-1}\left(\frac{RG(\omega_1, \omega_2)}{RG(\omega_1, \omega_2) + \sigma_\xi^2 E}\right),$$

где  $G(\omega_1, \omega_2) = F(B(i, j))$  – энергетический спектр СП отдельного кадра;  $F()$ ,  $F^{-1}()$  – прямое и обратное двумерные преобразования Фурье.

Матрицу внутрикадровых ковариаций ошибок  $P(i, j)$  можно найти по следующей формуле:

$$P(i, j) = M[(\hat{x}_{00} - x_{00})(\hat{x}_{ij} - x_{ij})] = M[x_{00}x_{ij}] - 2\alpha_{kl}M[x_{00}x_{kl}] + \sigma_\xi^2\alpha_{kl}\alpha_{kl} + \alpha_{kl}\alpha_{vt}M[x_{kl}x_{vt}]$$

где  $x_{ij}$ ,  $\hat{x}_{ij}$  – векторы длиной  $N$ , составленные из отсчетов и оценок мешающего изображения. Тогда после элементарных преобразований и с учетом решения системы (5.6) запишем следующее приближенное равенство:

$$P(i, j) = \sigma_\xi^2\alpha(i, j) \cong F^{-1}\left(\frac{\sigma_\xi^2 RG(\omega_1, \omega_2)}{RG(\omega_1, \omega_2) + \sigma_\xi^2 E}\right). \quad (5.8)$$

Полученные соотношения позволяют проводить анализ обнаружения сигнала любой формы на произвольном числе кадров с заданными корреляционными характеристиками мешающих изображений и шума.

В качестве примера рассмотрим обнаружение сигнала, имеющего один и тот же уровень и форму на каждом из кадров, т.е.  $s_{ij}^k = s_{ij}$ ,  $k = 1, \dots, N$ . В этом случае

$$\Delta^2 = \frac{N}{\sigma_\theta^2} s_{ij} s_{ij} - \frac{1}{\sigma_\theta^4} s_{ij} s_{lv} T_{ijlv}, \quad (5.9)$$

где 
$$T_{ijlv} = \sum_{k=1}^N \sum_{t=1}^N P_{ijlv}^{kt} = \sum_{k=1}^N \sum_{t=1}^N F_0 \left( \frac{\sigma_\xi^2 RG(\omega_1, \omega_2)}{\sigma_\xi^2 + RG(\omega_1, \omega_2)} \right) = F_0^{-1} \left( N - \frac{\sigma_\xi^2}{G(\omega)} \sum_{k,t} a_{kt} \right);$$

$a_{kt}$  – элементы матрицы  $A$  обратной к  $W = E \frac{\sigma_\xi^2}{G(\omega)} + R$ ;  $R$  – матрица размером  $N \times N$ , составленная из коэффициентов корреляции между кадрами многозонального изображения. Суммируя  $N$  уравнений системы  $AW = E$  с учетом

$$w_{kt} = \begin{cases} 1 + \frac{\sigma_\xi^2}{G_1(\omega)} & k = t \\ R_{kt} & k \neq t \end{cases}, \quad w_{kt} = w_{tk}, \quad a_{kt} = a_{tk},$$

запишем следующее выражение для неизвестной суммы:

$$\sum_{k,t} a_{kt} = \sum_{k=1}^N \left( \frac{1}{\frac{\sigma_\xi^2}{G_1(\omega)} + \sum_{t=1}^N R_{kt}} \right).$$

Подставляя полученные результаты в (5.9), находим следующее выражение:

$$\Delta^2 = \frac{N}{\sigma_\theta^2} s_{ij} s_{ij} - \frac{1}{\sigma_\theta^4} s_{ij} s_{lv} F^{-1} \left( \sum_{k=1}^N \frac{G_1(\omega) \sum_{t=1}^N R_{kl}}{\sigma_\xi^2 + G_1(\omega) \sum_{t=1}^N R_{kl}} \right). \quad (5.10)$$

Несмотря на математические сложности, сопутствующие расчету многомерных преобразований Фурье, существует ряд частных случаев, для



которых удастся найти важные аналитические соотношения в явном виде. Например, для обнаружения точечного сигнала решающее правило существенно упрощается, и выражение (5.10) можно переписать в виде

$$\Delta^2 = s^2 \left( \frac{N}{\sigma_\xi^2} - T \right).$$

Для нахождения величины минимально достижимой дисперсии ошибки обратимся к результатам анализа эффективности фильтра Винера [28].

Для нахождения дисперсии ошибки  $\sigma_\varepsilon^2$  оптимальной фильтрации рассмотрим однородное информационное СП  $x_j$ , заданное на  $n$ -мерной сетке  $J$  бесконечных размеров. Пусть на основе наблюдений  $z_j = x_j + \theta_j$  необходимо дать наилучшую (в смысле минимума дисперсии ошибки) линейную оценку  $\hat{x}_0 = \sum_{j \in J} h_j z_j$  элемента  $x_0$  информационного СП. Условие минимума  $\sigma_\varepsilon^2$  запишется как система линейных уравнений

$$h_q \sigma_\theta^2 + \sum_{\bar{j} \in J} h_{\bar{j}} R(\bar{q} - \bar{j}) = R(\bar{q}), \quad \bar{q} \in J, \quad (5.11)$$

которую можно рассматривать как  $n$ -мерный аналог уравнений Винера-Хопфа;  $R(\bar{q}) = M\{x_{\bar{j}}, x_{\bar{j}+\bar{q}}\}$  – корреляционная функция. При этом минимально достижимая дисперсия ошибки  $\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_\theta^2 h_0$ . К сожалению, найти решение (5.11) удастся только для очень узкого класса «разделимых» экспоненциальных корреляционных функций

$R(\bar{q}) = \sigma_x^2 \prod_{i=1}^n \rho_i^{q_i}$  [28, 29]. Однако, полагая ячейки пространственной сетки

$J$  малыми по сравнению с интервалом корреляции СП, можно заменить систему (5.11) одним интегральным уравнением и тогда

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \sigma_{\theta}^2 h_0 \cong \sigma_{\theta}^2 \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} f(\bar{\lambda}) d\bar{\lambda} / (\sigma_{\theta}^2 + f(\bar{\lambda})), \quad (5.12)$$

где

$$f(\bar{\lambda}) = \int_{R^n} R(\bar{u}) \exp(-j(\bar{\lambda}, \bar{u})) d\bar{u} \quad (5.13)$$

– спектральная плотность СП  $x(\bar{u})$ ,  $\bar{u}, \bar{\lambda} \in R^n$ ;  $(\bar{\lambda}, \bar{u}) = \sum_{k=1}^n \lambda_k u_k$ ;

$$d\bar{\lambda} = d\lambda_1 d\lambda_2 \dots d\lambda_n.$$

Итак, для анализа эффективности фильтрации достаточно найти спектральную плотность (5.13) информационного СП и произвести вычисления по формуле (5.12). При этом основные трудности обычно связаны с  $n$ -кратным интегрированием (5.13) и особенно (5.12). Эти трудности можно заметно снизить в случаях, когда СП  $x(\bar{u})$  изотропно во всем пространстве  $R^n$  или на каких-либо подпространствах  $\Omega_m \subset R^n$ . Действительно, после введения сферических координат в  $R^n$  формулы (5.3), (5.4) для изотропных СП преобразуются к виду:

$$\frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{\sigma_{\theta}^2} = \frac{1}{(2\pi)^{n-1} \Gamma(0.5n)} \int_0^{\infty} \frac{k^{n-1} f(k)}{\sigma_{\theta}^2 + f(k)} dk, \quad (5.14)$$

$$f(k) = (2\pi)^{n/2} \int_0^{\infty} R(\rho) \rho^{n-1} \frac{J_{0.5n-1}}{(k\rho)^{0.5n-1}} d\rho, \quad (5.15)$$

где  $J_{\nu}(\cdot)$  – функция Бесселя порядка  $\nu$  [11];  $\Gamma(\cdot)$  – полная гамма-функция;  $k = |\bar{\lambda}|$ ;  $\rho = |\bar{u}|$ .

Для изотропных СП на пространствах с нечетным числом измерений функции Бесселя в (5.5) могут быть выражены через элементарные функции. В этих случаях расчеты по формулам (5.4), (5.5) выполняются достаточно просто. Например, для изотропных СП с

$$R(\rho) = \sigma_x^2 \exp(-\alpha\rho), \quad \rho = \sqrt{\sum_{k=1}^n u_k^2}$$

получим

$$\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\theta^2} = \frac{\gamma q}{(2\pi)^{n-1} \Gamma(0.5n)} \int_0^\infty \frac{\nu^{n-1} \Phi_n(\nu)}{\gamma + \Phi_n(\nu)} d\nu, \quad (5.16)$$

где  $\gamma = \alpha^n / q$ ;  $q = \sigma_x^2 / \sigma_\theta^2$  – отношение дисперсий информационного и мешающего СП;

$\Phi_1(\nu) = 2/(1+\nu^2)$ ;  $\Phi_3(\nu) = 8\pi/(1+\nu^2)^2$ ;  $\Phi_5(\nu) = 64\pi^2/(1+\nu^2)^3$ ;  $\Phi_7(\nu) = 96\pi^3/(1+\nu^2)^4$  и т. д.

Для изотропных экспоненциально-коррелированных СП, заданных на пространствах с четным числом измерений  $n = 2N$ , известно [11] простое выражение для интеграла (5.5):

$$f(k) = (2\pi)^M \sigma_x^2 k^{-2(M-1)} (-1)^M \frac{d^M}{d\alpha^M} \left( \frac{(\sqrt{\alpha^2 + k^2} - \alpha)^{M-1}}{\sqrt{\alpha^2 + k^2}} \right).$$

При этом минимальная дисперсия ошибки фильтрации также может быть представлена в виде формулы (5.16), где

$$\Phi_2(\nu) = 2\pi / \sqrt{(1+\nu^2)^3}; \Phi_4(\nu) = 6\pi / \sqrt{(1+\nu^2)^5} \text{ и т.д.}$$

К сожалению, для больших размерностей  $n$  однородных СП получаются довольно громоздкие соотношения, и при расчетах по формуле (5.6) целесообразно применять численные методы. Вместе с тем, как показывает анализ, при увеличении обобщенного параметра  $\gamma = \alpha^n / q$  дисперсия ошибки оптимальной фильтрации рассмотренных изотропных СП асимптотически сходится к величине

$$\sigma_\varepsilon^2 / \sigma_x^2 = \beta_n \sqrt[n+1]{\gamma}, \quad (5.17)$$

где  $\beta_1 \cong 0.707$ ;  $\beta_2 \cong 0.66$ ;  $\beta_3 \cong 0.63$ ;  $\beta_4 \cong 0.606$ ; ...  $\beta_\infty \cong 0.58$ .

Таким образом, приведенные соотношения дают возможности получения довольно простых оценок потенциальной точности фильтрации СП на фоне помех. Кроме того, полученные граничные значения дисперсии фильтрации позволяют построить характеристики оптимальных алгоритмов обнаружения пространственных аномалий на фоне мешающих многомерных изображений.

Полученные асимптотические соотношения для дисперсии ошибок оптимальной фильтрации позволяют провести анализ характеристик обнаружения пространственных аномалий разнообразной формы на фоне мешающих МЗИ. Так, для СП с экспоненциальной изотропной КФ на основе (5.6) можно получить следующее выражение:

$$\Delta^2 = s \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_{\xi}^2} - \sum_{k=1}^N \frac{\delta_x^2 \gamma_{0k}}{\beta_k^2 \sqrt{3}} \left( \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{2\beta_k - 1}{\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln\left(\frac{(\beta_k + 1)^2}{\beta_k^2 - \beta_k + 1}\right) \right),$$

где  $\beta_k = \sqrt[3]{\gamma_{0k}}$ ;  $\gamma_{0k} = \frac{\gamma_k}{2\pi}$ ;  $\gamma_k = \frac{\alpha^2 \sigma_{\xi}^2}{\sigma_x^2 \Omega_k}$ ;  $\alpha = -\ln(r)$ ;  $\Omega_k = \sum_{t=1}^N R_{kt}$ .

Соответственно, для анизотропного СП с КФ вида  $P_{ij} = \sigma_z^2 \rho_1^i \rho_2^j$  справедливо следующее равенство:

$$\Delta^2 = s \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_{\xi}^2} - \sum_{k=1}^N \frac{2\delta_x^2 \Omega_k \sqrt{\gamma_k} \sqrt{p_k}}{\pi} K(p_k),$$

где  $\alpha_1 = -\ln(r_1)$ ;  $\alpha_2 = -\ln(r_2)$ ;  $p_k = (0.5\gamma + 1) - \sqrt{0.25\gamma^2 + \gamma}$ ;  $K(p_k)$  – эллиптический интеграл.

Выражение (5.10) можно также представить в компактном виде, если модель полезного сигнала представляет собой круг на изотропном изображении или квадрат на анизотропном изображении. Действительно, в этом случае (5.10) можно переписать в виде

$$\Delta^2 = \sum_{k=1}^N \frac{s_{ij}s_{ij}}{\sigma_\theta^2} - \frac{1}{\sigma_\theta^4} s_{ij}s_{lv} F^{-1} \left( \frac{G_1(\omega) \sum_{t=1}^N R_{kj}}{\sigma_\xi^2 + G_1(\omega) \sum_{t=1}^N R_{kj}} \right) = \sum_{k=1}^N \Delta_k^2 (\sigma_x^2 \sum_{t=1}^N R_{kt}), \quad (5.18)$$

т. е. представить как сумму  $N$  слагаемых, соответствующих характеристикам обнаружения круговых сигналов на обычных двумерных изображениях с дисперсией фонового поля  $\sigma_{kx}'^2 = \sigma_x^2 \sum_{t=1}^N R_{it}$ .

Анализ характеристик обнаружения для различных параметров мешающего СП, шума и сигнала показывает, что эффективность обнаружения шарового сигнала на СП с изотропной КФ близка к эффективности обнаружения прямоугольного сигнала на поле с анизотропной КФ и при достаточной коррелированности поля не зависит от его размерности. То есть имеет место следующее приближенное равенство:

$$\Delta_k^2 \cong \frac{1}{\sigma_\theta^2} s_i s_i - \frac{1}{\sigma_\theta^4} s_i P_{ij}^k s_j,$$

которое является точным в случае обнаружения сигнала на одномерном СП. При этом с помощью выражения (5.8) для случая одного кадра ( $N=1$ ) можно определить ковариационную функцию ошибок фильтрации для каждого из кадров:

$$P_{ij}^k = P^k(|i-j|) = A^k \exp(\alpha^k),$$

$$\text{где } A^k = \frac{-\delta_x^2 \ln(r) \sum_{t=1}^N R_{kt}}{\alpha_k}; \alpha^k = \sqrt{\ln(r)^2 - 2 \frac{\delta_x^2 \sum_{t=1}^N R_{kt}}{\delta_\xi^2} \ln(r)}.$$

Подставляя эти формулы в (5.18), найдем следующее простое равенство:

$$\Delta^2 = \sum_{k=1}^N s_i s_j \frac{M_k}{\sigma_{\xi}^2} - s_i s_j \frac{S^2 A_k}{\sigma_{\xi}^4} \left[ \frac{4M_k}{\alpha_k} + \frac{2}{\alpha_k^2} (e^{-2\alpha_k M_k} - 1) \right],$$

где  $M_k$  – размер полезного сигнала на  $k$ -м кадре.

Для определения эффективности алгоритма обнаружения протяженных аномалий (5.3) в соответствии с полученными формулами были проведены исследования зависимостей вероятности правильного обнаружения от параметров полезного сигнала и мешающего изображения, на котором ведется обнаружение.

При исследовании зависимости вероятности правильного обнаружения  $P_D$  от коэффициента корреляции  $r$  подстилающего изображения (рис.5.2) было выявлено уменьшение величины  $P_D$  при определенных соотношениях значений  $r$  и протяженности полезного сигнала  $Ns$  и заданных значениях уровня полезного сигнала  $s$ .

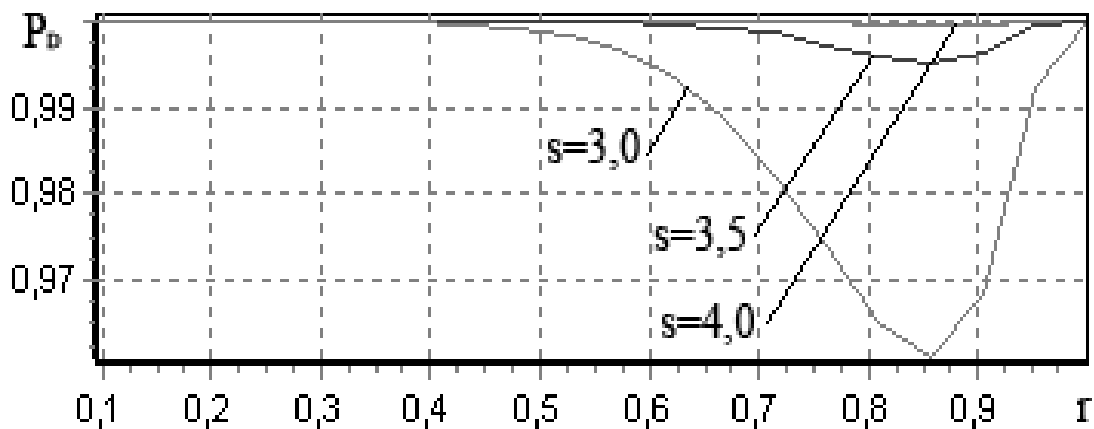


Рис. 5.2. Зависимость вероятности правильного обнаружения от коэффициента корреляции

Были проведены дополнительные расчеты зависимости интервала корреляции  $\tau = 1/(1-r)$  от протяженности полезного сигнала  $Ns$ , при которых величина вероятности правильного обнаружения принимает минимальное значение (рис. 5.3).

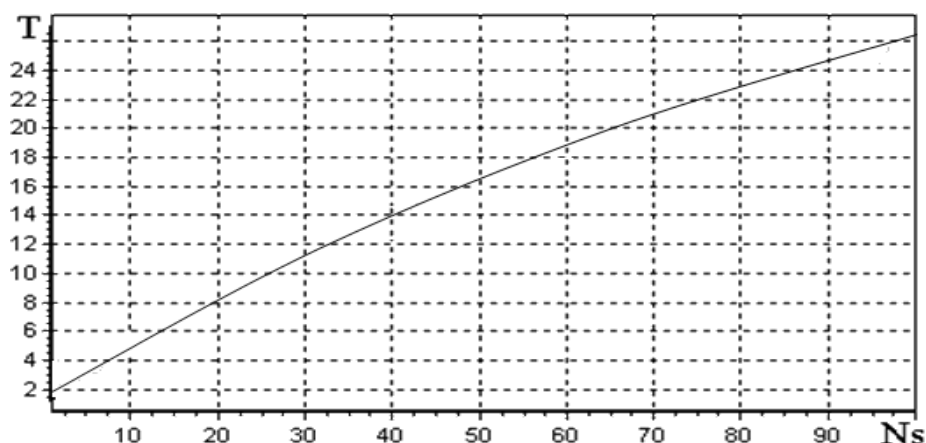


Рис. 5.3. Зависимость интервала корреляции от протяженности полезного сигнала

На основании результатов расчетов, представленных на рис. 5.3, можно сделать вывод, что при небольшой протяженности полезного сигнала  $N_s$  вероятность правильного обнаружения принимает минимальное значение при  $\tau \approx \alpha N_s$ ,  $\alpha \approx 0,5$ . При увеличении значения  $N_s$  коэффициент  $\alpha$  уменьшается и стремится к значению  $\alpha \approx 0,2$ .

Для уменьшения вычислительных затрат при расчете статистик (5.3) были произведены исследования зависимости вероятности правильного обнаружения от размера выбранного окна  $N$ , в котором производится обнаружение полезного сигнала с фиксированной протяженностью  $N_s$  (рис.5.4).

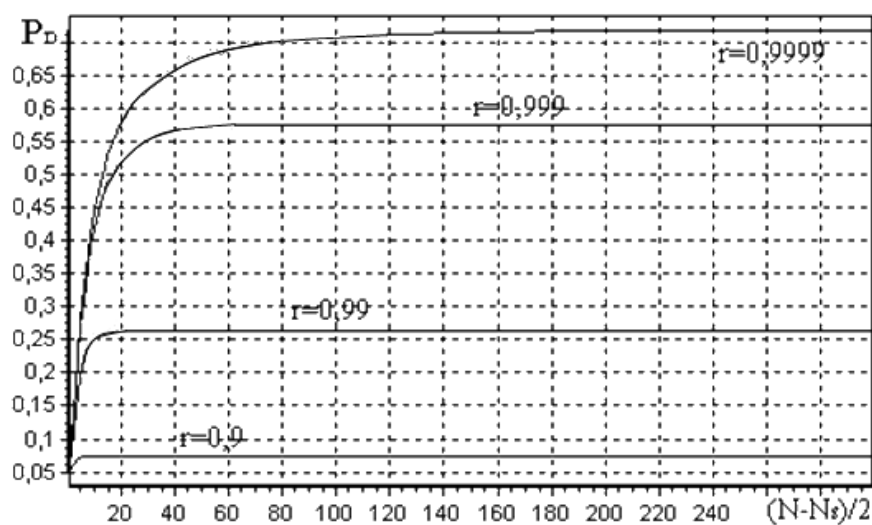


Рис. 5.4. Зависимость вероятности правильного обнаружения от размера изображения

Проанализировав результаты, представленные на рис.5.4, можно сделать вывод, что при размерах окна больших значения  $N_{кр} \cong Ns + 4 / \sqrt{q(1-r)}$ , где  $q = V_x / V_\theta$ , дальнейшее увеличение размера окна практически перестает влиять на величину вероятности правильного обнаружения  $P_D$ , что позволяет ограничить размеры анализируемого окна изображения.

На рис.5.5 представлены результаты работы алгоритма обнаружения протяженных аномалий на фоне коррелированных помех. Смоделированы однородные изображения со значениями  $q = \sigma_x^2 / \sigma_\theta^2 = 1$ , уровнем полезного сигнала  $s = 2$  различной протяженности.

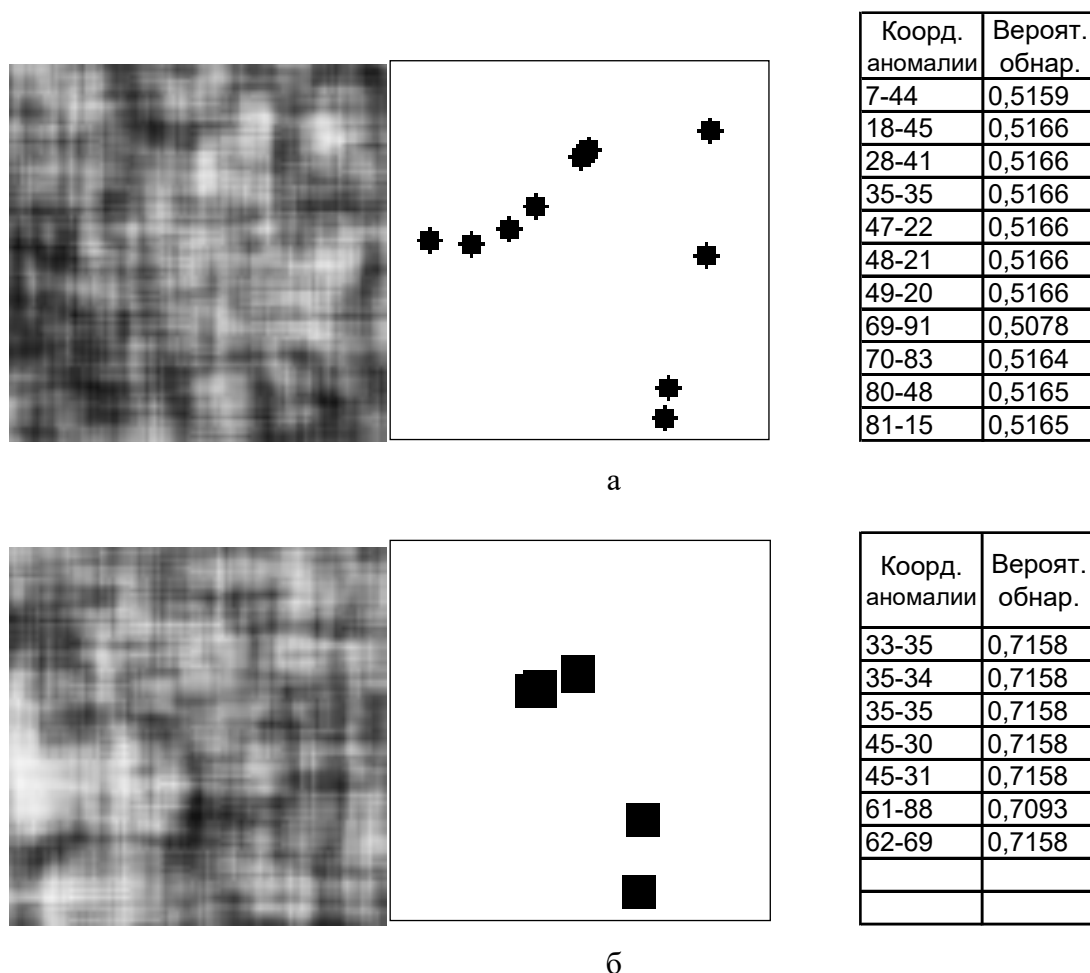


Рис. 5.5 Обнаружение круговой аномалии размером  $7 \times 7$  (а) и квадратной аномалии размером  $9 \times 9$  (б) на коррелированном изображении размером  $100 \times 100$



На основе полученных результатов, сопоставив эффективность обнаружения предложенных правил и потенциальные возможности реальных систем обнаружения, появляется возможность выбрать наиболее подходящие параметры обнаружения.

#### **5.4. Обнаружение аномалий с неизвестными уровнями на многозональных изображениях**

Основной проблемой, возникающей при использовании обнаружителей (5.4) и (5.6) для решения практических задач, является априорная неизвестность отсчетов сигнала  $s_{ij}^k$ . Анализ показывает, что полезный сигнал на реальных МЗИ часто сохраняет свою форму и структуру, но меняет интенсивность. В этом случае протяженный в пространстве полезный сигнал можно записать в виде  $s_{ij}^k = S^k f_{ij}^k$ , где  $S^k$  – неизвестные уровни сигнала на отдельных кадрах изображения;  $f_{ij}^k$  – известные значения относительных уровней сигнала, расположенного в области  $G_0^k$  на  $k$ -м кадре.

Для синтеза решающего правила воспользуемся модифицированным отношением правдоподобия:

$$L = w(\{z_{ij}^k\} / H_1, \hat{s}^1, \dots, \hat{s}^N) / w(\{z_{ij}^k\} / H_0),$$

где  $\hat{s}^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  оценки неизвестных уровней полезного сигнала, полученные с помощью метода максимального правдоподобия.

Аппроксимируя условные ПРВ  $w(\{z_{ij}^k\} / H_1, s^1, \dots, s^N)$  и  $w(\{z_{ij}^k\} / H_0)$  гауссовскими, решающее правило оптимального обнаружения протяженных сигналов по совокупности наблюдений на  $N$  кадрах можно записать в виде:

$$L = \sum_{k=1}^N \hat{s}^k f_{lv}^t V_{lvijk}^{-1} (z_{ijk} - \hat{x}_{\mathcal{E}ijk}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет,} \end{cases} \quad (5.24)$$

где  $\hat{x}_{\mathcal{E}ijk}$  – оптимальный (в смысле минимума дисперсии ошибки) прогноз СП, сделанный на основе всех наблюдений  $Z_0$ , в которых полезный сигнал заведомо отсутствует;  $V_{lvijk} = P_{\mathcal{E}lvijk} + \sigma_{\theta}^2 E_{lvijk}$ ,  $P_{\mathcal{E}lvijk}$  – ковариационная матрица ошибок при оптимальном прогнозировании. Несложно показать, что в качестве решающего правила можно также использовать выражения (5.3), (5.4) с соответствующими оценками СП.

Неизвестные оценки  $\hat{s}^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  можно определить из условия максимума  $w(\{z_{ij}^k, (i, j, k) \in \Omega_0\} / Z_0, H_1)$ , или, что то же самое, минимума выражения  $(z_{lv} - m_{lv}) V_{lvijk}^{-1} (z_{ijk} - m_{lvijk})$ . После дифференцирования квадратичной формы получаем следующую систему линейных уравнений:

$$\sum_{k=1}^N (f_{lv}^t V_{lvij}^{-1tk} f_{ij}^k) s^k = \sum_{k=1}^N f_{lv}^t V_{lvij}^{-1tk} (z_{ij}^k - \hat{x}_{ij}^k), \quad t = 1, 2, \dots, N. \quad (5.25)$$

Для решения полученной системы и нахождения неизвестных уровней полезного сигнала можно использовать известные численные методы.

На рис.5.6 представлен пример обнаружения аномалий с неизвестными уровнями размером  $7 \times 7$  на коррелированном фоне с вероятностью ложной тревоги  $Pf=0.001$  и вероятностью правильного обнаружения  $Pd=0.9$ .

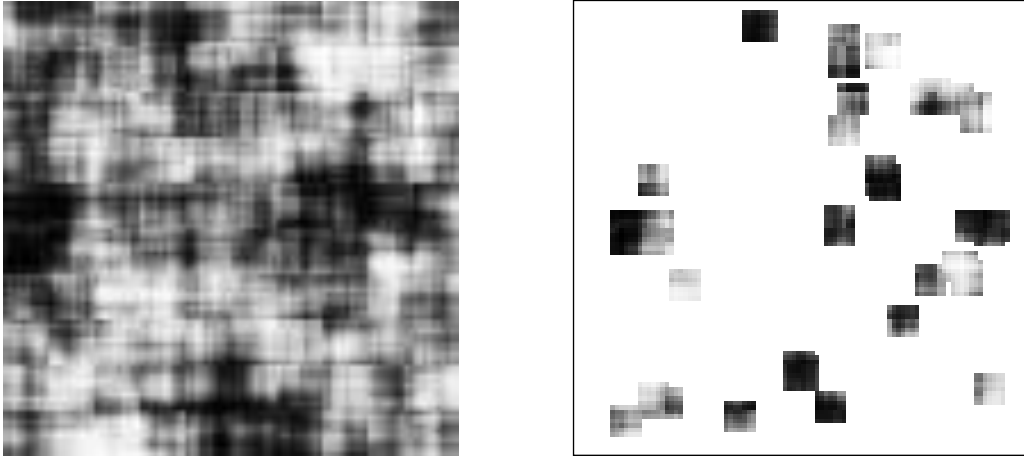


Рис. 5.6. Обнаружение аномалий с неизвестными уровнями

Рассмотрим ряд частных, но важных случаев обнаружения сигнала.

1. Для точечного сигнала на каждом из кадров МЗИ система (5.25) принимает вид

$$\sum_{t=1}^N a^{kt} (s^t - \tilde{z}^t) = 0, \quad k=1..N.$$

Решениями этой системы будут известные оценки  $\hat{s}^k = \tilde{z}^k_{ij} = z^k_{ij} - \hat{x}^t_{ij}$ , где  $k=1..N$ ,  $\hat{x}^k_{ij}$  – прогноз в точку  $k$ -го кадра с координатами  $(i, j)$  по всем точкам  $\hat{x}^t_{lv}$ ,  $t=1..N$ ,  $(l, v) \in \Omega$ ,  $l \neq i$ ,  $v \neq j$ . Выигрыш при совместном использовании последовательности коррелированных изображений по сравнению с обработкой отдельных кадров, составляющих многозональное изображение, достигается в этом случае исключительно вследствие более точного (за счет использования информации с других кадров) оценивания элементов изображения.

2. Если кадры многозонального сигнала некоррелированы между собой, т.е.  $a_{lvkijt} = 0$  при  $k \neq t$ , то (5.25) преобразуется к виду

$$f_{lv} a_{lvtijk} (f_{ijk} s^k - \tilde{z}_{ijk}) = 0, \quad k=1,2,...,N,$$

и оценки неизвестных уровней принимают вид

$$\hat{s}^k = \frac{f_{lvk} a_{lvkijk} \tilde{z}_{ijk}}{f_{lvk} a_{lvkijk} f_{ijk}}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (5.26)$$

С помощью подстановки полученных оценок в решающее правило (5.23) в случае коррелированности входящих в многозональное изображение кадров можно получить относительно простой квазиоптимальный алгоритм обнаружения. Такой обнаружитель будет проигрывать оптимальному алгоритму в эффективности обнаружения, но выигрывать по быстродействию.

3. В случае некоррелированности всех отсчетов мешающего изображения  $x_{ij}^k$  легко получить следующее известное решающее правило:

$$L = \sum_{ijk} z_{ijk}^2 \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases}$$

4. Если в состав многозонального изображения входят одинаковые или полностью коррелированные кадры, то соответствующие уравнения в системе (5.25) будут подобными, а эти кадры можно использовать лишь для усреднения шума при оценивании изображения

Таким образом, для обнаружения протяженных аномалий с неизвестными уровнями на многозональных изображениях необходимо с помощью выражений (5.3) и (5.8) рассчитать ковариационную матрицу ошибок прогнозирования, затем получить оценку неизвестных уровней с помощью системы (5.24) или выражений (5.25), подставить вычисленные значения в решающее правило (5.23) и сравнить полученную статистику с порогом.

Для упрощения последующих выкладок запишем полученный обнаружитель (5.24) в следующем виде:

$$L = (z_{ijk} - x_{ijk})c_{ijklvt}(z_{lvt} - x_{lvt}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет,} \end{cases} \quad (5.26)$$

где  $c_{ijklvt}$  – коэффициенты, зависящие от ковариационных свойств многозонального изображения, параметров шума, формы и характера сигнала и определяемые из выражений (5.24) и (5.25).

Из-за сложных ковариационных связей между остатками компенсации  $\tilde{z}_{lvt}$  и, вообще говоря, негауссовского вида распределения случайной величины  $L$  вероятностный анализ (5.26) сопряжен со значительными математическими трудностями. Однако с ростом числа точек в полезном сигнале и увеличением числа кадров в многозональном изображении распределение  $L$  быстро стремится к нормальному. Параметры этого распределения:

$$m(L | H_0) = c_{ijklvt} P_{\varepsilonijklvt}, \quad m(L | H_1) = c_{ijklvt} P_{\varepsilonijklvt} + s_{ijk} c_{ijklvt} s_{lvt},$$

$$D(L | H_{0,1}) = c_{ijklvt} m_{0,1ijklvt\alpha\beta\kappa\gamma\delta\tau} c_{\alpha\beta\kappa\gamma\delta\tau} - m^2(L | H_{0,1}),$$

где  $P_{\varepsilonijklvt}$  – ковариационная матрица ошибок прогнозирования;

$$m_{0,1ijklvt\alpha\beta\kappa\gamma\delta\tau} = m(\tilde{z}_{ijk}^4 | H_{0,1})(b_{21}(b_{31} + b_{32}b_{21})(b_{41} + b_{42}b_{21} + b_{43}(b_{31} + b_{32}b_{21})) + b_{32}b_{22}(b_{42} + b_{43}b_{32}) + b_{32}b_{33} + b_{44});$$

$$m(\tilde{z}_{ijk}^4 | H_1) = (\sigma_z^2 + (s_{ijk})^2)^2 + 2[\sigma_z^4 + (f_{ijk})^2 \sigma_z^6]; \quad m(\tilde{z}_{ijk}^4 | H_0) = 3\sigma_x^2; \quad b_{gh} -$$

элементы матрицы  $B = \chi(R_q); g, h = 1..4; \chi()$  – преобразование

Хоттелинга;  $R_0$  –  $4 \times 4$  матрица, составленная из коэффициентов корреляции

между случайными величинами  $\tilde{z}_{ijk}, \tilde{z}_{lvt}, \tilde{z}_{\alpha\beta\kappa}, \tilde{z}_{\gamma\delta\tau}$ .

На рис.5.6 и 5.7 показаны зависимости проигрыша по величине порогового сигнала алгоритма с неизвестными уровнями обнаружителю с известными уровнями. При этом вероятность ложной тревоги  $P_F = 0.001$ ,

вероятность обнаружения  $P_d = 0.5$ , коэффициент межкадровой корреляции  $R = 0.9$ .

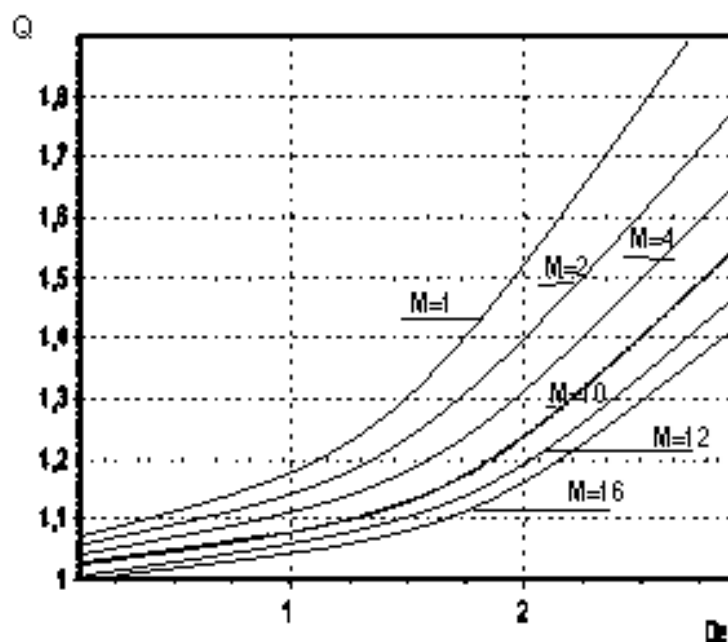


Рис. 5.6. Проигрыш алгоритма с оценкой уровней оптимальному обнаружителю с известными параметрами

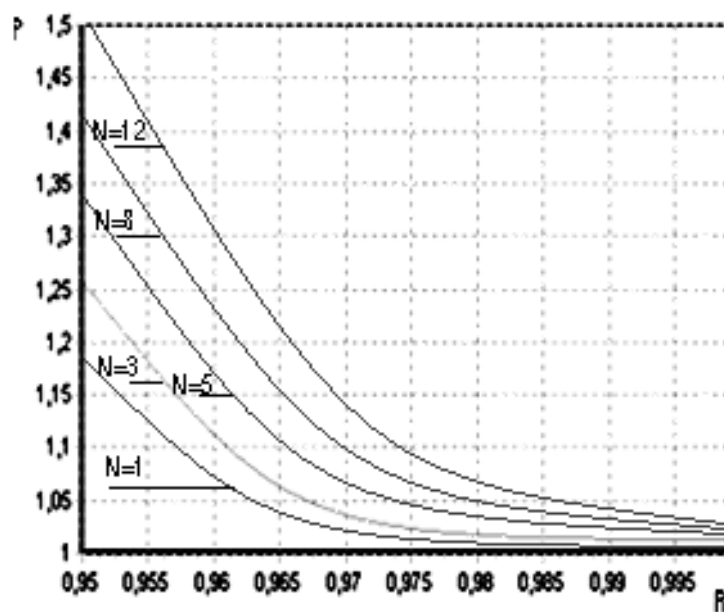


Рис. 5.7. Проигрыш алгоритма с оценкой уровней оптимальному обнаружителю с известными параметрами

Анализ кривых показывает, что с ростом числа кадров или увеличением дисперсии шума разница между обнаружителями возрастает.

В то же время с ростом внутрикадровой корреляции или размера сигнала на каждом из кадров обнаружитель с неизвестными уровнями приближается к оптимальному алгоритму с известными параметрами. При этом увеличение относительной разницы между обнаружителями с ростом числа кадров можно объяснить увеличением числа оцениваемых параметров (относительных уровней на каждом кадре). С увеличением размера сигнала, увеличением коррелированности поля или с уменьшением дисперсии шума дисперсия ошибки оценивания неизвестных уровней уменьшается.

Однако в большинстве практических задач уровни сигнала на каждом кадре неизвестны. В этих условиях обнаружитель сигналов с неизвестными уровнями обладает существенными преимуществами. Для иллюстрации на рис.5.8 показан выигрыш алгоритма (5.17) обнаружителю (5.5) от числа кадров и коэффициента внутрикадровой корреляции в случае, если полезный сигнал появился только на одном кадре МЗИ.

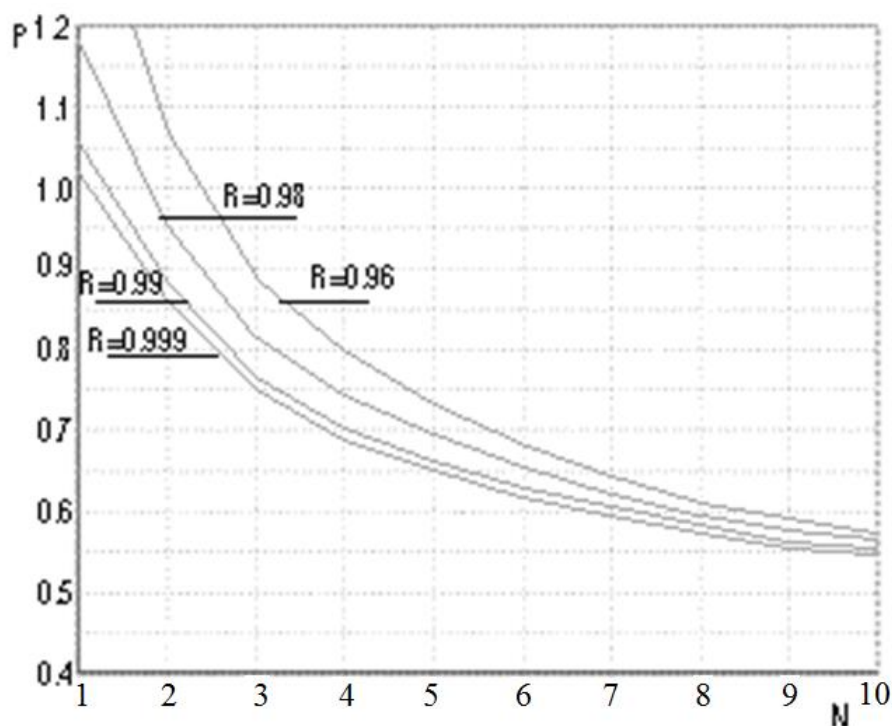


Рис. 5.8. Уменьшение уровня полезного сигнала для алгоритма (5.25) по отношению к обнаружителю (5.5)

Анализ графиков, представленных на рис.5.8, показывает, что уже при двух кадрах и внутрикадровой корреляции  $r > 0.98$  обнаружитель с известными уровнями проигрывает найденному алгоритму. Понятно, что с ростом априорной неопределенности относительно параметров сигнала преимущество обнаружителя с неизвестными уровнями будет еще более явным. Это позволяет рекомендовать предлагаемый алгоритм для использования в системах обработки изображений.

### **5.5. Обнаружение аномалий на последовательности кадров многозональных изображений**

В ряде приложений обнаружение объектов должно производиться на основе сопоставления изображений, поступающих от различных систем наблюдения, с уже имеющимися в базе данных, полученными в предшествующие моменты времени. Предположим, что необходимо обнаружить полезный сигнал, появившийся на последнем кадре МЗИ. Для такого случая модель наблюдений при наличии полезного сигнала (гипотеза  $H_1$ ) запишется в виде

$$z_{\bar{j}}^N = x_{\bar{j}}^N + s_{\bar{j}}^N + \theta_{\bar{j}}^N, \bar{j} \in G_0^N$$

$$z_{\bar{j}}^N = x_{\bar{j}}^N + \theta_{\bar{j}}^N, \bar{j} \notin G_0^N, k = 1...N$$

где  $G_0^N$  – область на  $N$  –м кадре времени, для которого возможно появление полезного сигнала с известными уровнями  $s_{\bar{j}}^N, \bar{j} \in G_0^N$  (рис.5.9).



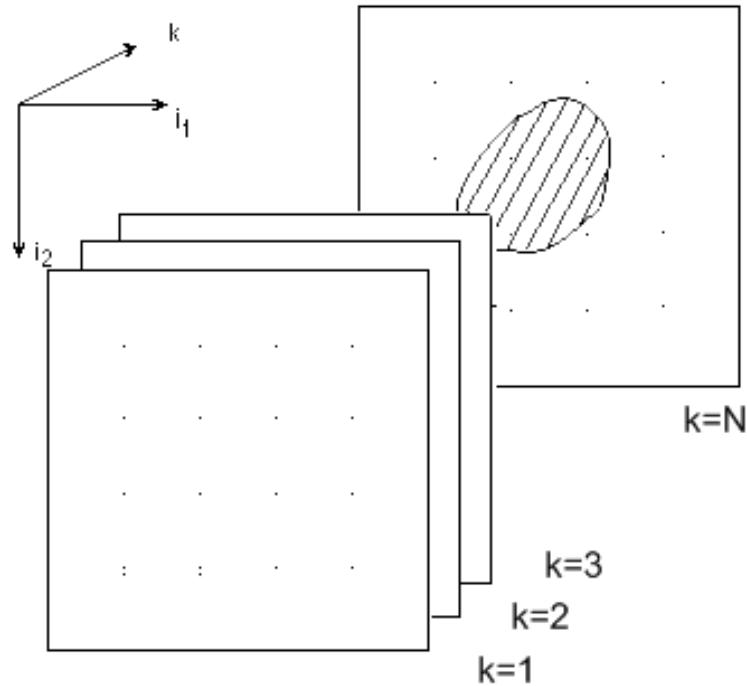


Рис.5.9 Кадры многозонального изображения

Для обнаружения сигнала в таких условиях также можно применить алгоритм (5.3). При этом оптимальный прогноз СП можно выполнять не по одному текущему кадру, а по всем имеющимся. Вместо оптимального прогноза можно использовать фильтрацию всего имеющегося четырехмерного массива информации.

На рис.5.10 представлен пример обнаружения протяженной аномалии с координатами (35;35) на изображении размером  $150 \times 150$  с вероятностью правильного обнаружения  $Pd=0.4108$ , вероятностью ложной тревоги  $Pf=0.001$ . Для сравнения на рис.5.11 представлен пример обнаружения аномалий, использующий дополнительный подстилающий кадр. При этом вероятность правильного обнаружения увеличилась до значения  $Pd=0.8689$ .

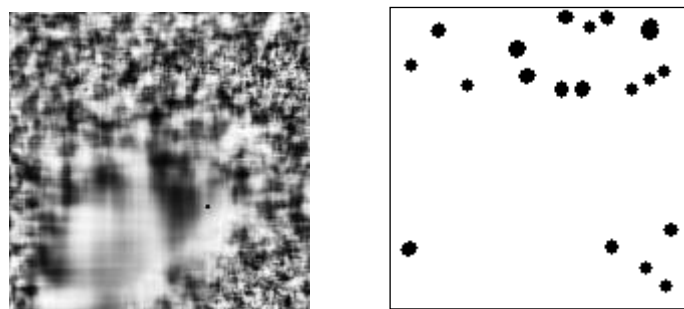


Рис. 5.10. Обнаружение аномалии на одном кадре

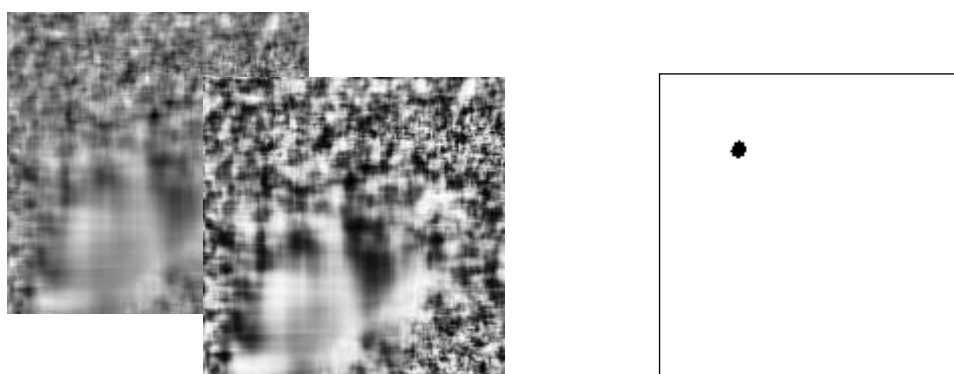


Рис. 5.11. Обнаружение аномалий на изменяющихся во времени кадрах

Анализ представленных результатов позволяет сделать вывод, что с увеличением количества кадров изображений эффективность обнаружения возрастает.

С помощью статистического моделирования были проведены численные расчеты эффективности алгоритма обнаружения протяженных аномалий на фоне многозонального изображения для разного количества подстилающих кадров. На рис.5.12 представлены зависимости вероятности правильного обнаружения  $Pd$  от интервала корреляции СП  $\tau = 1/(1-r)$ , используя прогноз СП на основе одного предшествующего кадра (сплошная линия) и прогноз на основе двух предшествующих кадров (пунктирная линия).

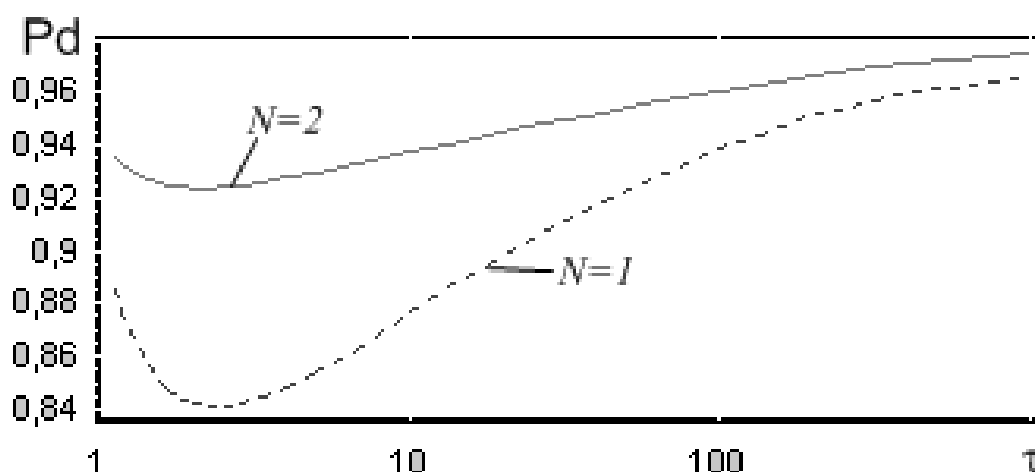


Рис. 5.12. Эффективность обнаружения

Можно сделать вывод, что при добавлении одного кадра изображения и  $\tau = 4$  вероятность правильного обнаружения увеличивается на 10%. Таким образом, представляется возможным выбрать необходимое количество кадров наблюдаемой сцены, обеспечивающее заданные характеристики эффективности обнаружения.

## 5.6. Обнаружение сигналов на фоне мешающих изображений со сложной структурой

Сложность задачи обнаружения аномалий связана с тем, что экспериментальным материалом, как правило, являются последовательности нестационарных и пространственно-неоднородных изображений. Это объясняется географическими и климатическими особенностями наблюдаемых объектов, изменением освещенности, случайным распределением горизонтально и вертикально-неоднородной облачности, ее эволюциями, эффектами затенения в поле обзора и т.д. Синтез эффективных обнаружителей аномалий на таком фоне требует использования адекватной математической модели мешающих изображений. Рассмотрим возможность применения для решения задачи

обнаружения сигналов АРДС модели и сравним результаты с известными подходами.

При обнаружении сигналов на фоне помех со сложной структурой остаются справедливыми найденные оптимальные процедуры (5.3), (5.4). Особенности проявляются только в построении оптимального прогноза или оценки СП в области сигнала. Для построения такой оценки и анализа эффективности обнаружения аномалий рассмотрим двумерную модель с изменяющимися корреляционными параметрами дважды стохастического СП:

$$x_{i_1 i_2} = \rho_{x i_1 i_2} x_{i_1-1, i_2} + \rho_{y i_1 i_2} x_{i_1, i_2-1} - \rho_{x i_1 i_2} \rho_{y i_1 i_2} x_{i_1-1, i_2-1} + \xi_{i_1 i_2},$$

где  $\rho_{x i_1 i_2} = \tilde{\rho}_{x i_1 i_2} + \rho_{0x}$  – СП корреляционных параметров по строкам изображения;  $\rho_{y i_1 i_2} = \tilde{\rho}_{y i_1 i_2} + \rho_{0y}$  – СП по столбцам;  $\rho_{0x}$  и  $\rho_{0y}$  – средние значения коэффициентов связи.

Базовые СП коэффициентов корреляции определяются по формулам:

$$\tilde{\rho}_{x i_1 i_2} = r_{1x} \tilde{\rho}_{x i_1-1, i_2} + r_{2x} \tilde{\rho}_{x i_1, i_2-1} - r_{1x} r_{2x} \tilde{\rho}_{x i_1-1, i_2-1} + \zeta_{x i_1 i_2},$$

$$\tilde{\rho}_{y i_1 i_2} = r_{1y} \tilde{\rho}_{y i_1-1, i_2} + r_{2y} \tilde{\rho}_{y i_1, i_2-1} - r_{1y} r_{2y} \tilde{\rho}_{y i_1-1, i_2-1} + \zeta_{y i_1 i_2},$$

где  $r_{1x}, r_{2x}, r_{1y}, r_{2y}$  – постоянные коэффициенты корреляции;  $\{\zeta_{x i_1 i_2}\}$  и  $\{\zeta_{y i_1 i_2}\}$  – независимые гауссовские СВ с  $M\{\zeta_{x i_1 i_2}^2\} = \sigma_{\rho x}^2 = \sigma_{\rho x}^2 (1 - r_{1x}^2)(1 - r_{2x}^2)$ ;  $M\{\zeta_{y i_1 i_2}^2\} = \sigma_{\rho y}^2 = \sigma_{\rho y}^2 (1 - r_{1y}^2)(1 - r_{2y}^2)$ ;  $\sigma_{\rho x}^2$  и  $\sigma_{\rho y}^2$  – дисперсии базовых СП корреляционных параметров.

В случаях достаточно больших размеров изображения целесообразно для фильтрации воспользоваться векторным (построчным) нелинейным фильтром Калмана, чтобы сократить вычислительные затраты. В таком случае объединим элементы строки изображения в вектор  $\bar{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})^T$ . Тогда модель изображения может быть переписана в виде

$$\bar{x}_i = \text{diag}(\bar{\rho}_{xi})\bar{x}_{i-1} + v(\bar{\rho}_{xi}, \bar{\rho}_{yi})\bar{\xi}_i, \bar{\rho}_{xi} = r_{1x}\bar{\rho}_{x(i-1)} + v_{\rho x}\bar{\xi}_{xi}, \bar{\rho}_{yi} = r_{1y}\bar{\rho}_{y(i-1)} + v_{\rho y}\bar{\xi}_{yi},$$

где  $\text{diag}(\bar{\rho}_{xi})$  – диагональная матрица с элементами  $\bar{\rho}_{xi}$  диагонали.

При этом процесс построчного оценивания может быть записан следующим образом:

$$\hat{x}_{pi} = \hat{x}_{эpi} + P_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial \bar{x}_{pi}} V_n^{-1} (\bar{z}_i - \hat{x}_{эpi}).$$

Использование этого алгоритма возможно при условии, когда точно известны характеристики информационного СП, т.е. коэффициенты  $r_{1x}$ ,  $r_{2x}$ ,  $r_{1y}$ ,  $r_{2y}$ , а также  $\rho_{0x}$ ,  $\rho_{0y}$  и  $\sigma_{\rho x}^2$ ,  $\sigma_{\rho y}^2$ ,  $\sigma_x^2$ . В противном случае необходима предварительная оценка этих параметров.

Найденные в ходе фильтрации значения  $P_i$  можно использовать при приближенной оценке эффективности алгоритмов обнаружения. Точную оценку будем производить с помощью статистического моделирования. Для этого выполним имитацию ДСМ с разными параметрами и произведем последующую фильтрацию и обнаружение протяженного сигнала размером четыре элемента.

Для получения результатов было проведено статистическое моделирование при 500 повторений процедур фильтрации/обнаружения сигнала. Среднее значение коэффициента корреляции было выбрано  $\rho_0 = 0.9$ ; дисперсия случайного процесса изменения коэффициента корреляции  $\sigma_\rho^2 = 0.0036$ ; дисперсия фоновоего случайного процесса  $\sigma_x^2 = 1$ ; дисперсия шума  $\sigma_n^2 = 1$ .

На рис.5.13 представлены зависимости эффективности обнаружения сигнала от уровня сигнала при различных параметрах  $r$  (сплошные линии – для ДСМ, пунктирные – для АР, крестами

и треугольниками обозначены экспериментальные результаты для ДСМ и АР модели соответственно).

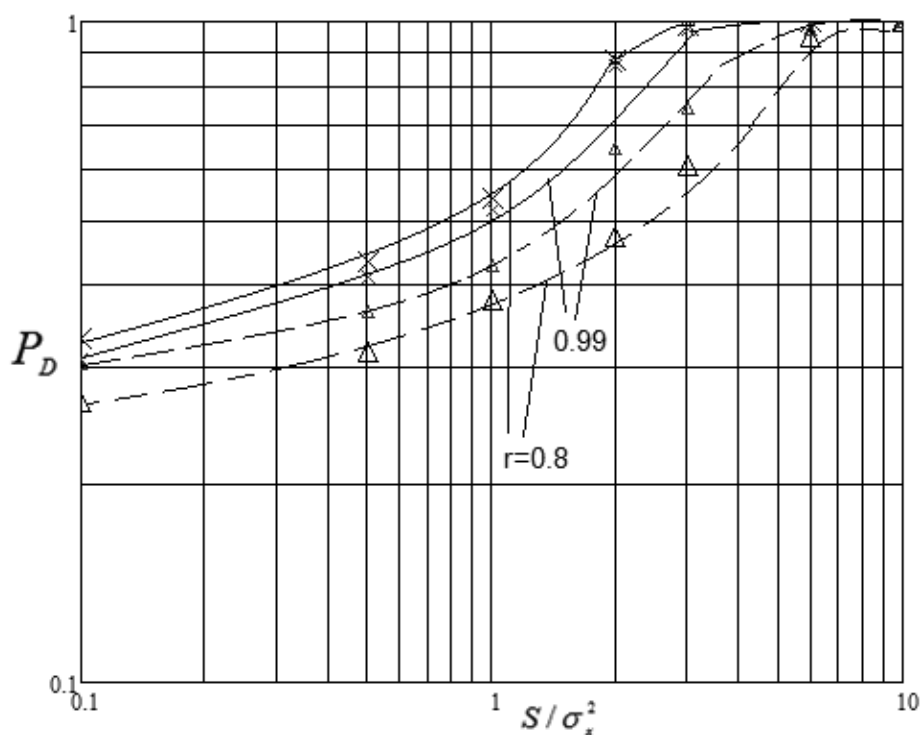


Рис. 5.13. Вероятность правильного обнаружения в зависимости от отношения сигнал/шум

Анализ кривых показывает, что использование ДСМ в приводит к выигрышу по уровню сигнала. Это объясняется тем, что нелинейный фильтр позволяет оценивать процесс изменения параметров модели. Однако при увеличении параметра  $r$  внутренней АР модели и его приближении к единице эффективность обнаружения на фоне помехи ДСМ уменьшается. Это объясняется тем, что при  $r \rightarrow 1$  ДСМ совпадает с АР моделью.

В частности, для значения  $r = 0.3$  получаем средний выигрыш при использовании дважды стохастической модели, равный 24%; при  $r = 0.8$  выигрыш уменьшается до 22%, а при  $r = 0.99$  составляет 13%. Интересно, что даже при очень близких к единице значениях  $r$  эффективность

обнаружения сигналов заметно выше в случае использования дважды стохастических моделей.

Следует также отметить, что для исследуемой протяженности сигнала ( $l=4$ ) эффективность обнаружения при низких уровнях сигнала ( $S < 2$ ) в среднем в 2-4 раза выше, чем в случае обнаружения точечного сигнала. При этом с увеличением сигнала относительный выигрыш уменьшается, и при  $S > 3$  отношение вероятности правильного обнаружения протяженного сигнала к вероятности правильного обнаружения точечного сигнала на уровне 0,5 составляет уже 1.1-1.5.

Были построены зависимости вероятности правильного обнаружения протяженного сигнала от уровня сигнала при различных вероятностях ложной тревоги. При этом размер изображения  $50 \times 50$ , размер сигнала  $2 \times 2$ , внутренние коэффициенты корреляции  $r_{1x} = r_{1y} = r_{2x} = r_{2y} = 0.9$ , дисперсии базовых СП  $\sigma_{\rho x}^2 = 0.0025$  и  $\sigma_{\rho y}^2 = 0.0016$ , среднее значение коэффициентов корреляции по строке и по столбцу  $\rho_{0x} = \rho_{0y} = 0.9$ . По величине вероятности правильного обнаружения алгоритм с ДСМ имеет выигрыш (10-30%) по сравнению с алгоритмом для АР моделей.

На рисунке 5.14 приведены два возможных исхода обнаружения аномалии: верное обнаружение (а) и пропуск цели (б).

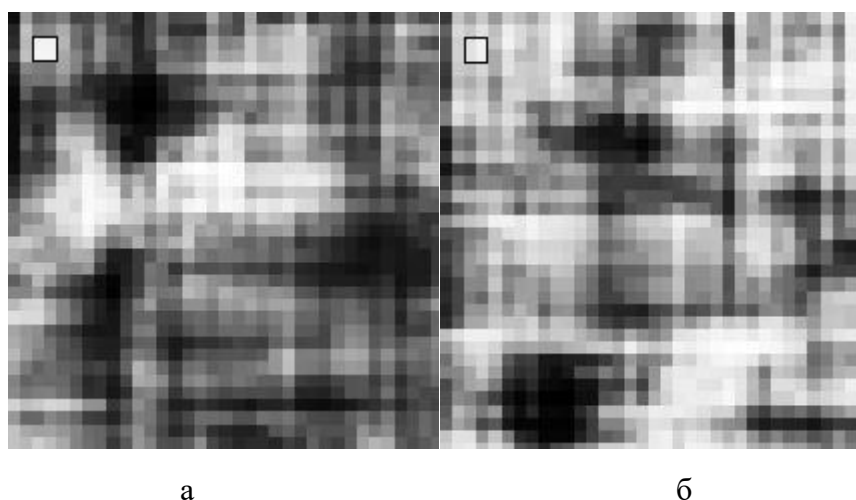


Рис. 5.14. Примеры корректного обнаружения сигналов (а) и пропуска цели (б)

Зависимость вероятности обнаружения при  $q=1$  от среднего коэффициента корреляции с учетом того, что базовые СП одинаковы для корреляции по строке и по столбцу, показана на рис.5.15.

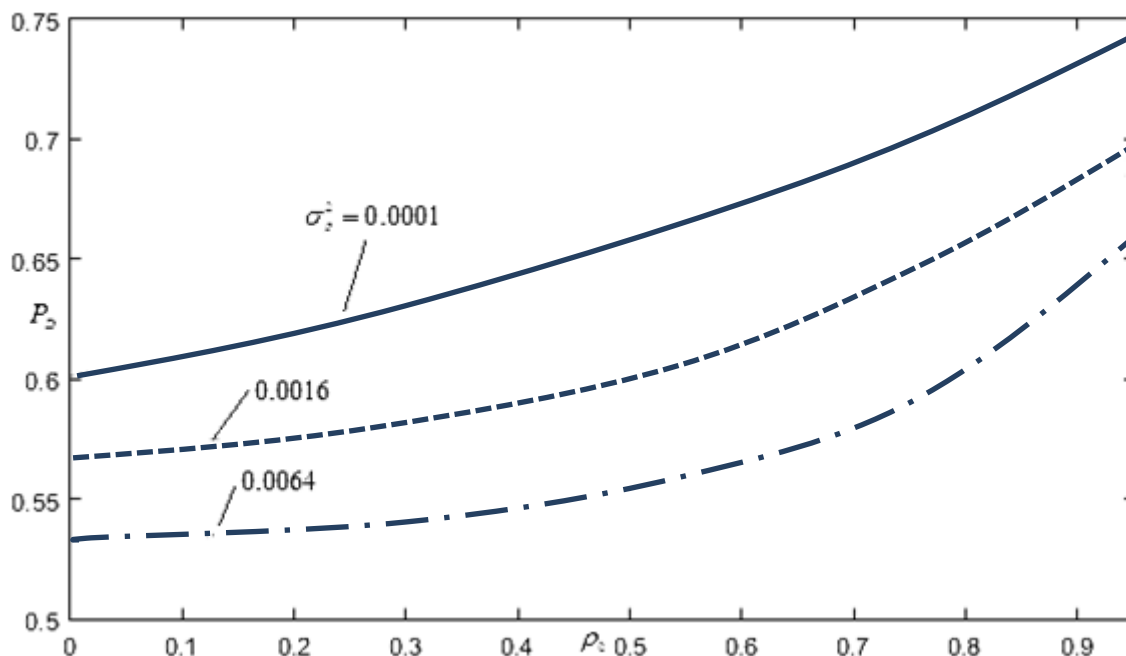


Рис. 5.15. Зависимость вероятности обнаружения от коэффициента корреляции

Анализ графиков рис.5.15 показывает, что более коррелированные СП обеспечивают лучшее обнаружение сигналов. Кроме того, из полученного семейства кривых также следует, что увеличение «гладкости» поля за счет уменьшения дисперсии базовых СП приводит к увеличению вероятности правильного обнаружения. При этом формируемое СП стремится кАР СП.

Проведем сравнение обнаружителей на базе ДСМ и на базе АР модели при поиске аномалий на реальных изображениях. На рис.5.16 показаны примеры изображений с сигналами, расположенными на разных участках изображений, а также приведены вероятности правильного обнаружения, полученные с использованием алгоритма на базе ДСМ (слева) и алгоритма на базе АР моделей(сверху).



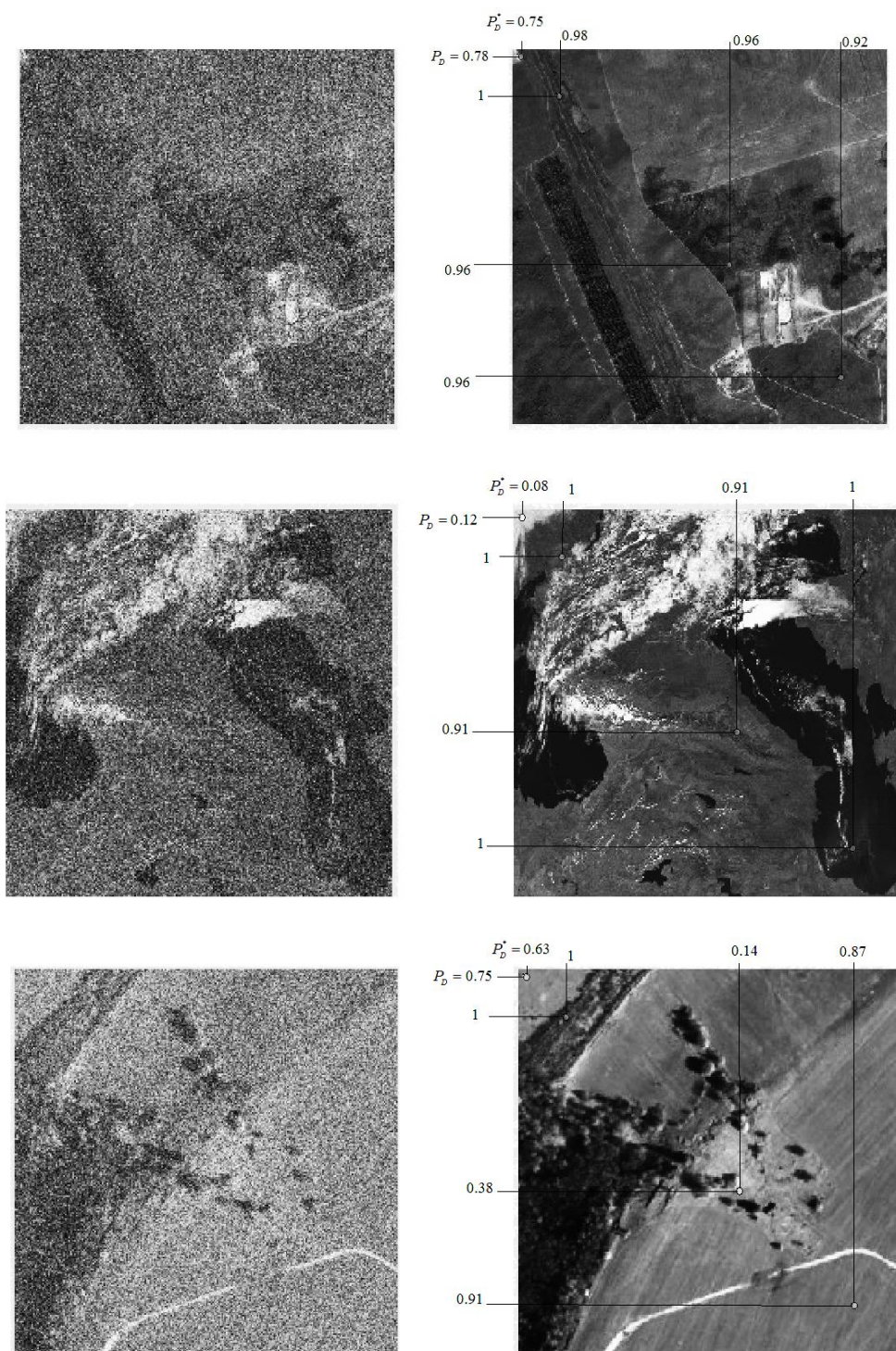


Рис. 5.16. Зашумленные(слева) и исходные изображения (справа)

Анализ вероятностей правильного обнаружения на рис.5.16 показывает, что алгоритм на базе ДСМ не уступает алгоритму на базе АР модели, а в некоторых случаях обеспечивает лучшее обнаружение. При уменьшении уровня сигнала вероятность правильного обнаружения

падает, причем для некоторых позиций значительно. Близкие значения вероятностей обнаружения для двух алгоритмов объясняются тем, что сигналы имеют небольшие размеры, и поэтому их окрестности в сопоставимых размерах близки к однородным.

## **Выводы**

Синтез обнаружителей аномалий (локальных неоднородностей) с произвольной (но известной) формой на фоне мешающего многозонального изображения приводит к нескольким эквивалентным формам записи решающего правила. Предложено несколько семейств квазиоптимальных процедур обнаружения протяженных аномалий на многозональных изображениях. Сравнительный анализ эффективности показал значительно лучшие характеристики обнаружения для алгоритмов, основанных на ДСМ многомерных изображений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрены известные подходы к формированию и описанию многозональных изображений. Показано, что известные математические модели либо отличаются значительными трудностями, возникающими при их практической реализации, либо приводят к значительным ошибкам описания реального спутникового материала. Эти ошибки обусловлены некоторыми особенностями известных моделей, в частности анизотропностью ковариационной функции и однородностью порождаемого случайного поля. Для преодоления этих проблем в работе рассматриваются авторегрессионные модели с кратными корнями характеристический уравнений, позволяющие формировать многомерные изображения с квазиизотропной ковариационной функцией, и дважды стохастические модели, дающие возможность имитации неоднородных изображений. В работе показано, что предложенные модели близки реальному спутниковому по вероятностным и корреляционным свойствам и позволяют формировать на своей основе разнообразные алгоритмы обработки.

Также в работе предложены алгоритмы обработки пространственно неоднородных спутниковых многозональных изображений. В частности выполнен синтез нелинейного рекуррентного фильтра, позволяющего производить обработку многомерных сигналов, а также синтезированы обнаружители аномалий (локальных неоднородностей) с произвольной (но известной) формой на фоне мешающего многозонального изображения.. Предложено несколько семейств квазиоптимальных алгоритмов обнаружения протяженных аномалий на многозональных изображениях. Получены аналитические соотношения и представлены результаты расчетов характеристик обнаружения протяженных и точечных аномалий с известными и неизвестными параметрами

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абушенко, Н.А. Анализ эффективности спутниковых методов обнаружения лесных пожаров / Н.А.Абушенко,Д.А. Алтынцев, С.М. Семенов //Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: труды 2-й открытой Всероссийской конф., 2004. –С. 79-85.
2. Аникин, И.В. Методы нечеткой обработки, распознавания и анализа предметов / И.В. Аникин, М.Р. Шагиахметов // Распознавание образов и анализ сцен: труды 5-й межд. конф. – С.-Петербург, 2002. – Т.1. – С. 16-20.
3. Асмус, В.В. Параллельные вычисления в обработке данных дистанционного зондирования земли /В.В. Асмус, А.А. Бучиев, В.П. Пяткин //Цифровая обработка сигналов и ее применение: труды 8-й межд. науч.-тех. конф. – Москва, 2006. – Т.2. – С. 467-471.
4. Ахметшин, А.М., Федоренко А.Е. Применение теории марковских случайных полей для сегментации мультиспектральных изображений земной поверхности. <http://gis.nmu.org.ua/lit/doc2.doc>(дата обращения: 20.02.2016)
5. Бакут, П. А. Теория обнаружения сигналов / П.А. Бакут. – М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.
6. Бакут, П.А. Сегментация изображений: Методы выделения границ областей / П.А. Бакут, Г.С. Колмогоров // Зарубежная радиоэлектроника. – 1987.– №10.– С. 16-23.
7. БалакришнанА.В. Теория фильтрации Калмана/ А.В.Балакришнан. – М.: Мир, 1988.–168 с.
8. Барталев, С.А. Исследование возможностей оценки состояния поврежденных пожарами лесов по данным многоспектральных спутниковых измерений/ Барталев С.А.и др. // Современные проблемы

дистанционного зондирования Земли из космоса.—2010. —Т.7, №3. — С.215-225.

9. Барталев, С.А. Оценка площади пожаров на основе комплексирования спутниковых данных различного пространственного разрешения MODIS и Landsat-TM/ETM+/ Барталев С.А.и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.— 2012. Т.9, №2. — С.9-26.

10. Барталев С.А. Спутниковое картографирование растительного покрова России по данным спектрорадиометра MODIS/ Барталев С.А.и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.— 2011.— Т.8, №4. — С.285-302.

11. Бейтмен, Г. Таблицы интегральных преобразований / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. — М. : Наука, 1989. — Т.1. — 343 с.

12. Белецкий, Ю.С. Методы и алгоритмы контрастного обнаружения сигналов на фоне помех с априори неизвестными характеристиками /Ю.С. Белецкий.— М.: Радиотехника, 2011. — 436 с.

13. Белова, Е.И. Предварительная обработка временных серий изображений Landsat-TM/ETM+ при создании безоблачных композитных изображений местности / Е.И. Белова, Д.В. Ершов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. — 2011.— Т.8, №1. — С.73-82.

14. Бендат, Д., Прикладной анализ случайных данных / Д. Бендат, А. Пирсол. — М.: Мир, 1989. — 540 с.

15. Бокс, Д. Анализ временных рядов / Д. Бокс, Г. Дженкинс, пер. с англ. под ред. В.Ф. Писаренко. — М.: Мир, 1974, кн. 1. — 406 с.

16. Болгов, А.Н. Мультиагентный подход в реконструкции текстуры на изображении / А.Н. Болгов// Вестник Сибирского государственного

аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева.— 2014.— Вып. 5 (57). — С.44-50.

17. Бондур, В. Г. Моделирование многоспектральных аэрокосмических изображений динамических полей яркости / В. Г. Бондур, Н. И Аржененко, В. Н. Линник, И. Л. Титова // Исследование Земли из космоса.— 2003.—№ 2.— С. 3-17.

18. Брокштейн, И. М. Обнаружение и локализация малоразмерных объектов на неоднородном фоне/ И.М. Брокштейн, С.Н. Мерзляков, Н.Р. Попова // Цифровая оптика. Обработка изображений и полей в экспериментальных исследованиях. Москва. —1996.—№3. — С. 67-72.

19. Бронников, А.В. Комбинированные алгоритмы нелинейной фильтрации зашумленных сигналов и изображений /А.В.Бронников, Ю.Б Воскобойников // Автометрия.— 1990.— №1. — С. 21-26.

20. Бруни, И.Е. Проблемы создания региональных геоинформационных комплексов и опыт решения прикладных задач на основе аэрокосмической информации /И.Е.Бруни, В.Ю.Вознесенский, А.Ю.Воробьев; под ред. В. В. Лебедева. — М.: Наука, 2002. — 239 с.

21. Буряк, Д.Ю. Модели представления решающих процедур и их использование в генетическом алгоритме для поиска оптимальных процедур анализа изображений / Д.Ю. Буряк, Ю.В. Визильтер// Методы и средства обработки информации: труды 1-й Всероссийской науч. конф. — М.: МГУ, 2003. —С.317-323.

22. Буряк, Д.Ю. Автоматизированное конструирование близких к оптимальным процедур идентификации и обнаружения объектов на изображении с использованием генетических алгоритмов/ Д. Ю. Буряк, Ю. В. Визильтер// Материалы 12-йМеждународ. конф. по КГ и МЗ Графикон. — Нижний Новгород, 2002.— С.17-20.

23. Бычков, Д.М. Изучение проявлений подтоплений и предвестников самовозгораний на осушенных почвах активными и пассивными методами / Д.М. Бычков и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2013. – Т.10, №2. – С.105-114.
24. Вайнштейн, Л. А. Выделение сигналов на фоне случайных полей / Л. А. Вайнштейн, В. Д. Зубаков. – М. : Сов.радио,1960. – 448 с.
25. Васильев, К. К. Алгоритмы обнаружения и оценивания параметров сигнала на многомерных сетках / К. К. Васильев, Д. Н. Кадеев // Статистические методы обработки сигналов. – Новосибирск: НЭТИ, 1991. – С. 60-59.
26. Васильев, К. К. Методы фильтрации многомерных случайных полей / К. К.Васильев, В.Р.Крашенинников.– Саратов: СГУ , 1990.–124 с.
27. Васильев, К. К. Прием сигналов при мультипликативных помехах/К.К. Васильев. – Саратов: СГУ, 1983. –128 с.
28. Васильев, К. К.Прикладная теория случайных процессов и полей / под ред. К. К.Васильева, В.А. Омельченко.– Ульяновск: УГТУ, 1995.–255 с.
29. Васильев, К.К. Статистический анализ изображений / К.К. Васильев, В.Р. Крашенинников. – Ульяновск:УГТУ, 2014. – 214 с.
30. Васильев, К.К. Статистический анализ многомерных изображений / К.К. Васильев, В.Р. Крашенинников. – Ульяновск:УГТУ, 2007. – 170 с.
31. Васильев, К.К. Алгоритмы обработки многозональных изображений/ К.К.Васильев, В.Е.Дементьев // Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем: труды 4-й Всероссийской науч.-практ. конф. – Ульяновск, 2004.–С.14-17.
32. Васильев, К.К. Алгоритмы оптимального обнаружения сигналов с неизвестными уровнями на многозональных изображениях / К.К.Васильев,

В.Е.Дементьев // Цифровая обработка сигналов и ее применение: труды 8-й международ. науч.-техн. конф.–М., 2006. –Т.2. - С. 433-436.

33. Васильев, К.К. Статистический анализ последовательностей многомерных изображений / К.К.Васильев, В.Р.Крашенинников, А.Г.Ташлинский// Научные технологии. – 2013. – Т.14, № 5. – С. 5–11.

34. Васильев, К.К. Методы обработки сигналов: учебное пособие/К.К. Васильев. – Ульяновск: УлГТУ. – 2001. –83 с.

35. Васильев, К.К. Дискретный фильтр Винера/ К.К. Васильев// Вестник Ульяновского государственного технического университета. – 2016.– № 1 (73).– С. 47-53

36. Васильев, К.К. Оптимальная обработка сигналов в дискретном времени / К.К. Васильев.– М. : Радиотехника, 2016. – 288 с.

37. Васильев, К.К. Представление и быстрая обработка многомерных изображений/ К.К.Васильев, В.Р.Крашенинников, И.Н. Сеницын, В.И.Сеницын // Научные технологии. – 2002. – № 3. – С. 4-24.

38. Васильев, К.К. Рекуррентное оценивание случайных полей на многомерных сетках / К.К.Васильев // Методы обработки сигналов и полей. – Саратов: СГУ, 1986. – С. 18-33.

39. Васильев, К.К. Статистические методы обработки многомерных изображений / К.К.Васильев, А.А.Спектор // Методы обработки сигналов и полей. – Ульяновск: УлПИ, 1992. – С. 3-19

40. Васюков, В.Н. Методы анализа и синтеза изображений / В.Н. Васюков, Д.В.Голецких // Автометрия.– 2002.– №2.– С. 58-65.

41. Васюков, В.Н. Новые подходы к решению задач обработки и распознавания изображений / В.Н.Васюков, И.С.Грузман, М.А.Райфельд, А.А.Спектор // Научные технологии.– 2002.–№ 3. – С. 44-51.

42. Гай, В.Е. Формирование тестовых изображений для оценки качества алгоритмов сегментации / В.Е. Гай, С.Н. Борблик // Цифровая обработка



сигналов и ее применение: труды 8 международ. науч.-техн. конф. – М., 2006.– т.2. – С. 356-359.

43. Гимельфарб, Г.Л. Гиббсовские случайные поля как вероятностные модели изображений на нижнем уровне вычислительного зрения/ Г.Л.Гимельфарб, А.В. Залесный // Методы обработки сигналов и полей: сб. науч. тр. – Ульяновск:УлПИ.– 1995. – С. 22-34.

44. Гомозов, О.А. Алгоритмы и технологии обработки информации от КА «Ресурс-ДК» / О.А. Гомозов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2008. – т.5, №1. – С.69-76.

45. Гомозов, О.А. Алгоритмы формирования цифровых моделей рельефа по данным от КА «Ресурс-ДК»/ О.А. Гомозов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2009.– т.6, №1. – С.96-104.

46. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р.Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера. – 2012. – 1072 с.

47. Горный, В.И. Обзор достижений последнего десятилетия в области применения спутниковых методов дистанционного зондирования при геологических и геофизических исследованиях/ В.И. Горный, А.А. Тронин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – т.9, №5. – С.116-132.

48. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. – М. : Наука. – 1971. – 1108 с.

49. Грузман, И. С. Цифровая обработка изображений в информационных системах / И. С. Грузман и др. – Новосибирск:НГТУ. – 2002. – 456 с.

50. Даджион, Д. Цифровая обработка многомерных сигналов / Д. Даджион, Р. Мерсеро. – М. : Мир.– 1988. – 488 с.

51. Дементьев, В.Е. Обнаружение протяженных сигналов на фоне дважды стохастических изображений / К. К. Васильев, В. Е. Дементьев, Н. А. Андриянов // Радиотехника. – 2016. – №9. – С. 23-27.
52. Дистанционное зондирование в метеорологии, океанографии и гидрологии/ Под ред. А. Крэкнелла.– М.: Мир, 1984. – 535 с.
53. Дистанционное зондирование: количественный подход/ Ш.М. Дейвис, Д.А. Ландгребе, Т.Л. Филипс и др. под ред. Ф. Свейна и Ш. Дейвис.– М.: Недра, 1983. – 396 с.
54. Егоров, В.А. Потокотехнология корреляционной географической привязки спутниковых изображений высокого пространственного разрешения / В.А. Егоров и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2010.– Т.7, №4. – С.97-103.
55. Егоров, В.А. Метод радиометрической коррекции искажений отражательных характеристик земного покрова в данных спутниковых измерений, вызванных влиянием рельефа местности / В.А. Егоров, С.А. Барталев// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2016. – Т.13, №5. – С.192-201.
56. Желтов, С.Ю. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения/ С.Ю.Желтов, Ю.В.Визильтер, А.В. Бондаренко и др.– М.:Физматкнига. – 2010. – 689 с.
57. Желтов, С.Ю. Автоматическое выделение на цветных цифровых изображениях лица человека и его характерных черт/ С.Ю. Желтов, Ю.В.Визильтер, М.В.Ососков, И.В.Бекетова, С.Л.Каратеев//Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2005. – №10. – С.2-7.
58. Жирин, В.М. Опыт лесоводственного анализа последствий пожаров по космическим изображениям/ В.М. Жирин и др.// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2013, – Т.10, №3. – С.243-259.

59. Злобин В. К. Стохастическая модель спутниковых изображений и ее использование для сегментации природных объектов / В. К.Злобин, В. В. Еремеев, В. М. Васильев // Автометрия. – 2001. – №2. – С. 13-15
60. Иванов В.С. Основы оптической радиометрии/ В.С. Иванов и др.– М.:Физматлит. – 2003. – 540 с.
61. Исаев, А.С. Особенности организации спутникового мониторинга массового размножения вредных насекомых в лесах Сибири / А.С.Исаев, Д.В.Ершов, Е.А.Лупян, М.Е.Кобельков //Особенности организации спутникового мониторинга. – 2004. – С. 164-174
62. Кашкин, В.Б., Сухинин А.И. Дистанционное зондирование Земли из космоса. Цифровая обработка изображений: учебное пособие / В.Б. Кашкин, А.И. Сухинин. – М.: Логос. – 2001. – 264 с.
63. Киричук, В.С. Обнаружение малоразмерных объектов по последовательностям ТВ-Изображений ИК диапазона / В.С.Киричук, С.В.Парфененок, В.Ю.Ангеров // Распознавание образов и анализ сцен: тр.5-ймеждународ. науч.-техн. конф. –М., 2002, Т.1.– С. 273-278.
64. Козодеров,В.В. Методы оценки состояния почвенно-растительного покрова по данным оптических систем дистанционного аэрокосмического зондирования: учебное пособие /В.В.Козодеров, Т.В. Кондранин.– М.: МФТИ.– 2008.–222 с.
65. Козодеров, В.В. Тематическая обработка многоспектральных и гиперспектральных аэрокосмических изображений: учебное пособие /В.В. Козодеров, Т.В. Кондранин. Е.В. Дмитриев. – М.: МФТИ.– 2013. – 224 с.
66. Колодовникова, Н. В. Обзор текстурных признаков для задач распознавания образов/ Н.В. Колодовникова// Автоматизированные системы обработки информации, управления и проектирования: доклады ТУСУР.– 2004. – С. 113-124.

67. Кондратьев, А.В. Методы обработки цифровой многоспектральной спутниковой информации/ А.В. Кондратьев.– СПб. : РГГМИ. – 1997. – 106 с.
68. Концепция развития Российской космической системы дистанционного зондирования Земли на период до 2025 года, утверждена Федеральным космическим агентством. <http://gisa.ru/file/file766.doc> (дата обращения 01.03.2017)
69. Копылов, В.Н. Использование данных ДЗЗ при решении региональных задач рационального природопользования/ В.Н. Копылов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2009.– Т.6, №1.–С.33-41.
70. Копылов, В.Н. Методические вопросы использования космических снимков для оперативной оценки последствий лесных пожаров / В.Н. Копылов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2007.– Т.4, №1.– С.155-161.
71. Королева, Н.В. Оценка погрешности определения площадей ветровалов по космическим изображениям высокого пространственного разрешения Landsat-TM / Н.В. Королева, Д.В. Ершов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2012.– Т.9, №1.– С.80-86.
72. Кравцов, С.Л. Оценка повреждения ранними весенними заморозками сельскохозяйственных культур на территории Республики Беларусь с использованием данных MODIS /С.Л. Кравцов и др.// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2014.– Т.11, №4.– С.207-216.
73. Кравченко, В.Ф. Нелинейная фильтрация изображений с сохранением малоразмерных деталей в присутствии импульсных и

- мультипликативных помех / В.Ф.Кравченко, В.И.Пономарев // Радиотехника и электроника.– 2001.– № 4.– С. 476-483
74. Крамер, Г. Математические методы статистики / Г. Крамер.– М. : Мир.– 1975. – 648 с
75. Кратович, П.В.Нейросетевая модель прогнозирования временных рядов финансовых данных/ П.В. Кратович// Программные продукты и системы.–2010.– Выпуск 1. – С. 82-83
76. Крашенинников, В. Р. Основы теории обработки изображений: учебное пособие / В.Р. Крашенинников.– Ульяновск :УлГТУ.– 2003. – 150 с.
77. Кронберг, П. Дистанционное изучение Земли: Основы и методы дистанционных исследований в геологии /П.Кронберг, пер. снем. под ред. В.Г. Трифонова. – М.: Мир.– 1988. – 343 с.
78. Курбанов, Э.А. Оценка загрязнений древостоев отходами силикатного производства по снимку RapidEye / Э.А. Курбанови др.//Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2013.– Т.10, №2. – С.88-97.
79. Курбатова, И.Е. Мониторинг трансформации Краснодарского водохранилища с использованием спутниковых данных высокого разрешения / И. Е. Курбатова //Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2014.– т.11, №3. – С.42-53.
80. Курбатова, И.Е. Спутниковый мониторинг экологического каркаса речного бассейна как метод оценки его состояния и возможности восстановления / И.Е. Курбатова//Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2011.– т.8, №3. – С.182-191.

81. Кусимов, С.Т. Моделирование и обработка изображений в оптических системах космического видения/С.Т. Кусимов.– М. : Наука, 1999. – 208 с.
82. Куссуль, Н.Н. Регрессионные модели оценки урожайности сельскохозяйственных культур по данным MODIS / Н.Н. Куссуль и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2012.– т.9, №1. – С.95-107.
83. Кучеренко, К.И. Двумерные медианные фильтры для обработки изображений / К.И. Кучеренко, Е.Ф. Очин // Зарубежная радиоэлектроника.– 1986.–№6.– С. 12-15.
84. Лаверов, Н.П. Методы анализа данных дистанционного зондирования Земли / Н.П. Лаверов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2015.– т.12, №6. – С.145-153.
85. Лаврова, О.Ю. Выявление и распознавание различных типов вод в прибрежной зоне Черного моря и в озерах Крыма на основе анализа гиперспектральных данных/ О.Ю. Лаврова и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2014.– т.11, №1. – С.135-147.
86. Леман, Э. Теория точечного оценивания /Э. Леман. – М. : Наука, 1991. – 448 с.
87. Лепский, А.Е. О нахождении минимального представления контура изображения как решение задачи нечеткой кластеризации. <http://semery.narod.ru/lampai/rus/public.html> (дата обращения:01.03.2017)
88. Лупян, Е.А. Базовые продукты обработки данных дистанционного зондирования Земли / Е.А. Лупян, В.П. Саворский//Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2012.– т.9, №2. – С.87-96.

89. Лурье, И.К. Геоинформационное картографирование. Методы геоинформатики и цифровой обработки космических снимков: учебник для вузов/И.К. Лурье. – М.: КДУ, 2008. – 424 с.
90. Малышева, Н.В. Автоматизированное дешифрирование аэрокосмических изображений лесных насаждений: учебное пособие/ Н.В. Малышева. – М.:Моск. гос. ун-т леса.– 2012. – 154 с.
91. Митягина, М.И. Спутниковый мониторинг нефтяных загрязнений морской поверхности /М.И. Митягина и др.// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2015.– Т.12, №5.– С.130-149.
92. Митягина, М.И. Многолетний комплексный спутниковый мониторинг нефтяных загрязнений поверхности Балтийского и Каспийского морей / М.И. Митягина, О.Ю. Лаврова//Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2012.– т.9, №5.– С.269-288.
93. Михайленко, И.М. Методы обнаружения сорняков, болезней и вредителей растений по данным дистанционного зондирования / И.М. Михайленко, И.В. Воронков// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2016.– т.13, №3. – С.72-83.
94. Музылев, Е.Л. Использование спутниковых данных о характеристиках подстилающей поверхности и снежного покрова при моделировании составляющих водного и теплового балансов обширных территорий сельскохозяйственного назначения/ Е.Л. Музылев и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2012.– т.9, №1. – С.258-268.
95. Нечепуренко, А.А., Смешанная регрессионно-трендовая модель в задаче прогнозирования /А.А. Нечепуренко.–НоваИнфо.–2015.–т.1, №35.– С. 2-6.

96. Новаковский, Б.А. Цифровые модели рельефа реальных и абстрактных геополей / Б.А. Новаковский, С.В. Прасолов, А.И. Прасолова. – М. : Научный мир. – 2003. – 94 с.
97. Павлидис, Т. Алгоритмы машинной графики и обработки изображений / Т. Павлидис. – М.: Радио и связь. – 1986. – 400 с.
98. Повх, В.И. Оценка структуры посевов подсолнечника в Ставропольском крае по данным дистанционного зондирования спектрорадиометра MODIS / В.И. Повх и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2007. – т.4, №2. – С.284-289.
99. Повх, В.И. Оценка условий зимовки зерновых культур по спутниковым данным для территории Ростовской области / В.И. Повх и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2010. – т.7, №3. – С.264-268.
100. Попов, О.В. Разработка и исследование алгоритмов моделирования и оценивания многомерных марковских случайных полей: Дисс. канд. техн. наук / О.В. Попов. – Ульяновск. – 2000. – 152 с.
101. Прэтт, У. Цифровая обработка изображений / У. Прэтт, пер. с англ. под ред. Д. С. Лебедева. – М.: Мир. – 1982. – Кн. 1. – 312 с., Кн. 2. – 480 с.
102. Пяткин, В.П. Непараметрический статистический подход к задаче обнаружения некоторых структур на аэрокосмических изображениях / В.П. Пяткин, Г.И. Сапов // Научно-технические технологии. – 2002. – № 3. – С. 52-58.
103. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М. : Мир. – 1978. – 848 с.
104. Рис, У.Г. Основы дистанционного зондирования / У.Г. Рис. – М.: Техносфера. – 2006. – 336 с.
105. Савин, И.Ю. Прогнозирование урожайности сельскохозяйственных культур на основе спутниковых данных: возможности и перспективы / И.Ю.



Савин и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2010. – т.7, №3. – С.275-285.

106. Савиных, В. П. Аэрокосмическая фотосъемка/ В. П.Савиных, А. С. Кучко, А. Ф. Стеценко. –М.: Картоцентр-Геозидздат. – 1997. – 378 с.

107. Савиных, В.П. Геоинформационный анализ данных дистанционного зондирования / В.П. Савиных, В.Я. Цветков. – М.: Картоцентр–Геозидздат.– 2001. – 225 с.

108. Саломатин, С.Б. Адаптивная фильтрация сложного сигнала на фоне динамической помехи с помощью смежных классов преобразования Фурье/ С.Б. Саломатин, Д.Л. Ходыко // Труды 61 научной сессии, посвященной Дню радио.– 2006. – С. 80-82.

109. Самсонов, А.Н. Квазиоптимальная рекуррентная фильтрация марковского случайного поля / А.Н.Самсонов // Методы обработки сигналов и полей: сб. научн. тр. – Ульяновск: УлПИ. – 1990.–С. 30-36.

110. Сергеев Д.Н. Нейросетевые алгоритмы генерации случайных полей на основе каузальной и некаузальной моделей формирования / Д. Н. Сергеев, А. А. Сирота // Информатика: проблемы, методология, технологии: материалы 7-й междунар. науч.-метод. конф.– Воронеж.– 2007. – С. 14-21

111. Современные технологии обработки данных дистанционного зондирования Земли/ Под ред. В.В. Еремеева. – М.: Физматлит. – 2015. – 460 с.

112. Сойфер, В.А. Методы компьютерной обработки изображений // В.А. Сойфер, В.В. Сергеев и др. – М. :Физматлит. – 2003. – 784 с.

113. Сонюшкин, А.В. Создание ортофотопланов по данным с отечественного космического аппарата Канопус-В/ А.В. Сонюшкин, М.В. Зимин //Исследование Земли из космоса. – 2015. – Т.12, №1. – С.74-83.

114. Сочилова, Е.Н. Анализ возможности определения запасов древесных пород по спутниковым данным Landsat ETM / Е.Н. Сочилова, Д.В. Ершов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – т.9. – №3. – С.277-282.
115. Ташлинский, А.Г. Оценивание параметров пространственных деформаций последовательностей изображений / А.Г. Ташлинский. – Ульяновск: УлГТУ. – 2000. – 132 с.
116. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь. – 1981. – 416 с.
117. Терехов, А.Г. Принципы агроландшафтного районирования пахотных земель Северного Казахстана по данным LANDSAT и MODIS/А.Г. Терехов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2010. – Т.7, №3. – С.292-304.
118. Токарева, О.С. Обработка и интерпретация данных дистанционного зондирования Земли: учебное пособие / О.С. Токарева. – Томск: Томский политехн. ун-т. – 2010. – 148 с.
119. Тронин, А.А. Временные ряды спутниковых данных для прогноза вспышек саранчовых в Западной Сибири и Казахстане / А.А.Тронин// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2007. – Т.4, №2. – С.390-394.
120. Тронин, А.А. Спутниковые методы изучения землетрясений / А.А. Тронин// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т.8, №4. – С.335-343.
121. Тронин, А.А. Спектральные методы дистанционного зондирования в геологии. Обзор. /А.А. Тронин и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т.8, №4. – С.23-36.

122. Тронин, А.А. Мониторинг шлейфов городских очистных сооружений Санкт-Петербурга аэрокосмической тепловой съёмкой / А.А. Тронин, Б.В. Шилин// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2008. – т.5, №2. – С.586-594.
123. Хабиби А. Двумерная байесовская оценка изображений /А. Хабиби. – ТИИЭР. – 1972. – Т. 60, № 7. – С. 153-159
124. Цифровая обработка изображений. Материалы учебного курса кафедры технической физики Сибирского Государственного Аэрокосмического Университета.<http://ktf.krk.ru/courses/> (дата обращения:01.03.2017 г.)
125. Цыбанов, А.Г. Исследование тонкой структуры гиперспектральной космической информации отдельных объектов техносферы и природной среды / А.Г. Цыбанов// Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса.– 2014.– Т.11, №4. – С.257-264.
126. Чабан, Л.Н. Автоматизированная обработка аэрокосмической информации при картографировании геопространственных данных: учебное пособие/ Л.Н. Чабан. – М. :МИИГАиК. – 2013. – 104 с.
127. Чандра, А.М. Дистанционное зондирование и географические информационные системы/А.М. Чандра, С.К. Гош, пер. с англ. А.В. Кирюшина. – М.: Техносфера. – 2008. – 312 с.
128. Шалыгин, А.С. Прикладные методы статистического моделирования /А.С. Шалыгин, Ю.А. Палагин. – Л.: Машиностроение. – 1986.– 320 с.
129. Шахтарин, Б.И. Обнаружение сигналов: учебное пособие для вузов/ Б.И. Шахтарин. – М.: Горячая линия-Телеком.– 2014. – 526 с.
130. Шовенгердт Р.А. Дистанционное зондирование. Методы модели обработки изображений / Р.А. Шовенгердт Р.А.– М.: Техносфера. – 2013. – 560 с.

131. Adams, J.B., Smith M.O., Gillespie A.R. Imaging spectroscopy: interpretation based on spectral mixture analysis // Remote Geochemical Analysis, Topics in Remote Sensing 4. – Cambridge University Press. – 1993. – P.145-166.
132. Amjad, Hajjar, Tom Chen, A VLSI architecture for real-time edge linking. // IEEE Transaction on pattern analysis and machine intelligence, Vol. 21, № 1, 1999, p.89-94.
133. Anderson, J.R., et.al. A Land Use and Land Cover Classification System for Use with Remote Sensor Data // Geological Survey Professional Paper 964. – 1976. – 34 p.
134. Andrews, H.C., Hunt B.R. Digital Image Restoration. – Prentice-Hall, 1977. – 238 p.
135. Aplin, P. Remote sensing: land cover // Progress in Physical Geography. – 2004. – Vol.28, No.2. – P.283-293.
136. Arai, K. A supervised Thematic Mapper classification with a purification of training samples // International Journal of Remote Sensing. – 1992. – 13(11): 2039-2049.
137. Argialas, D., Harlow C. Computational Image Interpretation Models: An Overview and a Perspective // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – June 1990. – Vol.56, No.6. – P.871-886.
138. Asanuma, I., Muneyama K., Sasaki Y., et al. Satellite thermal observation of oil slicks on the Persian Gulf // Remote Sensing of Environment. – 1986. – Vol.19. – P.171-186.
139. Avery, T.E., Berlin G.L. Fundamentals of Remote Sensing and Airphoto Interpretation. – 4th edition. – Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1992.

140. Bajorski, P., Non-Gaussian Linear Mixing Models for Hyperspectral Images // Hindawi Publishing Corporation Journal of Electrical and Computer Engineering, Volume 2012, Article ID 818175, 8 p.
141. Bastarrika, A., et.al. Mapping burned areas from Landsat TM/ETM+ data with a two-phase algorithm: Balancing omission and commission errors // Remote Sensing of Environment 115 (2011) 1003-1012.
142. Benediktsson, J.A., Swain P.H. Consensus theoretic classification methods // IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics. – 1992. – Vol.22, No.4. – P.688-704.
143. Benjamin, S., Gaydos L. Spatial resolution requirements for automated cartographic road extraction // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – 1990. – Vol.56, No.1. – P.93-100.
144. Bindschadler, R., Choi H. Characterizing and correcting Hyperion detectors using ice-sheet images // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – June 2003. – Vol.41, No.6. – P.1189-1193.
145. Bolstad, P.V., Lillesand T.M. Rapid maximum likelihood classification // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – Jan 1991. - Vol.57, No.1. – P.67-74.
146. Brekke, C., Solberg A.H.S. Oil spill detection by satellite remote sensing // Remote Sensing of Environment. – 2005. – Vol.95. – P.1-13.
147. Brown, L.G. A Survey of Image Registration Techniques // ACM Computing Surveys. – Dec. 1992. – Vol.24, No.4. – P.325-376.
148. Buchheim, M.P., Lillesand T.M. Semi-automated training field extraction and analysis for efficient digital image classification // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – 1989. – Vol.55, No.9. – P.1347-1355.
149. Campbell, J.B. Introduction to Remote Sensing. Third edition. – CRC Press, 2002. – 621 p.

150. Canty, M.J., et.al. Automatic radiometric normalization of multitemporal satellite imagery // Remote Sensing of Environment. – 2004. – Vol.91(3-4). – P.441-451.
151. Canty, M.J., Nielsen A.A. Automatic radiometric normalization of multitemporal satellite imagery with the iteratively re-weighted MAD transformation // Remote Sensing of Environment. – 2008. – Vol.112. – P.1025-1036.
152. Carleer, A.P., et.al. Assessment of Very High Spatial Resolution Satellite Image Segmentations // Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. - Nov. 2005. – Vol.71, No.11. – P.1285-1294.
153. Centeno, J.A.S., Haertel V. An adaptive image enhancement algorithm // Pattern Recognition. – 1997. – Vol.30. - P.1183-1189.
154. Clark, R.N., Gallagher, A.J., Swayze, G.A. Material absorption band depth mapping of imaging spectrometer data using the complete band shape least squares algorithm simultaneously fit to multiple spectral features from multiple aterials // Proceedings of the Third Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS) Workshop, 1990. – P.176-186.
155. Clément, V., Giraudon G., Houzelle S., Sandakly F. Interpretation of Remotely Sensed Images in a Context of Multisensor Fusion Using a Multispecialist Architecture // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – July 1993. – Vol.31, No.4. – P.779-791.
156. Cleve, C., et.al. Classification of the wildland-urban interface: A comparison of pixel- and object-based classifications using high-resolution aerial photography // Computers, Environment and Urban Systems 32 (2008), pp. 317-326.
157. Dikshit, S.S. A Recursive Kalman Window Approach to Image Restoration // IEEE Trans., 1984, Vol. com – 32, Jan., pp. 125-139.

158. Djamdj, J.P., Bijaoui A., Manihre R. Geometrical Registration of Images: The Multiresolution Approach // Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. – 1993. - 59(5): 645-653.
159. Domínguez, E., Lage-Castellanos A., Mulet R. Random field Ising model in two dimensions: Bethe approximation, cluster variational method and message passing algorithms // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment Volume 2015, July 2015.,pp. 117-125.
160. Filiberti, D.P., Schowengerdt R.A. Improving Multisource Image Fusion Using Thematic Content // Proceedings of the SPIE. – 2004. – Vol.5438. – P.111-119.
161. Fonseca, L.M.G., Manjunath B.S. Registration Techniques for Multisensor Remotely Sensed Imagery // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – Sept. 1996. – Vol.62, No.9. – P.1049-1056.
162. Franklin, S.E., et.al. Using Spatial Co-Occurrence Texture to Increase Forest Structure and Species Composition Classification Accuracy // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – July 2001. – Vol.67, No.7. – P.849-855.
163. Gao, B.C. An operational method for estimating signal to noise ratios from data acquired with imaging spectrometers // Remote Sensing of Environment. – 1993. – Vol.43. – P.23-33.
164. Giglio, L., Schroeder W., Justice C.O. The collection 6 MODIS active fire detection algorithm and fire products // Remote Sensing of Environment. – 2016. – Vol.178. – P.31-41.
165. Gillespie, T.W., et.al. Assessment and prediction of natural hazards from satellite imagery // Progress in Physical Geography. – 2007. – Vol.31, No.5. – P.459-470.

166. Goetz, A. Three decades of hyperspectral remote sensing of the Earth: A personal view // Remote Sensing of Environment. – 2009. – Vol.113, Imaging Spectroscopy Special Issue. – P.5-16.
167. Goetz, A.F.H., Vane G., Solomon J.E., Rock B.N. Imaging spectrometry for earth remote sensing // Science (1985) 228, pp. 1147-1153.
168. Goovaerts, P., et.al. Geostatistical and local cluster analysis of high resolution hyperspectral imagery for detection of anomalies // Remote Sensing of Environment 95 (2005) pp. 351-367.
169. Hammersley, J.M., Clifford P. Markov random fields in statistics. Unpublished paper, 1971, P. 21.
170. Hayes, D.J., et.al. Estimating proportional change in forest cover as a continuous variable from multi-year MODIS data // Remote Sensing of Environment – 2008. – Vol.112. – P.735-749.
171. Hirano, A., et.al. Mapping from ASTER stereo image data: DEM validation and accuracy assessment // ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing 57 (2003) 356-370.
172. <http://www.scanex.ru/> (дата обращения: 20.02.2016)
173. [https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite\\_imagery](https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite_imagery) (дата обращения: 6.02.2017)
174. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Landsat> (дата обращения: 6.02.2017)
175. <https://ru.wikipedia.org/wiki/LandSat-8> (дата обращения: 6.02.2017)
176. Ising, E. Beitrag zur Theorie des Ferro- und Paramagnetismus. Hamburg, 1924.
177. Jensen, J.R. Introductory Digital Image Processing. A Remote Sensing Perspective. Third edition. – Prentice-Hall, 2004. – 544 p.
178. Jensen, J.R. Remote Sensing and Image Analysis <http://www.ida.liu.se/~746A27/Literature/Remote%20Sensing%20and%20Image%20Analysis.pdf> (дата обращения: 27.03.2017)



179. Johnson, B.A., et.al. A hybrid pansharpening approach and multiscale object-based image analysis for mapping diseased pine and oak trees // International Journal of Remote Sensing. – 2013. – Vol.34, No.20. – P.6969-6982.
180. Joyce, K.E., et.al. A review of the status of satellite remote sensing and image processing techniques for mapping natural hazards and disasters // Progress in Physical Geography. – 2009. – Vol.33, No.2. – P.183-207.
181. Kirichuk, V., Parfenenok S., Algorithm of small-size objects detection in sequences of images with projective distortions, Conference proceeding PRIA-7-2004, Volume 2, P. 268-272.
182. Landgrebe, D.A. Signal Theory Methods in Multispectral Remote Sensing. – Wiley, 2003. – 528 p.
183. Lei, Zheng, J.C.Liu, A.K.Chan, W. Smith. Object – based image segmentation using DWT/RDWT multiresolution Markov random field. Texas:DepartamentofElectricalEngeneering, 2001
184. Leifer, I., et.al. State of the art satellite and airborne marine oil spill remote sensing: Application to the BP Deepwater Horizon oil spill // Remote Sensing of Environment 124 (2012) 185-209.
185. Lillesand, T.M., Kiefer R.W., Chipman J.W. Remote sensing and image interpretation. – Wiley, 2004. – 763 p.
186. Lu, D., et.al. Land Cover Classification in a Complex Urban-Rural Landscape with QuickBird Imagery // Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. – Oct. 2010. - Vol.76, No.10. – P.1159-1168.
187. Ma, W. Y. and B. S. Manjunath, Edge Flow: A Framework of Boundary Detection and Image Segmentation. IEEE Int. Conf. OnComputerVisionandPatternRecognition, 1997.
188. Milanfar, P., A tour of modern image filtering // IEEE Signal Processing Magazine, January 2013, p. 106-128.

189. Morisette, J.T., et.al. Validation of MODIS Active Fire Detection Products Derived from Two Algorithms // Earth Interactions. – 2005. – Vol.9. Paper No.9. – 25 p.
190. Myneni,R.B., et.al. Global products of vegetation leaf area and fraction absorbed PAR from year one of MODIS data // Remote Sensing of Environment – 2002. – Vol.83. – P.214-231.
191. Pal, N. R., Pal S.K. A review on image segmentation techniques // Pattern Recognition. – 1993. – 26(9). – P.1274-1294.
192. Pettorelli, N., et.al. Satellite remote sensing for applied ecologists: opportunities and challenges // Journal of Applied Ecology. – 2014. – Vol.51. – P.839-848.
193. Picard, R.W., Pentland A.P., Temperature and Gibbs Image Modeling, M.I.T. Media Laboratory Perceptual Computing Section Technical Report №254. 16 p.
194. Rast, M., Hook S.J., Elvidge C.D., Alley R.E. An evaluation of techniques for the extraction of mineral absorption features from high spectral resolution remote sensing data // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing (1991) 57, P.1303-1309.
195. Richards, J.A., Jia X. Remote Sensing Digital Image Analysis: An Introduction. Fourth edition. – Springer-Verlag, 2006. – 440 p.
196. Richter, R. A spatially adaptive fast atmospheric correction algorithm // International Journal of Remote Sensing. – 1996. – 17(6): 1201-1214.
197. Rojas, F., Schowengerdt R.A., Biggar S. Modulation transfer analysis for the moderate resolution imaging spectroradiometer (MODIS-AM) // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. – 2002. – Vol.4483. – P.222-230.

198. Roy, D.P., et.al. A general method to normalize Landsat reflectance data to nadir BRDF adjusted reflectance // Remote Sensing of Environment. – 2016. – Vol.176. – P.255-271.
199. Soimart, L., Ketcham M. An Efficient Algorithm for Earth Surface Interpretation from Satellite Imagery // Engineering Journal. – 2016. – Vol.20, No.5. – P.215-228.
200. Song, C. Estimating tree crown size with spatial information of high resolution optical remotely sensed imagery // International Journal of Remote Sensing. – 10 Aug. 2007. – Vol.28, No.15. – pp.3305-3322.
201. Swann, R., Hawkins D., Westwell-Roper A., Johnstone W. The Potential for Automated Mapping from Geocoded Digital Image Data // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – 1988. – Vol.54, No.2. – P.187-193.
202. Szuster, B.W., et.al. A comparison of classification techniques to support land cover and land use analysis in tropical coastal zones // Applied Geography 31 (2011) pp. 525-532.
203. Townshend, J.R.G., Justice C.O., Li W., Gurney C., McManus J. Global Land cover classification by remote sensing: Present capabilities and future possibilities // Remote Sensing of Environment (1991) 35, 243-255.
204. Vasilew, K., Dementew V. The analisys of correlation properties of autoregression causal fields. — Conference proceeding PRIA-7-2004, Volume 2, P. 415-418.
205. Vasilyev, K.K., Ageev S.A. The Adaptive Decorrelation Algorithm of Signal Detection — Proceedings of the 1st Int. Conf. "Digital Signal Processing and Its Applications". — Moscow: ICSTI, 1998. vol. 2E, pp. 133-136.
206. Vasil'ev, K. K., Dement'ev V. E., Andriyanov N. A. Application of mixed models for solving the problem on restoring and estimating image parameters // Pattern Recognition and Image Analysis. January 2016. V. 26(1). - P. 240-247.

207. Vermote, E.F., et.al. Atmospheric correction of visible to middle-infrared EOS-MODIS data over land surfaces: Background, operational algorithm and validation // Journal of Geophysical Research. – July 1997. – Vol.102, No.D14. – P.131-141.
208. Villa, A., et.al. Unsupervised methods for the classification of hyperspectral images with low spatial resolution // Pattern Recognition 46 (2013) pp. 1556-1568.
209. Vina, A., et.al. Comparison of different vegetation indices for the remote assessment of green leaf area index of crops // Remote Sensing of Environment 115 (2011) pp. 3468-3478.
210. Wan, Z., et.al. Quality assessment and validation of the MODIS global land surface temperature // International Journal Remote Sensing. – 10 Jan. 2004. – Vol.25, No.1. – P.261-274.
211. Weng, Q., et.al. Generating daily land surface temperature at Landsat resolution by fusing Landsat and MODIS data // Remote Sensing of Environment 145 (2014):pp.55-67.
212. Westin, T. Precision rectification of SPOT imagery // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – 1990. - 56(2): pp. 247-253.
213. Woods, J.W. Two-dimensional Kalman filtering //Topics in Applied Physics, Berlin, 1981, v.42, pp.155-208.
214. Woods, J.W., Dravida S., Mediavilla R. Image Estimation Using Doubly Stochastic Gaussian Random Field Models // Pattern Analysis and Machine Intelligence, issue №2, vol. 9 – February, 1987, pp. 245-253.
215. Wiener, N. Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series. – N. Y. : MIT Press/JohnWiley, 1964. – 171 p.
216. Xu, R., Wunschll D. Survey of Clustering Algorithm. Trans on Neural Networks, IEEE V. 16, Is. 3, May 2005, pp. 645-678

## **Приложение 1. Существующие спутниковые системы**

В приложении выполнен обзор наиболее широко используемых спутниковых систем и основных особенностей получаемых с их помощью многозональных изображений.

### **BlackBridge**

Система BlackBridge, ранее известная как RapidEye [172], состоит из 5 спутников, запущенных в августе 2008 г. Система RapidEye имеет идентичные мультиспектральные сенсоры, которые одинаково откалиброваны. Поэтому изображения от любых спутников будут эквивалентны, что позволяет получать большое количество изображений (4 млн кв км в сутки) и ежедневно вновь попадать на ту же территорию. Каждый спутник находится в одной и той же орбитальной плоскости на высоте 630 км и регистрирует изображения с пространственным разрешением 5 метров в 5 спектральных диапазонах. Ширина полосы съемки – 77 км. Система формирования изображений на спутниках RapidEye особенно хорошо подходит для нужд агрономии, экологии, картографии и анализа природных катастроф [165, 180]. Компания не только предоставляет изображения, но также и консультирует своих клиентов по созданию сервисов и решений, основанных на анализе полученных изображений. Накопленные данные публикуются в том числе в открытом доступе на ресурсах <https://www.planet.com> и <http://eyefind.rapideye.com/>.

### **GeoEye**

Спутник GeoEye-1 был запущен 6 сентября 2008 г. Он имеет систему формирования изображений с высоким разрешением и способен получать изображения с разрешением по земной поверхности до 0.41 метра в панхроматическом или черно-белом режиме. Он также формирует многоспектральные (в 5 спектральных диапазонах) или цветные

## Продолжение приложения 1

изображения с разрешением в 1.65 метра. Ширина полосы съемки составляет 17 км [172].

Важной особенностью этого космического аппарата является высокая точность координатной привязки снимков, которая обеспечивается благодаря применению космической платформы с высокой стабильностью и повышенной точностью определения пространственного положения и ориентации спутника. В соответствии с данными изготовителя среднеквадратическая погрешность определения координат точек местности по снимкам, получаемым КА GeoEye-1, составляет 1.5 м в плане без использования наземных опорных точек. Повышение пространственного разрешения и точности географической привязки космических снимков позволяет получать карты и планы масштаба до 1:2000 на уровне аэрофотосъемки.

Еще одним технологическим преимуществом КА GeoEye-1 является возможность получения большого числа снимков. КА может быстро поворачиваться в любом направлении для наведения телескопа на заданный участок Земли. Высокая скорость перенацеливания КА GeoEye-1 (4°/с) позволяет получать большое количество кадров при каждом прохождении и осуществлять различные режимы съемки: кадровый, маршрутный, площадной, а также стереосъемку. При ширине захвата в надире 15.2 км и углах наклона до 40° производительность системы больше, чем для любой существующей коммерческой платформы [173].

### **ImageSatInternational**

Спутники для наблюдения за земными ресурсами «EROS» являются легкими низкоорбитальными спутниками с высоким разрешением, способными быстро маневрировать между объектами получения изображений [20]. Среди коммерческих они являются самыми маленькими

## Продолжение приложения 1

с высоким разрешением. Спутники запущены на круговую солнечно-синхронную околополярную орбиту на высоте 510 км ( $\pm 40$  км). Первичное назначение систем формирования изображений на спутниках EROS заключается в разведке, национальной безопасности и целях национального развития, но они также имеют широкий спектр гражданских применений, включающий картографирование, контроль на границах, планирование инфраструктуры, мониторинг сельхозугодий, предупреждение различных угроз и др. В настоящее время используются два аппарата: EROS A – спутник высокого разрешения с панхроматической системой разрешения 1.9-1.2 м и EROS B – второе поколение спутников сверхвысокого разрешения с панхроматической системой разрешения 70 см. Периодичность съемки аппаратов составляет 5-6 дней, ширина регистрируемой полосы – 7 км.

### **Meteosat**

Семейство спутников Meteosat является результатом работы Европейской межправительственной организации EUMETSAT с целью предоставления потребителям метеорологических данных о погоде. Геостационарный спутник Meteosat-2 для наблюдения за погодой начал передавать изображения с 16 августа 1981 г. Последним из семейства является аппарат Meteosat-2, выведенный на орбиту 5 июля 2012 г. [173]. Выделяют три поколения систем Meteosat. Первое поколение, представленное в настоящее время спутником Meteosat-7, имеет на борту специализированный формирователь изображений видимого и инфракрасного диапазонов (MVIRI), позволяющий получать изображения в видимом и двух инфракрасных диапазонах. Второе поколение (Meteosat-8,9,10) располагает 12-канальным усовершенствованным формирователем видимых и инфракрасных изображений, который включает в себя те же

## **Продолжение приложения 1**

каналы, что и система MVIRI, позволяя непрерывно получать данные о климате в течение трех десятилетий [196]. Перестраиваемый комбинированный формирователь изображений (FCI) на спутниках Meteosat третьего поколения (MTG) также будет содержать подобные каналы, что позволит получать данные о климате за 60 лет.

### **SpotImage**

Несколько спутников (Spot2, 4, 5, 6, 7) были запущены в период с 2002 г. по 2014 г. и предоставляют изображения с различным разрешением от 1.5 м до 1 км в 5 спектральных диапазонах и позволяют в единой группировке производить ежедневную съемку одной и той же территории. Ширина съемки составляет 60 км. Спутники компании SpotImage также распределяют данные с переменной разрешающей способностью от других оптических спутников, в частности, от Formosat-2 (Тайвань) и Kompsat-2 (Южная Корея), а также от радарных спутников PCA (TerraSar-X, ERS, Envisat, Radarsat) [172].

### **Terra (EOSAM-1)**

Первый спутник NASA в системе наблюдения Земли (EOS) запущен в декабре 1999 г. На борту спутника находится 5 зондов для наблюдения за окружающей средой: ASTER, CERES, MISR, MODIS, MOPITT [197]. Пространственное разрешение получаемых данных составляет 15 м (2 видимых диапазона), 30 м (6 инфракрасных диапазонов), 90 м (5 радиодиапазонов) [172]. Ширина полосы съемки до 60 км. Периодичность съемки от 4 до 16 суток. Данные со спутника TERRA используются для создания подробных карт температуры на поверхности Земли [210-211], отражательной способности и рельефа Земли [171]. В настоящее время данные TERRA активно используются NASA в исследованиях по представлению Земли как целостной системы, ее



## Продолжение приложения 1

реакции на изменения, а также для улучшения предсказаний изменчивости и трендов климата, погоды и естественных катастроф [20, 165, 180].

### **WorldView**

Семейство спутников WorldView компании DigitalGlobe, было выведено на орбиту с 2007 г. (WorldView-1) по 2016 г. (WorldView-4) и может служить примером тех эволюций, которые произошли при регистрации изображений земной поверхности за последние 10 лет [173]. Так, первый из спутников этого семейства позволяет выполнять съемку только в видимом диапазоне с разрешением 0,5 м. и шириной регистрируемой полосы 17 км. Регистрирующая аппаратура WorldView-4 имеет разрешение 0,31 см (как и у WorldView-3) и позволяет производить съемку в 28 спектральных диапазонах (от видимого до дальнего инфракрасного) в полосе шириной до 14 км.

Координатная точность изображений WorldView-1 составит без наземных контрольных точек 5,0 – 7,6 м, а с наземными контрольными точками – 2 м и с соседними контрольными точками, не попавшими в площадь снимка, – 3,0–3,5 м (технология AccuracyTransferService– ATS). Координатная точность изображений позволяет создавать карты масштаба 1:10000 без использования наземных контрольных точек. Сверхдетальные изображения находят применение при разработке крупномасштабных карт и планов местности, в различных тематических геоинформационных системах (ГИС), при планировании городской застройки, строительстве дорог, линий связи, трубопроводов и других объектов инфраструктуры.

### **Landsat**

Программа Landsat– наиболее продолжительный проект по получению спутниковых фотоснимков планеты Земля [174,175]. Первый из спутников в рамках программы был запущен в 1972; последний

## Продолжение приложения 1

(Landsat 8) – 11 февраля 2013. Снимки, полученные со спутников по всему миру, являются уникальным ресурсом для проведения научных исследований в области сельского хозяйства, картографии, геологии, лесоводства, разведки, образования и национальной безопасности. К примеру, Landsat 7 предоставляет снимки в 8 спектральных диапазонах с пространственным разрешением от 15 до 60 м на точку; периодичность сбора данных для всей планеты составляет 16 - 18 суток.

На спутниках серии Landsat применялись следующие съемочные системы [174]:

- мультиспектральные видеокамеры ReturnBeamVidicon (RVB; использовалась на Landsat 1, 2; 3 канала с разрешением 80 м);
- панхроматические видеокамеры RVB (Landsat 3; 40 м);
- сканирующий мультиспектральный сканер: MSS (Landsat 1, 2, 3, 4, 5);
- сканирующий тематический сканер: TM (Landsat 4, 5);
- улучшенный тематический сканер: ETM (Landsat 6);
- улучшенный тематический сканер: ETM+ (Landsat 7).

Мультиспектральные сканеры MSS спутников Landsat 1-5 предназначены для получения снимков всей поверхности Земли. Пространственное разрешение 80 метров, спектральные диапазоны: 0.5 - 0.6 мкм (зеленый), 0.6-0.7 мкм (красный), 0.7-0.8 мкм, 0.8-1.1 мкм. Калибровка детекторов происходит каждые 2 сканирования [174].

Рассмотрим более подробно последний из спутников семейства Landsat8, поскольку материалы, полученные с помощью этого аппарата, являются одними из самых популярных в настоящее время и используются в настоящей работе.

### Landsat 8

Спутник Landsat 8 выведен на орбиту 11 февраля 2013 года. Он предоставляет изображения в видимом диапазоне волн, в ближнем ИК и в дальнем ИК, с разрешением снимков от 15 до 100 м на точку и шириной полосы съемки 180 км. Производится съемка суши и полярных регионов. В сутки регистрируется порядка 400 сцен (у предыдущего Landsat 7 было 250 сцен в день). Сенсоры OLI и TIRS имеют более высокое отношение сигнал-шум (SNR) и позволяют снимать до 12 бит на точку [173].

Параметры продукции Landsat 8 [173]:

- уровень обработки: 1T (коррекция рельефа);
- формат изображений: GeoTIFF;
- размер пикселя: 15 метров/30 метров/100 метров (панхроматический канал/ мультиспектральный канал/ дальний ИК);
- проекция: UTM, также полярная стереографическая для Антарктиды;
- система координат: WGS 84;
- точность позиционирования: до 12 метров.

Набор инструментов OperationalLandImager (OLI) является основным на спутнике. В OLI используется подход, ранее опробованный на экспериментальном спутнике NASA, EO-1 (инструмент AdvancedLandImager). В OLI используется схема pushbroom, тогда как в более ранних аппаратах Landsat использовалась схема whiskbroom. В схеме pushbroom используются длинные линейные массивы фотодатчиков, снимающие сразу всю ширину поля зрения спутника – 185 километров, тогда как в whiskbroom использовались небольшое количество фотоприемников и дополнительное сканирующее зеркало. Новая схема требует применения более 6,5 тысяч детекторов для каждого спектрального канала и 13 тысяч для панхроматического, однако имеет

## Продолжение приложения 1

увеличенное время экспонирования (4 мс вместо 10 мкс на ETM+) и, как следствие, большую чувствительность [175].

Инструменты OLI работают в 9 спектральных диапазонах, семь из которых близки к тем, которые использовались в более ранних изделиях. Добавлено два новых диапазона, канал 1 (темно-синий и фиолетовый) для изучения прибрежных вод и аэрозолей и канал 9 (ближний ИК) для упрощения поиска облаков на снимках.

В фокальной плоскости OperationalLandImager установлено 14 модулей FocalPlaneModules, каждый из которых содержит 10 линейных сенсоров различных диапазонов (один из сенсоров закрыт от света непрозрачным фильтром и используется для калибровки). Телескоп OLI состоит из 4 неподвижных зеркал.

| Спектральный канал                                  | Длины волн, мкм | Разрешение, м |
|-----------------------------------------------------|-----------------|---------------|
| Канал 1.Побережья и аэрозоли (NewDeepBlue)          | 0.433...0.453   | 30            |
| Канал 2.Синий (Blue)                                | 0.450...0.515   | 30            |
| Канал 3.Зеленый (Green)                             | 0.525...0.600   | 30            |
| Канал 4.Красный (Red)                               | 0.630...0.680   | 30            |
| Канал 5.БлижнийИК (Near Infrared, NIR)              | 0.845...0.885   | 30            |
| Канал 6.Ближний ИК (SWIR 2)                         | 1.560...1.660   | 30            |
| Канал 7.Ближний ИК (SWIR 3)                         | 2.100...2.300   | 30            |
| Канал 8.Панхроматический (PAN)                      | 0.500...0.680   | 15            |
| Канал 9.Перистые облака (Cirrus, SWIR)              | 1.360...1.390   | 30            |
| Канал 10.ДальнийИК (Long Wavelength Infrared, TIR1) | 10.30...11.30   | 100           |
| Канал 11.ДальнийИК (Long Wavelength Infrared, TIR2) | 11.50...12.50   | 100           |

## **Окончание приложения 1**

Инструмент ThermalInfraRedSensor (TIRS) использует тот же принцип получения изображений, что и OLI, и также имеет полосу обзора в 185 километров. Получение изображений происходит в двух каналах, 10 и 11, которые совместно работают в том же диапазоне, что и канал TIR на более ранних спутниках программы Landsat.

## Приложение 2. Корреляционные функции дважды стохастических СП дляАР с кратными корнями характеристических уравнений

Рассмотрим особенности получения приближенных выражений для КФ дважды стохастических моделей, построенных на основе АР моделей с кратными корнями характеристических уравнений.

Пусть СП описывается АР моделью

$$x_{ij} = 2\rho_{xij}x_{i-1,j} + 2\rho_{yij}x_{i,j-1} - 4\rho_{xij}\rho_{yij}x_{i-1,j-1} - \rho_{xij}^2x_{i-2,j} - \rho_{yij}^2x_{i,j-2} + \\ + 2\rho_{xij}^2\rho_{yij}x_{i-2,j-1} + 2\rho_{yij}^2\rho_{xij}x_{i-1,j-2} - \rho_{xij}^2\rho_{yij}^2x_{i-2,j-2} + b_{ij}\xi_{ij},$$

где  $\xi_{ij}$  – СП независимых стандартных гауссовских СВ с  $M\{\xi_{ij}\} = 0$ ,  $M\{\xi_{ij}^2\} = \sigma_\xi^2 = 1$ ;  $\rho_{xij}$  и  $\rho_{yij}$  – коэффициенты модели с корнями характеристических уравнений кратности (2,2);  $b_{ij}$  – коэффициент, определяющий дисперсию моделируемого СП.

Случайные величины  $\rho_{xij}$  и  $\rho_{yij}$  с гауссовской плотностью распределения вероятности зададим следующими АР уравнениями:

$$\tilde{\rho}_{xij} = r_{1x}\tilde{\rho}_{x(i-1)j} + r_{2x}\tilde{\rho}_{xi(j-1)} - r_{1x}r_{2x}\tilde{\rho}_{x(i-1)(j-1)} + \sigma_{\rho_x}\sqrt{(1-r_{1x}^2)(1-r_{2x}^2)}\zeta_{\rho_{xij}}, \\ \tilde{\rho}_{yij} = r_{1y}\tilde{\rho}_{y(i-1)j} + r_{2y}\tilde{\rho}_{yi(j-1)} - r_{1y}r_{2y}\tilde{\rho}_{y(i-1)(j-1)} + \sigma_{\rho_y}\sqrt{(1-r_{1y}^2)(1-r_{2y}^2)}\zeta_{\rho_{yij}},$$

$$\rho_{xij} = \tilde{\rho}_{xij} + m_{\rho_x},$$

$$\rho_{yij} = \tilde{\rho}_{yij} + m_{\rho_y},$$

где  $r_{1x} = M\{\tilde{\rho}_{xij}\tilde{\rho}_{x(i-1)j}\}$ ,  $r_{2x} = M\{\tilde{\rho}_{xij}\tilde{\rho}_{xi(j-1)}\}$  – коэффициенты корреляции случайного параметра  $\tilde{\rho}_{xij}$ ;  $r_{1y} = M\{\tilde{\rho}_{yij}\tilde{\rho}_{y(i-1)j}\}$ ,  $r_{2y} = M\{\tilde{\rho}_{yij}\tilde{\rho}_{yi(j-1)}\}$  – коэффициенты корреляции случайного параметра  $\tilde{\rho}_{yij}$ ;  $\zeta_{\rho_{xij}}$  и  $\zeta_{\rho_{yij}}$  – гауссовские СВ с  $M\{\zeta_{\rho_{xij}}\} = M\{\zeta_{\rho_{yij}}\} = 0$ ,  $M\{\zeta_{\rho_{xij}}^2\} = M\{\zeta_{\rho_{yij}}^2\} = \sigma_\zeta^2 = 1$ .

Продолжение приложения 2

Условная КФ СП при фиксированных значениях параметров может быть найдена следующим образом:

$$B(k1, k2) = M \left\{ \sigma_x^2 \rho_{xij}^{|k1|} \left( 1 + |k1| \frac{1 - \rho_{xij}^2}{1 + \rho_{xij}^2} \right) \rho_{yij}^{|k2|} \left( 1 + |k2| \frac{1 - \rho_{yij}^2}{1 + \rho_{yij}^2} \right) \right\}.$$

Тогда, с учетом независимости  $\rho_{xij}$  и  $\rho_{yij}$ ,

$$B(k1, k2) = \sigma_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{xij}^{|k1|} \left( 1 + |k1| \frac{1 - \rho_{xij}^2}{1 + \rho_{xij}^2} \right) w(\rho_{xij}) d\rho_{xij} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{yij}^{|k2|} \left( 1 + |k2| \frac{1 - \rho_{yij}^2}{1 + \rho_{yij}^2} \right) w(\rho_{yij}) d\rho_{yij},$$

где  $\rho_{xij}^{(k1)}$  и  $\rho_{yij}^{(k2)}$ ,  $k1, k2 = 1, 2, \dots$  — случайные коэффициенты.

С учетом гауссовских распределений  $w(\rho_{xij})$ ,  $w(\rho_{yij})$  запишем

$$B(k1, k2) = \sigma_x^2 B_1(k1) B_2(k1),$$

$$\text{где } B_1(k1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (z_x \sigma_{\rho_x} + \sigma_{m_x})^{|k1|} \left( 1 + |k1| \frac{1 - (z_x \sigma_{\rho_x} + \sigma_{m_x})^2}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + \sigma_{m_x})^2} \right) e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x,$$

$$B_2(k2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (z_y \sigma_{\rho_y} + \sigma_{m_y})^{|k2|} \left( 1 + |k2| \frac{1 - (z_y \sigma_{\rho_y} + \sigma_{m_y})^2}{1 + (z_y \sigma_{\rho_y} + \sigma_{m_y})^2} \right) e^{-\frac{z_y^2}{2}} dz_y.$$

Так как двойной интеграл не только разделимый, но и имеет подобные подынтегральные выражения для обоих переменных, сведем вычисление  $B(k1, k2)$  к нахождению одного из интегралов при  $k2 = 0$ .

Тогда, с учетом  $\sigma_x^2 = 1$ , перепишем КФ в виде

$$B(k1, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k1|} + \frac{(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k1|} |k1|}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^2} - \frac{(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k1|+2} |k1|}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^2} \right] e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x,$$

содержащем сумму трех интегралов:

**Продолжение приложения 2**

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k1|} e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x, \\
I_2 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k1|} |k1|}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^2} e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x, \\
I_3 &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k1|+2} |k1|}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^2} e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x.
\end{aligned}$$

В этих формулах первый интеграл может быть найден как КФ дважды стохастической модели. Интеграл  $I_3$  можно выразить через интегралы  $I_1$  и  $I_2$ :  $I_3 = -|k1| I_1 + I_2$ .

Таким образом,  $B(k1, 0) = (1 - |k1|)I_1 + 2I_2$ .

Наконец, после несложных преобразований выражение для КФ можно записать в следующем виде:

– если  $k1$  и  $k2$  принимают четные значения, то

$$\begin{aligned}
B(k1, k2) &\approx \sigma_x^2 \left( 1 - |k1| + \frac{2|k1|}{1 + [m_{\rho_x}^2 + (1 + m_{\rho_x})|k1|\sigma_{\rho_x}^2]} \right) \sum_{j1=0}^{\frac{k1}{2}} C_{k1}^{2j1} \sigma_{\rho_x}^{2j1} m_{\rho_x}^{k1-2j1} (2j1-1)!! \times \\
&\times \left( 1 - |k2| + \frac{2|k2|}{1 + [m_{\rho_y}^2 + (1 + m_{\rho_y})|k2|\sigma_{\rho_y}^2]} \right) \sum_{j2=0}^{\frac{k2}{2}} C_{k2}^{2j2} \sigma_{\rho_y}^{2j2} m_{\rho_y}^{k2-2j2} (2j2-1)!!;
\end{aligned}$$

– если  $k1$  принимает четные значения, а  $k2$  - нечетные, то

$$\begin{aligned}
B(k1, k2) &\approx \sigma_x^2 \left( 1 - |k1| + \frac{2|k1|}{1 + [m_{\rho_x}^2 + (1 + m_{\rho_x})|k1|\sigma_{\rho_x}^2]} \right) \sum_{j1=0}^{\frac{k1}{2}} C_{k1}^{2j1} \sigma_{\rho_x}^{2j1} m_{\rho_x}^{k1-2j1} (2j1-1)!! \times \\
&\times \left( 1 - |k2| + \frac{2|k2|}{1 + [m_{\rho_y}^2 + (1 + m_{\rho_y})|k2|\sigma_{\rho_y}^2]} \right) \sum_{j2=0}^{\frac{k2-1}{2}} C_{k2}^{2j2} \sigma_{\rho_y}^{2j2} m_{\rho_y}^{k2-2j2} (2j2-1)!!;
\end{aligned}$$



## Окончание приложения 2

– если  $k_1$  принимает нечетные значения, а  $k_2$  – четные, то

$$B(k_1, k_2) \approx \sigma_x^2 \left( 1 - |k_1| + \frac{2|k_1|}{1 + [m_{\rho_x}^2 + (1 + m_{\rho_x})|k_1|\sigma_{\rho_x}^2]} \right) \sum_{j_1=0}^{\frac{k_1-1}{2}} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_{\rho_x}^{2j_1} m_{\rho_x}^{k_1-2j_1} (2j_1-1)!! \times \\ \times \left( 1 - |k_2| + \frac{2|k_2|}{1 + [m_{\rho_y}^2 + (1 + m_{\rho_y})|k_2|\sigma_{\rho_y}^2]} \right) \sum_{j_2=0}^{\frac{k_2}{2}} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_{\rho_y}^{2j_2} m_{\rho_y}^{k_2-2j_2} (2j_2-1)!!;$$

– если  $k_1$  и  $k_2$  принимают нечетные значения, то

$$B(k_1, k_2) \approx \sigma_x^2 \left( 1 - |k_1| + \frac{2|k_1|}{1 + [m_{\rho_x}^2 + (1 + m_{\rho_x})|k_1|\sigma_{\rho_x}^2]} \right) \sum_{j_1=0}^{\frac{k_1-1}{2}} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_{\rho_x}^{2j_1} m_{\rho_x}^{k_1-2j_1} (2j_1-1)!! \times \\ \times \left( 1 - |k_2| + \frac{2|k_2|}{1 + [m_{\rho_y}^2 + (1 + m_{\rho_y})|k_2|\sigma_{\rho_y}^2]} \right) \sum_{j_2=0}^{\frac{k_2-1}{2}} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_{\rho_y}^{2j_2} m_{\rho_y}^{k_2-2j_2} (2j_2-1)!!.$$

Аналогичные результаты можно получить, приняв  $k_1=0$ , а результирующее значение КФ можно найти как произведение  $\sigma_x^2$  и выражений в скобках. Например, при  $k_1=3$  и  $k_2=2$  КФ имеет вид:

$$B(3, 2) = \sigma_x^2 \left( \frac{6}{1 + [m_{\rho_x}^2 + 3\sigma_{\rho_x}^2(1 + m_{\rho_x})]} - 2 \right) (m_{\rho_x}^3 + \\ + 3\sigma_{\rho_x}^2 m_{\rho_x}) \left( \frac{4}{1 + [m_{\rho_y}^2 + 2\sigma_{\rho_y}^2(1 + m_{\rho_y})]} - 1 \right) (m_{\rho_y}^2 + \sigma_{\rho_y}^2).$$

Анализ полученных выражений позволяет сделать вывод, что при  $\sigma_{\rho_x} \rightarrow 0, \sigma_{\rho_y} \rightarrow 0$  СП  $\{x_{ij}\}$  стремится к СП, порожденному АР моделью с корнями характеристических уравнений кратности (2,2) с постоянными коэффициентами корреляции  $m_{\rho_x}$  и  $m_{\rho_y}$ .

### Приложение 3. Уравнения калмановской фильтрации для нелинейной модели состояния

В таблице П.3 представлены уравнения нелинейного фильтра Калмана, найденные с помощью метода инвариантного погружения [36].

Таблица П.3. Нелинейный фильтр Калмана

|                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Модель наблюдений                              | $\bar{z}_i = C_i \bar{x}_i + \bar{n}_i, i = 1, 2, \dots, k$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Модель изменения параметров                    | $\bar{x}_i = \varphi_i(\bar{x}_{i-1}) + \mathcal{G}_i(\bar{x}_{i-1})\bar{\xi}_i, i = 1, 2, \dots, k,$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Фильтрация параметров                          | $\begin{aligned}\hat{\bar{x}}_k &= \hat{\bar{x}}_{\mathcal{G}k} + B_k(\bar{z}_k - C_k \hat{\bar{x}}_{\mathcal{G}k}), \\ \hat{\bar{x}}_{\mathcal{G}i} &= \varphi_i(\hat{\bar{x}}_{i-1})\end{aligned}$                                                                                                                                                                                                                                       |
| Ковариационные матрицы ошибок (первый вариант) | $\begin{aligned}B_k &= P_k C_k^T V_k^{-1}, P_k = P_{\mathcal{G}k} (E + C_k^T V_k^{-1} C_k P_{\mathcal{G}k})^{-1}, \\ P_{\mathcal{G}k} &= \varphi'_k(\hat{\bar{x}}_{k-1}) P_{(k-1)} \varphi_k'^T(\hat{\bar{x}}_{k-1}) + \mathcal{G}_k(\hat{\bar{x}}_{k-1}) V_{\xi k} \mathcal{G}_k^T(\hat{\bar{x}}_{k-1}), \\ \varphi'_k(\hat{\bar{x}}_{k-1}) &= d\varphi_k(\bar{x}_{k-1}) / d\bar{x}_{k-1}\end{aligned}$                                   |
| Ковариационные матрицы ошибок (второй вариант) | $\begin{aligned}B_k &= P_{\mathcal{G}k} C_k^T \Gamma_k^{-1}, P_k = (E - B_k C_k) P_{\mathcal{G}k}, \\ \Gamma_k &= C_k P_{\mathcal{G}k} C_k^T + V_k, \\ P_{\mathcal{G}k} &= \varphi'_k(\hat{\bar{x}}_{k-1}) P_{(k-1)} \varphi_k'^T(\hat{\bar{x}}_{k-1}) + \mathcal{G}_k(\hat{\bar{x}}_{k-1}) V_{\xi k} \mathcal{G}_k^T(\hat{\bar{x}}_{k-1}), \\ \varphi'_k(\hat{\bar{x}}_{k-1}) &= d\varphi_k(\bar{x}_{k-1}) / d\bar{x}_{k-1}\end{aligned}$ |
| Начальные условия и априорные данные           | $\begin{aligned}\hat{\bar{x}}_{\mathcal{G}1} &= M\{\bar{x}_1\} = 0, P_{\mathcal{G}1} = M\{\bar{x}_1 \bar{x}_1^T\}, \\ M\{\bar{n}_k\} &= 0, M\{\bar{n}_k \bar{n}_k^T\} = V_k, M\{\bar{\xi}_k\} = 0, M\{\bar{\xi}_k \bar{\xi}_k^T\} = V_{\xi k}\end{aligned}$                                                                                                                                                                                |

Научное издание

ВАСИЛЬЕВ Константин Константинович  
ДЕМЕНТЬЕВ Виталий Евгеньевич

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА СПУТНИКОВЫХ  
МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Редактор Н.А. Евдокимова

ЛР № 020640 от 22.10.97

Подписано в печать 6.11.2017. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 20,93. Тираж 100 экз.

Ульяновский государственный технический университет,  
432027, г. Ульяновск, Сев. Венец, 32.

ИПК «Венец» УлГТУ, 432027, г. Ульяновск, Сев. Венец, 32.